

# 类克尔介质中原子布居数的演化 和偶极压缩效应\*

刘堂昆

彭金生\* \*

(湖北师范学院物理系, 黄石 435002) (华中师范大学物理系, 武汉 430070)

**摘 要** 研究了一个两能级原子处于充满了类克尔(Kerr)介质的高  $Q$  腔里与单模辐射场多光子相互作用的系统中, 原子能级布居数的时间演化特性以及原子的偶极压缩效应。着重讨论了类克尔介质与单模辐射场作用的耦合强度  $\chi$  和失谐量  $\Delta$  对原子系统行为的影响。

**关键词** 类克尔介质, 原子反转, 原子偶极压缩。

## 1 引 言

八十年代初, Eberly 等人<sup>[1]</sup>首次从理论上揭示出在相干态 J-C 模型中原子反转的长时间特性存在着纯量子特性的崩塌和复原现象, 接着 Walls 等人<sup>[2]</sup>在研究单原子共振荧光的起伏时提出了原子偶极压缩效应。随后, Rempe 等人<sup>[3]</sup>利用高  $Q$  微波共振腔中里德堡原子与辐射场的相互作用在实验上观测到了原子反转的量子崩塌和复原现象。探讨了在相干光场<sup>[4]</sup>、压缩态光场<sup>[5]</sup>、热光场<sup>[6]</sup>、双色场<sup>[7]</sup>等作用下以及多光子过程中<sup>[8]</sup>原子所呈现的特征各异的崩塌-复原现象和偶极压缩效应。最近, Buzek 和 Jex<sup>[9]</sup>考察了一个与光场发生单光子相互作用的两能级原子位于充满类克尔介质的高  $Q$  腔中, 类克尔介质对原子动力学行为和光场性质的影响; Joshi 等人<sup>[10]</sup>将 Buzek 和 Jex 的理论模型推广到简并双光子跃迁过程, 揭示了类克尔介质对原子反转和偶极压缩的影响。但尚未见到对多光子过程和存在任意失谐量的研究报道。本文旨在把 Buzek 和 Jex 的理论模型推广到多光子过程, 并考虑存在任意失谐量, 通过求解系统任一时刻的态函数, 分析了类克尔介质与单模场作用的耦合强度  $\chi$ 、失谐量  $\Delta$  和多光子跃迁数  $K (\geq 2)$  对原子能级布居数反转时间演化和原子偶极压缩的影响, 为在普遍意义上研究含类克尔介质的多光子 J-C 模型中原子系统时间演化的量子特性提供了途径。

## 2 理论描述

考虑一个两能级原子处在一充满了类克尔介质的高  $Q$  腔中(即不考虑腔体的单光子耗损), 单模辐射场注入后, 类克尔介质与原子和单模辐射场同时耦合相互作用。其中两能级原子与单模辐射场通过多光子跃迁过程耦合, 类克尔介质与单模辐射场作用在绝热近似下可用

\* 国家自然科学基金资助课题和湖北省教委科研基金重点资助项目。

\* \* 中国高等科学技术中心(世界实验室), 北京。

收稿日期: 1996 年 2 月 4 日; 收到修改稿日期: 1996 年 7 月 5 日

二次谐振子描述<sup>[8]</sup>。在旋波近似下,系统的哈密顿可转化为仅包含光子算符和原子算符的有效哈密顿  $H_{\text{eff}}$  (为简单起见,忽略零点能作用,并取  $\hbar = 1$ ):

$$H_{\text{eff}} = \omega a^+ a + \omega_0 s_z + \chi a^{+2} a^2 + \lambda (a^{+k} s_- + a^k s_+). \quad (1)$$

式中  $a^+$  和  $a$  为腔中光场的产生和湮灭算符,  $s_z$  和  $s_{\pm}$  为原子反转和跃迁算符,  $\chi$  为类克尔介质与单模场作用的耦合强度,表示类克尔介质第三阶非线性极化率的色散部分,  $\lambda$  为原子与单模场的作用的耦合常数;  $\omega_0$  为原子本征跃迁频率,  $\omega$  为有效作用谐振频率,它与单模辐射场频率  $\omega_0$  和类克尔介质的有效非线性谐振子的频率  $\omega$  有关;  $k$  为原子每一次跃迁过程中吸收或发射的光子数目。

