

三维发光体成像问题研究

董丽芳* 王 龙

(中国科学院物理研究所, 北京 100080)

摘 要 采用几何光学对三维发光体的透镜成像问题进行了研究。考虑到成像光锥的贡献, 在近轴近似下, 得到了用发光体的辐射强度表示像平面上照度分布的积分表达式, 由此得到下列结果: 1) 沿光路上每一垂直于光路的平面上能量贡献是一样的。2) 由于光路积分, 探测器测到的光强涨落的幅度小于实际的涨落幅度, 但在一定的条件下, 发光体的涨落图像可重现。

关键词 成像过程, 光路积分, 涨落测量。

1 引 言

在等离子体的光学诊断中, 经常用透镜将等离子体中的某一平面成像在探测器上, 测量等离子体内的辐射强度或其光谱特性。由于等离子体, 特别是较稀疏的等离子体中自吸收很少, 它实际上是一个三维发光体。当用透镜将其中某一平面成像时, 处于成像光锥中的其它部分所发射的光也入射到探测器上。所以探测器所接收的功率实际上是沿光路的一个积分。在这种情况下, 成像是否还有意义, 或者说, 在像平面附近的等离子体是否贡献了更多的能量与信息? 这个问题是一个三维发光体成像时的空间分辨率问题。

例如, 用谱线法观测涨落时, 通常采用透镜将待测等离子体区域成像到探测器上, 以实现涨落的空间定位测量^[1, 2]。但是事实上探测器接收到的并不仅仅是探测器共轭点上的光, 而是沿整个光路的积分。如果所观测谱线沿光路方向有一定分布, 那么所测得的信号是否能真实反映待测点处的涨落呢? 这个问题关系到谱线方法是否适用于涨落的定位测量问题, 显然是十分重要的。然而, 对上述问题的分析尚未见报道。

本文对光谱法测量托卡马克等离子体涨落的定位性进行了系统研究。其结果不仅对采用谱线法定位测量等离子体密度涨落具有意义, 且对体光源光强分布的测量也具有参考价值。

2 接收光强沿光路积分问题的讨论

为测三维发光体光强的体分布, 用一个透镜将其中一点成像于探测器上(该点与探测器互称共轭点), 但是探测器接收的并不仅仅是该共轭点的光强, 空间上其他点对接收信号亦有贡献。若发光体上空间各点发出光的相位是无关的(即非相干光), 则可用几何光学处理。

* 现通讯地址: 河北大学物理系, 保定 071002。

收稿日期: 1996 年 5 月 25 日; 收到修改稿日期: 1996 年 10 月 20 日

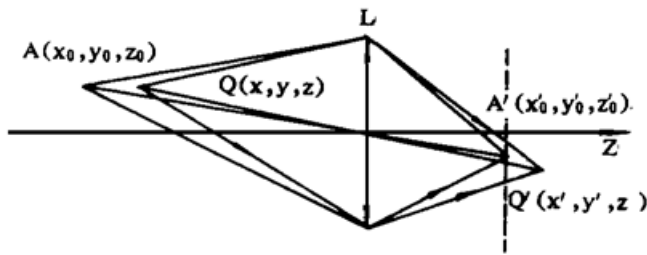


Fig. 1 Schematic diagram showing image formation. A and A' (detector) are conjugate points, Q and Q' are conjugate points

首先建立坐标系, 如图 1 所示。取主光轴为 z 轴, 透镜置于 $z = 0$ 处, $z < 0$ 为物空间, $z > 0$ 为像空间。

取像空间一点 $A'(x'_0, y'_0, z'_0)$, 设探测器就置于此处。现在来考察物空间哪些点对探测器接收光强有贡献。假设 $A(x_0, y_0, z_0)$ 成像在 $A'(x'_0, y'_0, z'_0)$, 考虑任意一点 $Q(x, y, z)$ 所发光对探测器 A' 点的贡献: 显然, 仅当 Q 落在如图 1 所示的光锥之内时, 才会

