

斜入射时波片相位延迟和偏振像差的精确公式

张为权

(浙江丝绸工学院物理组, 杭州 310033)

摘 要 在激光技术和偏光显微镜中常常在斜入射状态下使用波片。本文提出了一个波片相位延迟和偏振像差的精确公式。这一公式对于精确计算波片的调谐曲线和偏光显微镜的偏振像差十分重要。计算表明只要适当选择晶体的方位角, 波片的相位延迟和偏振光的椭圆率随入射角的改变能减少到最小。

关键词 相位延迟, 波片, 偏振光的椭圆率。

在偏光显微镜中双折射波片用于发散光束, 在可调谐激光器中折射滤光片往往用于斜入射情况。因此, 精确计算倾斜入射时双折射波片的位相差及偏振像差十分必要。人们在文献 [1~ 3] 中提出了他们的近似计算。这些计算存在一些缺陷: 1) 位相延迟决定于波法线程差, 不是光线程差。2) o、e 光和入射光三者一般不共面。3) e 光电矢量垂直光线, 不是波法线。4) 透射比不等于 1。本文提出了它们的精确计算公式。

设波片光轴平行晶面, 取晶面法线为 y 轴, 光轴为 z 轴。如图 1 建立坐标系, P 是晶体的主截面。图中画出了光路, k_e 是 e 光波法线, 它与下表面交点 B' 在入射面内。 S_e 是 e 光光线, 它的方向数为^[4]

$$s_x = (n_r n / n_e^2) k_x, \quad s_y = (n_r n / n_e^2) k_y, \quad s_z = (n_r n / n_0^2) k_z \quad (1)$$

式中 n 和 n_r 分别为波法线折射率和光线折射率, S_e 与下表面交点 B , B 点的坐标由

$$x = -s_x / s_y d, \quad z = -s_z / s_y d, \quad y = -d \quad (2)$$

决定, 一般它不在入射面内, d 为波片厚度, BE 是 e 光经下表面的折射光。o 光的方向数为

$$s_o = k_0 (\sin \theta_0 \sin \phi - \cos \theta_0, \sin \theta_0 \cos \phi) \quad (3)$$

式中 $\sin \theta_0 = \sin \theta_1 / n_0$, θ_1 为入射角, ϕ 为入射面 I 的方位角, o 光与下表面交点 A 的坐标 x_0, z_0 用类似方法求得。由于波片

两个面平行, 出射 o 光、e 光与入射光 $S_1 (\sin \theta_1 \sin \phi - \cos \theta_1, \sin \theta_1 \cos \phi)$ 三者平行, 但不

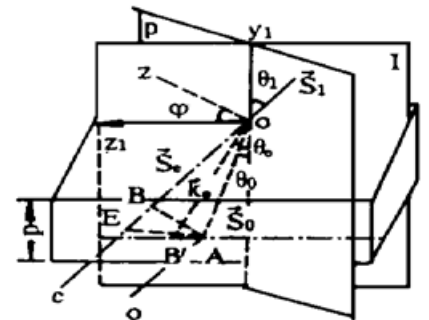


Fig. 1 Two coordinates in crystal (xyz is crystal major axis coordinate and $x_1y_1z_1$ is incident plane coordinate) and optical paths of wavevectors and rays that pass through the birfringent waveplate

共面。由图 1 可知, e 光比 o 光在空气中多走的程差 $\overline{BE} = \mathbf{BA} \cdot \mathbf{S}_i$; e 光比 o 光在晶体中多走的程差为 $n \overline{B'O} - n_0 \overline{AO}$ 。经波片后总的位相差 $\delta = (2\pi/\lambda) (n \overline{B'O} + \overline{BE} - n_0 \overline{AO})$, 由(1)式和(2)式得

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \left[\frac{n}{\cos \theta_e} - \frac{n_0}{\cos \theta_0} + s_{1x}(x_0 - x) + s_{1z}(z_0 - z) \right]$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} d \left[\frac{n}{\cos \theta_e} - \frac{n_0}{\cos \theta_0} + \sin \theta_1 [\sin^2 \phi (\text{tg } \theta_0 - \text{tg } \theta_e) + \cos^2 \phi (\text{tg } \theta_0 - \frac{n_e^2}{n_0^2} \text{tg } \theta_e)] \right] \quad (4)$$

e 光折射率 n 和波法线折射角 θ_e 由下式决定^[4]

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_e, \quad (1/n)^2 = 1/n_e^2 + (1/n_0^2 - 1/n_e^2) k_z^2$$

$$k_x = \sin \phi \sin \theta_e, \quad k_y = -\cos \theta_e, \quad k_z = \cos \phi \sin \theta_e \quad (5)$$

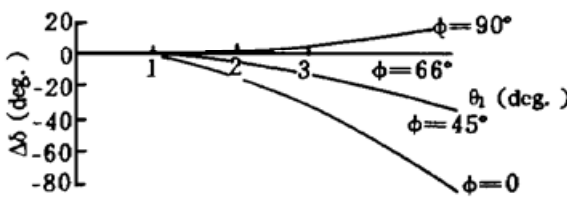
在 $\theta \leq 5^\circ$ 时, 取两级近似得

$$\delta = \delta_0 \{ 1 + (\theta_1^2/2n_e n_0^2) [n_0 - 3(n_0 + n_e) \cos^2 \phi] \} \quad (6)$$