假定在初始时刻,原子处在激发态  $|e\rangle$ ,光场制备于相干态  $|\alpha\rangle$ ,则系统在初始时刻的态矢可表示为

$$|\Psi(0)\rangle_e = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n, e\rangle \quad (2)$$

$$F_n = \exp(-\bar{n}/2) (\bar{n}^n/n!)^{1/2} \exp(in\varphi). \quad (3)$$

式中  $\varphi$  和  $\bar{n}$  分别是相干光场的初始位相和初始平均光子数。系统任意时刻的态矢  $|\Psi(t)\rangle_e$  可通过薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle_e = H_{\text{eff}} |\Psi(t)\rangle_e, \quad (4)$$

并利用态矢的正交性和初始条件求得

$$|\Psi(t)\rangle_e = \sum_{n=0}^{\infty} F_n \exp\{-i[\omega(n + \frac{k}{2}) + \chi(n^2 + nk - n + \frac{1}{2}k^2 - \frac{1}{2}k)]t\} \\ \times [A_n(t)|n, e\rangle + B_{n+k}(t)|n+k, g\rangle]. \quad (5)$$

式中  $|g\rangle$  表示原子处在基态的态矢。用  $\Delta$  表示失谐量 ( $\Delta = k\omega - \omega_0$ ), 则

$$\left. \begin{aligned} A_n(t) &= \cos \theta_n t + i \frac{\Delta/2 + \chi k(k/2 + n - 1/2)}{\theta_n} \sin \theta_n t, \\ B_{n+k}(t) &= -i \frac{[\lambda^2(n+k)!/n!]^{1/2}}{\theta_n} \sin \theta_n t. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\theta_n^2 = [\Delta/2 + \chi k(k/2 + n - 1/2)]^2 + \lambda^2(n+k)!/n! \quad (7)$$

式中  $\theta_n$  表示原子振荡的拉比频率。很明显,当  $k=1$  时, (5) 式与文献[9]一致; 当  $k=2$  时, 与文献[11]一致; 当  $\chi=0$  时, 与通常的多光子 J-C 模型中的态矢<sup>[8]</sup>完全相同。

如果假设  $t=0$  时刻,原子处于基态  $|g\rangle$ ,光场仍制备于相干态  $|\alpha\rangle$ ,则系统在  $t$  时刻的态矢为

$$|\Psi(t)\rangle_g = \sum_n F_n \exp\{-i[\omega(n - \frac{k}{2}) + \chi(n^2 - nk - n + k^2/2 + k/2)]t\} \\ \times [c_{n-k}(t)|n-k, e\rangle + D_n(t)|n, g\rangle]. \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{n-k}(t) &= -i \frac{[\lambda^2 n!/(n-k)!]^{1/2}}{\beta_n} \sin \beta_n t, \\ D_n(t) &= \cos \beta_n t - i \frac{\Delta/2 - \chi k(k/2 - n + 1/2)}{\beta_n} \sin \beta_n t. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\beta_n^2 = [\Delta/2 - \chi k(k/2 - n + 1/2)]^2 + \lambda^2 n!/(n-k)!. \quad (10)$$

### 3 原子能级布居数反转

原子能级布居数反转是原子动力学行为的反映,它的时间演化可根据系统的态矢,由式  $W(t) = \langle \xi |$  得知。若原子初始处于激发态  $|e\rangle$ ,依据(5)式可得

$$W_e(t) = {}_e \langle \Psi(t) | s_z | \Psi(t) \rangle_e$$

$$= \frac{1}{2} \exp(-\bar{n}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{n}^n}{n!} \left\{ \frac{[\Delta/2 + \chi k(k/2 + n - 1/2)]^2}{\theta_n^2} + \lambda^2 \frac{(n+k)!/n!}{\theta_n^2} \cos 2\theta_n t \right\}. \quad (11)$$

若初始时原子处于基态  $|g\rangle$ , 由(8)式可得

$$\begin{aligned} W_g(t) &= {}_g\langle \Psi(t) | s_z | \Psi(t) \rangle_g \\ &= -\frac{1}{2} \exp(-\bar{n}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{n}^n}{n!} \left\{ \frac{[\Delta/2 - \chi k(k/2 - n + 1/2)]^{1/2}}{\beta_n^2} \right. \\ &\quad \left. + \lambda^2 \frac{n!/(n-k)!}{\beta_n^2} \cos 2\beta_n t \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