对 A' 点有贡献。圆锥在 z 处的截面为圆, 其圆心坐标为:

$$X_0 = x_0 z / z_0, \quad Y_0 = y_0 z / z_0, \quad Z_0 = z$$

半径为

$$R = r |(z_0 - z) / z_0|$$

r 为透镜半径, 因此光锥内的点满足:

$$(x - x_0 z / z_0)^2 + (y - y_0 z / z_0)^2 \leq r^2 [(z_0 - z) / z_0]^2$$

用像空间坐标表示:

$$x_0 = x'_0 z_0 / z'_0, \quad y_0 = y'_0 z_0 / z'_0, \quad -1/z_0 + 1/z'_0 = 1/f$$

光锥方程为:

$$(x - x'_0 z / z'_0)^2 + (y - y'_0 z / z'_0)^2 = r^2 (1 - z/z'_0 + z/f)^2$$

设 $Q(x, y, z)$ 的辐射强度密度为 $I(x, y, z)$, Q 点成像在 $Q'(x', y', z')$ 点。设辐射为各向同性, 当 $|z| \gg r$ (近轴条件) 时, 单位体积辐射功率通过透镜处为:

$$I(x, y, z) \pi r^2 / z^2$$

A' 面上的照度为:

$$I(x, y, z) \pi r^2 / z^2 \pi b^2 = I(x, y, z) r^2 / z^2 b^2$$

其中

$$b = r(z' - z_0) / z' = r(1 - z_0/z')$$

将 $-1/z + 1/z' = 1/f$ 代入上式, 上述照度变为:

$$\frac{I(x, y, z)}{z^2 (1 - z_0/f - z_0/z)^2} \quad (1)$$

这样便得到了光锥内所有点对放在 $A'(x'_0, y'_0, z'_0)$ 处探测器接收光强的贡献为:

$$E(x'_0, y'_0, z'_0) = \iiint \frac{I(x, y, z)}{z^2 (1 - z_0/f - z_0/z)^2} dx dy dz \quad (2)$$

其中: x, y 是在圆 $(x - x'_0 z / z'_0)^2 + (y - y'_0 z / z'_0)^2 = r^2 (1 - z/z'_0 + z/f)^2$, z 在 $-\infty \rightarrow 0$ 区间内积分。上式亦可写为:

$$E(x'_0, y'_0, z'_0) = \int_{-\infty}^0 \frac{dz}{(z - z'_0 - z_0 z / f)^2} \iint_{\Sigma} I(x, y, z) dx dy \quad (3)$$

注意到圆 Σ 的面积为:

$$S = \pi r^2 (1 - z/z_0)^2 = (\pi r^2 / z_0^2) (z - z'_0 - z z_0 / f)^2$$

$$\text{得: } E(x'_0, y'_0, z'_0) = \frac{\pi r^2}{z_0^2} \int_{-\infty}^0 \frac{dz}{S} \iint_{\Sigma} I(x, y, z) dx dy = \frac{\pi r^2}{z_0^2} \int_{-\infty}^0 k(x, y, z) dz \quad (4)$$

其中 $\langle I(x, y, z) \rangle$ 为 $I(x, y, z)$ 在圆 Σ 内的平均值, 所以在沿 z 轴的积分中, 每一截面对接收器贡献的权重是一样的, 因此得到下列结论:

定理 用透镜将一体光源成像于探测器上, 在近轴光学近似下, 物空间中与光轴垂直的任何平面上对探测器所接收功率的贡献的权重都是一样的, 而与透镜的参数及放置位置无关; 探测器所接收的功率为每一截面的平均光强沿物空间部分光路的积分。

推论一 用透镜成像法测量体光源的光强分布时, 可用阿贝变换作近似, 只需将变换结果看作平均光强的分布即可。

这一推论意味着, 从阿贝变换角度看, 用透镜成像于体光源内一点与使用平行光束(成像于无穷远)效果是一样的, 只是前者的空间分辨率在光路上各点是不一样的。

第二个问题是: 设物空间存在横向涨落, 其波长为 λ 。那么满足什么条件的光路才能测到这一涨落呢? 显然只有在探测器共轭点附近的涨落才不被平均掉, 如图 2, 设在共轭点 z_0 附近 δ 范围内横向波长为 λ 的涨落对探测器接收的功率有贡献, 则从图 2 很容易得到:

$$\delta < \lambda z / 2r$$

由此得到推论二: 纵向空间分辨率与所探测的涨落的横向波长及物距成正比, 与透镜孔径成反比。

在本文的实验情况下, 探测器可测得的波长与探测器的径向空间分辨率有关。若使用光纤探头, 设每根光纤的直径为 Φ , 光学系统的成像放大率为 a 则:

$$\lambda = \Phi/a, \quad \delta < \frac{\Phi/a}{2r} z$$

$$\text{而} \quad z = (1 - a)f/a, \quad \delta < \Phi[(1 - a)/a^2](f/2r)$$

可见被记录区域的大小与光纤的直径成正比, 与透镜的孔径比成反比, 且与像放大率有关。因而要提高涨落测量的定位性, 应选择较细的光纤和大孔径比的透镜。

以上模型假设涨落在 z 方向位相一致, 如涨落在 z 方向有位相差, 则 δ 范围还应缩小。

通过上面的讨论, 可认为在采用成像法测量等离子体涨落时, 远离探测器共轭点处的小尺度涨落将被平均, 它们只对测量光强的水平幅度有贡献, 而只有共轭点附近很小区域内的涨落被接收记录下来。

3 在涨落测量中的应用

本文所讨论的光学测量方法主要用于两个方面。一为辐射强度及其波长的测量; 二为辐射强度涨落的测量。对后一测量, 再稍仔细地研究一下上述推论二所提出的模型, 即在物空间存在辐射强度的涨落。假设这一涨落只在一个横向 x 方向变化, 并只研究其中一个分量, 即一种扰动模式:

$$I(t) = I_{dc} + I \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha \right) \tag{5}$$

其中: I_{dc} 为辐射强度的直流部分, I 为涨落部分振幅, λ 为波长, α 为一个相角。将(5)式代入(4)式即可得到成像平面上接收功率的空间分布。对于固定的 z_0 来说它是 x_0 的函数。这样就

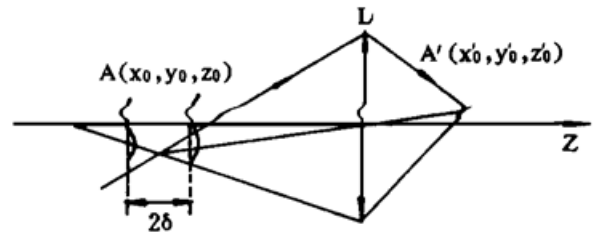


Fig. 2 The influence of integration of emitted powers over sightline on fluctuation measurement

在像空间重现了物空间的涨落,但由于来自物空间各点的相位不同,迭加后相对涨落幅度会降低。

为了推导像空间谱的特征,以及它与一些参数,特别是与物空间纵向尺寸的关系,采取了一些简化处理: 1) 把成像光锥截面视为正方形,实际上这只要在较大的透镜处加一个边长为 $2r$ 的正方形光阑即可。2) 出于一种平移对称性的考虑,无需计算 $E(x_0, y_0, z_0)$ 在像空间的分布,而只要计算 $x_0 = 0$ 一点的值随相位的变化即可代表它在像空间的分布。

利用(5)式, (4)式中被积函数为:

$$\begin{aligned}
 I(x, y, z) &= \frac{1}{2r(1 - \frac{z}{z_0})} \int_{-r(1 - \frac{z}{z_0})}^{r(1 - \frac{z}{z_0})} [I_{dc} + I \cos(\frac{2\pi x}{\lambda} + \alpha)] dx \\
 &= I_{dc} + I \frac{\lambda z_0}{2\pi r \Delta z} \sin(\frac{2\pi r \Delta z}{\lambda z_0}) \cos \alpha
 \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\Delta z = z - z_0$, 代入(4)式得到:

$$\begin{aligned}
 E(x', y', z') &= \frac{\pi r^2}{z_0^2} \int_{z_0 - D}^{z_0 + D} [I_{dc} + I \frac{\lambda z_0}{2\pi r \Delta z} \sin(\frac{2\pi r \Delta z}{\lambda z_0}) \cos \alpha] dz \\
 &= \frac{2\pi r^2 D}{z_0^2} (I_{dc} + I \cos \alpha \frac{\delta}{\pi D} \int_0^{\frac{\pi D}{\delta}} \frac{\sin x}{x} dx)
 \end{aligned} \tag{7}$$