(11)式和(12)式表明, 不同的初态原子其能级布居数反转都有相似的形式, 即由一个常数项和一个以频率为  $2\theta_n(2\beta_n)$  周期性振荡项的迭加。虽然  $k=1$  时, (11)式与文献[9]的结果一致;  $k=2, \Delta=0$  时, 与文献[11]的结果相同, 但是(11)式和(12)两式是在更普遍意义下成立的。这里把耦合强度  $\chi$ 、失谐量  $\Delta$  和跃迁光子数  $k$  对原子拉比(Rabi)振荡频率的影响体现在  $[\Delta/2 \pm \chi k(k/2 \pm n \mp 1/2)]^2$  因子上, 因此常数项和周期性振荡项对原子反转时间演化的贡献都受到  $\chi$ 、 $\Delta$  和  $k$  三者的影响。通过数值计算, 考虑双光子跃迁共振情况时, 结果发现: 类克尔介质的非线性作用愈强( $\chi$ 愈大), 原子反转拉比振荡周期愈短, 振荡幅度愈小, 原子停留在初始状态的几率愈大, 由图1表示其演化规律。同时看到在类克尔介质包围下的两能级原子在光场作用下也存在着原子激发态与基态之间的自相干作用<sup>[12]</sup>, 从而导致原子能级布居数反转的崩塌和复原现象的出现。这说明类克尔介质与单模辐射场作用对原子系统行为有着重要的影响。图2表示在一定的条件下, 增大失谐量  $\Delta$ , 此时发现原子反转拉比振荡的周期保

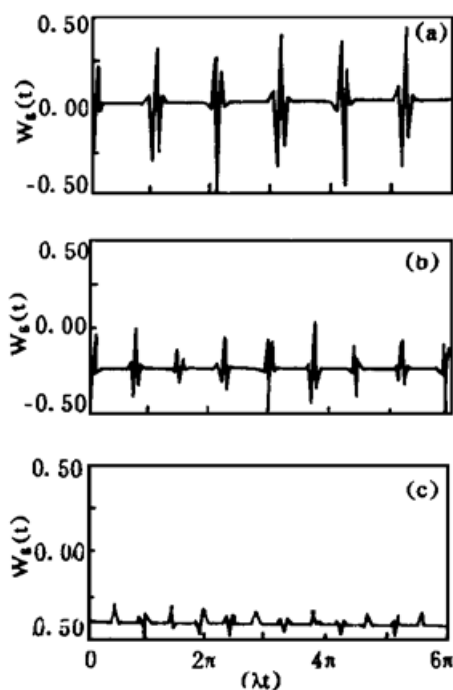


Fig. 1 The time evolution of the  $W_g(t)$ ,  $\bar{n} = 10$ ,  $k = 2$ ,  $\Delta/\lambda = 0$   
(a)  $\chi/\lambda = 0$ , (b)  $\chi/\lambda = 0.5$ , (c)  $\chi/\lambda = 1$

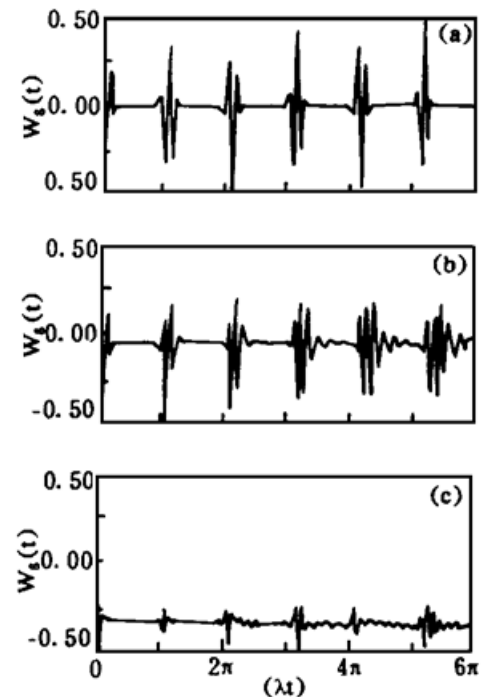


Fig. 2 The time evolution of the  $W_g(t)$ ,  $\bar{n} = 10$ ,  $k = 2$ ,  $\chi/\lambda = 0.5$   
(a)  $\Delta/\lambda = 0.5$ , (b)  $\Delta/\lambda = 5$ , (c)  $\Delta/\lambda = 10$

持不变, 原子在初始状态的布居俘获增大的现象。对于  $k > 2$  时, 原子反转演化规律类似于文献[5], 如图3所示。当  $k > 2$  时, 由(11)、(12)两式可以看到拉比振荡频率迅速升高, 崩塌和复原的持续期以及相邻振荡波包之间的静止时间急剧减少, 从而致使相邻波包过分拥挤, 结果整个曲线便趋于无规则状况。因此, 多光子跃迁对于原子反转时间演化特性的影响表现为随之增大而使其周期振荡从有序转化到无序状态。

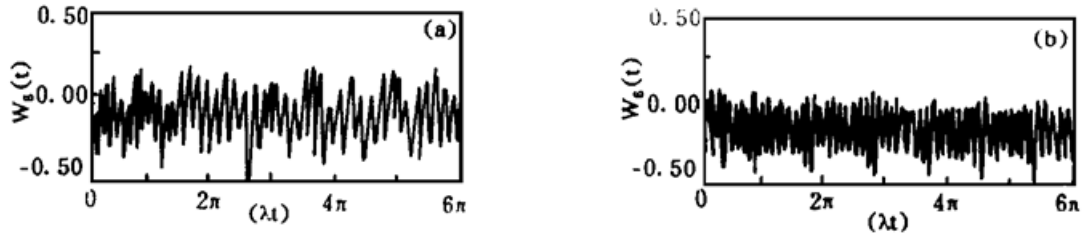


Fig. 3 The time evolution of the  $W_g(t)$ ,  $\bar{n} = 10$ ,  $\chi/\lambda = 0.5$ ,  $\Delta/\lambda = 5$   
(a)  $k = 3$ , (b)  $k = 4$

#### 4 原子偶极压缩

原子偶极压缩的概念最先是由 Walls 提出的<sup>[2]</sup>。因为一个两能级原子可以等效地用自旋为  $1/2$  的粒子的泡利(Pauli)算符  $s_x$ 、 $s_y$  和  $s_z$  来描述。定义为

$$\begin{aligned} s_x &= (1/2) [s_+ \exp(-i\omega t) + s_- \exp(i\omega t)], \\ s_y &= (1/2i) [s_+ \exp(-i\omega t) - s_- \exp(i\omega t)], \\ s_z &= (1/2) (s_+ s_- - s_- s_+). \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $s_x$  和  $s_y$  两个缓变的正交振荡分量分别对应原子偶极矩的色散和吸收部分<sup>[12]</sup>,  $s_z$  对应原子的能量。它们满足海森堡测不准关系

$$\langle (\Delta s_x)^2 \rangle \langle (\Delta s_y)^2 \rangle \geq (1/4) \langle s_z \rangle^2. \quad (14)$$

如果存在某个量子态使得

$$\langle (\Delta s_i)^2 \rangle < (1/2) | \langle s_z \rangle |, \quad (15)$$

或者

$$F_i = \langle (\Delta s_i)^2 \rangle - (1/2) | \langle s_z \rangle | < 0, \quad (i = x, y) \quad (16)$$

则说原子偶极的缓变振幅分量  $s_i$  的涨落被“压缩”。即原子呈现偶极压缩效应。数值计算发现: 不论  $\chi/\lambda$ 、 $k$  和  $\Delta/\lambda$  三者取何值时, 原子偶极矩的  $s_x$  色散分量不出现压缩。下面仅给出  $s_y$  吸收分量压缩的具体表达式。将(16)式写成如下形式:

$$(F_y)_j = \frac{1}{4} - \langle s_y \rangle_j^2 - \frac{1}{2} | \langle s_z \rangle_j | < 0. \quad (j = e, g) \quad (17)$$

式中  $(F_y)_e$  和  $(F_y)_g$  分别表示原子初始处在激发态  $|e\rangle$  和基态  $|g\rangle$  的原子偶极矩吸收分量的压缩特性函数。容易得到

$$\begin{aligned} \langle s_y \rangle_e &= - \exp(-\bar{n}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{n}^{(n+k/2)}}{n!} \frac{\lambda}{\theta_n} \sin \theta_n t \\ &\quad \times \left\{ \cos [\Delta t - \mathcal{Q}k + \chi k(2n + 2k - 1)t] \cos \gamma_{nt} \right. \\ &\quad \left. + \sin [\Delta t - \mathcal{Q}k + \chi k(2n + 2k - 1)t] \frac{\Delta/2 + \chi k(3k/2 + n - 1/2)}{\gamma_n} \sin \gamma_{nt} \right\}, \quad (18) \\ \langle s_y \rangle_g &= \exp(-\bar{n}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\bar{n}^{(n+k/2)}}{n!} \frac{\lambda}{\theta_n} \sin \theta_n t \end{aligned}$$