其中 $\delta = \frac{\lambda}{2r} z$, 也就是说当上述推论二的不等式写为等式时, $D = \delta$, (7)式所表示的涨落振幅与直流振幅之比为:

$$q = \frac{I}{I_{dc}} f(\frac{\pi D}{\delta}) \tag{8}$$

其中:

$$f(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{\sin x}{x} dx \tag{9}$$

即为实际在物空间两振幅之比 $\frac{I}{I_{dc}}$ 乘上一个因子 $f(x)$, $f(x)$ 作为 $x = \frac{\pi D}{\delta}$ 的函数如图 3 所示。

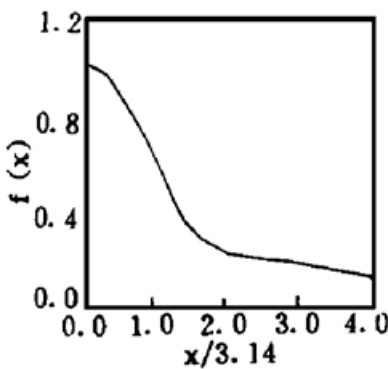


Fig. 3 The variation of the ratio $f(x)$ of relative fluctuation level measured by detector to truth value as a function of $x = \pi D/\delta$

所以,当用这一方法测量某一模式的涨落时,只要所观测的厚度(纵向尺寸)足够小,便可重现这一涨落图像,只是相对幅度有所降低。若采用一些简化模型,由(8)式可推算实际的涨落幅度。

当存在多种振荡模式(λ, α 不同)时,所得结果为其线性迭加。由于(8)式与波长 λ 无关,不存在色散,所以可照一般方法对这些模式进行分析。

在实际的实验工作中,某一谱线发射的厚度(纵向尺寸)有时可测量,有时可人为给定。如高温等离子体中的 H_{α} 线呈壳层分布,此时便可测量其厚度;当用射入原子束来激发某一谱线时,原子束的横向尺寸即可视为这一发射厚度。

结 论 作者用几何光学的方法研究了三维非相干发光体的透镜成像问题, 结果发现: 成像区域对能量无特殊贡献, 但对信息有特别贡献。所以, 当用光学方法测量等离子体密度涨落时, 尽管存在光路上的平均问题, 但在一定条件下, 成像法还是适用的。基于这一分析, 本文作者在 CT-6B 托卡马克上, 通过 H_{α} 线的空间分辨测量, 研究了等离子体的涨落问题^[3]。

本工作的结果对于采用谱线法定位测量等离子体密度涨落具有重要意义; 对于体光源的强度分布测量具有重要的参考价值。

参 考 文 献

- [1] B. Grek, J. Bartolick, D. Johnson, Observation of density fluctuations from the infrared bremsstrahlung emission on TFTR. *Rev. Sci. Instrum.*, 1992, **63**(10) : 4627~ 4629
- [2] S. J. Zweben, J. Meccheseney, R. W. Gould, Optical imaging of edge turbulence in the Caltech Tokamak. *Nucl. Fusion*, 1983, **23**(6) : 825~ 830
- [3] 董丽芳, 王 龙, 李赞良, CT-6B 托卡马克等离子体涨落的测量. *物理学报*, 1996, **45**(10) : 1694~ 1703

Study on Image Formation of Luminor Body by Lens

Dong Lifang Wang Long

(*Institute of Physics, The Chinese Academy of Science, Beijing 100080*)

(Received 25 May 1996; revised 20 October 1996)

Abstract The image formation of luminor body by lens is studied using geometrical optics. Considering the contributions due to viewed cone centred on the object point and extending through the luminor body, the distribution of intensity in the image plane can be expressed by the integration of emitted powers of luminor body over the entire sightline under the paraxial approximation. Then following results obtained: 1) the contribution of emitted power in any plane perpendicular to the sightline is all the same. 2) the relative level of the intensity fluctuations measured by detector is smaller than the true value due to the integration, but the emission fluctuations of luminor body can be reconstructed under some conditions.

Key words image formation, integration over sightline, fluctuation measurement.