$$\times \left\{ \cos [\Delta t - \varphi_k + \chi k(2n - 1)t] \cos \beta_n t + \sin [\Delta t - \varphi_k + \chi k(2n - 1)t] \frac{\Delta/2 - \chi k(k/2 - n + 1/2)}{\beta_n} \sin \beta_n t \right\}. \quad (19)$$

$$\gamma_n^2 = \left[ \frac{1}{2}\Delta + \chi k \left( \frac{3}{2}k + n - \frac{1}{2} \right) \right]^2 + \lambda^2 \frac{(n + 2k)!}{(n + k)!}. \quad (20)$$

由(18)和(19)两式可以看出,  $\chi$ 、 $\Delta$  和  $k$  三者对原子偶极压缩的影响比对原子能级布居数反转的影响要复杂得多。数值计算发现(取  $\varphi = 0$ ), 在一定的条件下,  $(F_y)_e$  可在某时间范围内小于零, 即表明初始处于激发态的原子其偶极矩的吸收分量被压缩。但其压缩深度随着初始入射光场强度  $\bar{n}$  的增强而加深, 并发现初始处于基态的原子其偶极矩的吸收分量  $(F_y)_g$  不出现压缩效应。随着  $\chi/\lambda$  值的增大, 初始处于激发态的原子其偶极矩吸收分量的压缩由深变浅, 如图 4 所示。图 5 表明增大  $\Delta/\lambda$  值使得原子偶极矩的吸收分量压缩由深变浅, 以至完全消失。由图 6 可看到  $k > 2$  时无压缩效应产生。

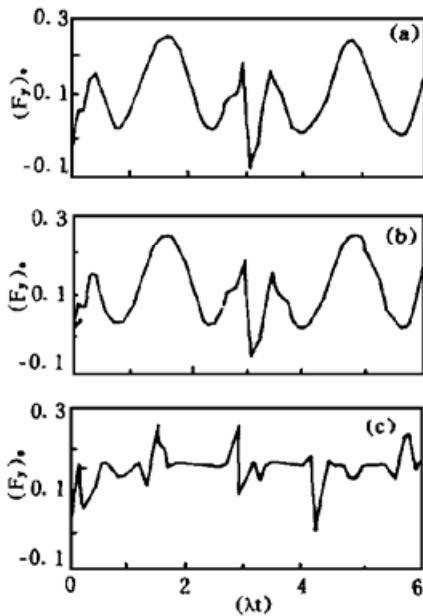


Fig. 4 The time evolution of the  $(F_y)_e$ ,  $\bar{n} = 10$ ,  $k = 2$ ,  $\Delta/\lambda = 0$

(a)  $\chi/\lambda = 10^{-6}$ , (b)  $\chi/\lambda = 10^{-3}$ , (c)  $\chi/\lambda = 1$

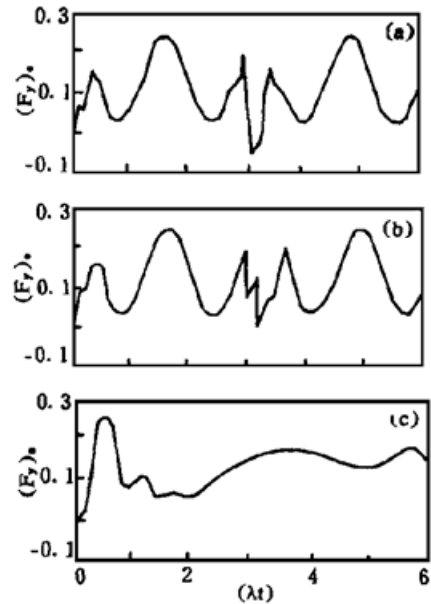


Fig. 5 The time evolution of the  $(F_y)_e$ ,  $\bar{n} = 10$ ,  $k = 2$ ,  $\chi/\lambda = 10^{-6}$

(a)  $\Delta/\lambda = 1$ , (b)  $\Delta/\lambda = 5$ , (c)  $\Delta/\lambda = 10$

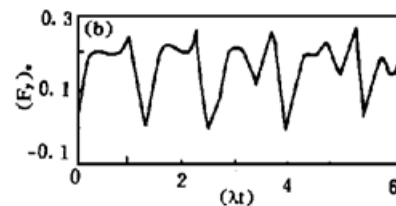
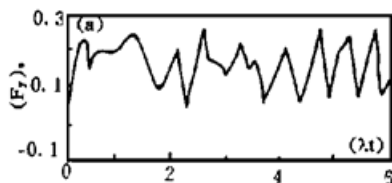


Fig. 6 The time evolution of the  $(F_y)_e$ ,  $\bar{n} = 10$ ,  $\chi/\lambda = 10^{-3}$ ,  $\Delta/\lambda = 5$

(a)  $k = 3$ , (b)  $k = 4$

**结 语** 本文从更为普遍的意义研究了含类克尔介质的多光子 J-C 模型中原子系统时间演化的量子特性。结果表明: 被类克尔介质包围的两能级原子与单模场多光子相互作用时也具

有原子反转的崩塌和复原现象、原子偶极压缩效应。原子动力学特性演化与原子初始所处状态和类克尔介质与单模场作用的耦合强度  $\chi$ 、失谐量  $\Delta$  及跃迁光子数  $k$  三者密切相关。增大  $\chi/\lambda$  的值, 原子反转拉比振荡周期变短, 幅度变小, 原子停留在初始时刻所处的状态的布居几率增大, 还导致原子偶极矩吸收分量压缩现象由深变浅, 以至完全消失。增大  $\Delta/\lambda$  值也有类似现象出现。 $k > 2$  时原子反转振荡无规则, 并无偶极压缩现象产生。

### 参 考 文 献

- [1] J. H. Eberly, N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, Preiodic spontaneous collapse and revival in a simple quantum model. *Phys. Lett.*, 1980, **44**(20) : 1323~ 1326
- [2] D. F. Walls, P. Zoller, Reduced quantum fluctuations in resonance fluorescence. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **47**(10) : 709~ 711
- [3] G. Rempe, H. Walther, N. Klain, Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(4) : 353~ 356
- [4] 周鹏, 彭金生, 双光子 J-C 模型中原子的压缩效应. *物理学报*, 1989, **38**(12) : 2044~ 2048
- [5] 罗耕贤, 郭光灿, 压缩态 J-C 模型中的崩塌-复原现象. *光学学报*, 1990, **10**(1) : 1~ 5
- [6] 罗耕贤, 郭光灿, 彭石安, 热光场与二能级原子多光子相互作用的量子统计模型. *中国激光*, 1990, **17**(2) : 99~ 103
- [7] 罗耕贤, 郭光灿, 双色场 Jaynes-Cummings 模型的量子理论. *物理学报*, 1988, **37**(12) : 1956~ 1964
- [8] 周鹏, 彭金生, 多光子 Jaynes-Cummings 模型的演化. *光学学报*, 1990, **10**(9) : 837~ 844
- [8] 周鹏, 多光子 J-C 模型原子反转的崩溃和再生效应. *中国激光*, 1993, **20**(2) : 117~ 120
- [9] V. Buzek, I. Jex, Dynamics of a two-level atom in a Kerr-like medium. *Opt. Commun.*, 1990, **78**(5/6) : 425~ 435
- [10] A. Joshi, R. R. Puri, Dynamical evolution of the two-photon Jaynes-Cummings model in a Kerr-like medium. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(7) : 5056~ 5060
- [11] 方卯发, 周鹏, 附加克尔介质双光子 J-C 模型的场熵演化. *物理学报*, 1994, **43**(4) : 570~ 579
- [12] 李孝申, 朱诗尧, 小颗粒金属表面吸附原子的荧光和共振荧光. *光学学报*, 1989, **9**(5) : 394~ 400
- [13] P. Zhou, Z. L. Hu, J. S. Peng, Effect of atomic coherence on the collapses and revivals in some generalized Jaynes-Cummings models. *J. Mod. Opt.*, 1992, **39**(1) : 49~ 62

## Time Evolution of Population Number and Dipole Squeezing of Atom in Kerr-Like Medium

Liu Tangkun

(Department of Physics, Hubei Normal University, Huangshi 435002)

Peng Jinsheng

(Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

(Received 4 February 1996; revised 5 July 1996)

**Abstract** In this paper, we study the time evolution of population number and dipole squeezing of an atom in multiphoton Jaynes-Cummings model for a high Q cavity filled with the Kerr-Like medium. The influences of coupling constant  $\chi$  and detuning  $\Delta$  on the atomic system action are discussed emphatically.

**Key words** Kerr-like medium, atomic inversion, atomic dipole squeezing.