其中 $\delta_0 = (2\pi/\lambda) d(n_e - n_0)$ 。

若 $\phi = 0^\circ, \quad \delta = \delta_0 \left[1 - \frac{2n_0 + 3n_e}{2n_e n_0^2} \theta_1^2 \right] \quad (7)$

若 $\phi = 90^\circ, \quad \delta = \delta_0 (1 + \theta_1^2/2n_e n_0)$ (8)



石英 1/4 波片 $n_o = 1.54264, n_e = 1.55170, d = 1.973 \text{ mm}, \lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 时, $\delta_0 = 113\pi/2$ 。图 2 画出了 $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 66^\circ$ 和 90° 时 $\Delta\delta$ 对 θ_1 的曲线 ($\Delta\delta = \delta - \delta_0$)。

o 光电矢量 \mathbf{E}_o 的单位矢量^[2]

$$\mathbf{E}_o = (1 + \text{tg}^2 \theta_0 \sin^2 \phi)^{-1/2} \times (1, \text{tg } \theta_0 \sin \phi, 0) \quad (9)$$

e 光电矢量 \mathbf{E}_e 的单位矢量为^[5]

$$\mathbf{E}_e = [ak_x, ak_y, ak_z] [a^2(k_x^2 + k_y^2) + b^2k_z^2]^{-1/2}$$

其中 $a = (1/n_e^2)/(k_x^2 + k_y^2), b = -(1/n_e^2)/k_z^2$ 。代入 k_x, k_y, k_z 得

$$\mathbf{E}_e = [n_e^2 \sin \phi \cos \phi \sin^2 \theta_e, -n_e^2 \cos \phi \cos \theta_e \sin \theta_e, -n_0^2 (\sin^2 \phi \sin^2 \theta_e + \cos^2 \theta_e) (\sin^2 \phi \sin^2 \theta_e + \cos^2 \theta_e)^{-1/2} \times [n_e^4 \sin^2 \theta_e \cos^2 \phi + n_0^4 (\sin^2 \phi \sin^2 \theta_e + \cos^2 \theta_e)]^{-1/2}] \quad (10)$$

若入射线偏振光电矢量 $\mathbf{E}_i = (1, 0, 1)$ 。在 θ_1 很小时, 它在 \mathbf{E}_o 和 \mathbf{E}_e 上的投影分别为

$$E_{oi} = 1 - \theta_1^2 \sin^2 \phi / 2n_0^2, \quad E_{ei} = - \{ 1 - (\theta_1^2/2n_0^2) [\sin 2\phi + (n_0^2/n_e^2) \cos^2 \phi] \} \quad (11)$$

出射光电矢量分别为

$$\mathbf{E}_{oo} = t_{12ot21o} \exp(-i\delta_o) \mathbf{E}_{oi}, \quad \mathbf{E}_{ee} = t_{12et21e} \exp(-i\delta_e) \mathbf{E}_{ei}$$

t 是两个界面上 o 光和 e 光的透射率。在小入射角时, 采用正入射近似时波片透射率为^[5]

$$t_{12ot21o} = 4n_o/(1 + n_o)^2, \quad t_{12et21e} = 4n/(1 + n)^2 \quad (12)$$

由(4)、(9)、(10)和(12)式求得出射光电矢量两分量比值

$$X = |E_{ee}|/|E_{oo}| \exp[-i(\delta_e - \delta_o)] \quad (13)$$

由此得到出射椭圆偏振光的椭偏率 e 。 e 与 θ_1 及 e 与 ϕ 的关系分别如图 3, 图 4 所示。

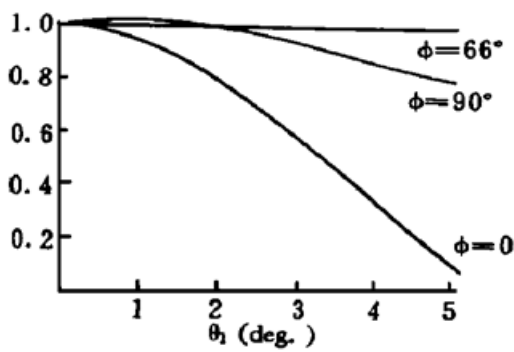


Fig. 3 Relationship between ellipticity of emergent ray and its incident angle as the line polarized light passes through the birefringent waveplate

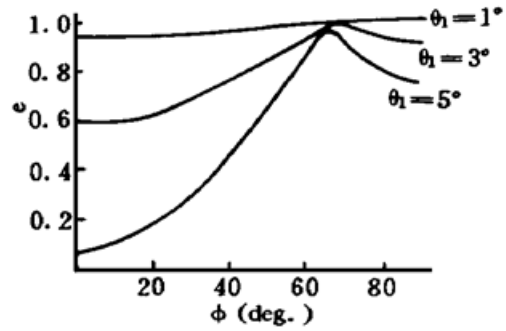


Fig. 4 Relationship between ellipticity of emergent light and azimuth angle of its incident plane

(4) 式、(13) 式分别为计算双折射波片位相延迟和偏振像差的精确公式。位相延迟和偏振像差与 ϕ 和 θ_1 有关。对于一定的 θ_1 , 在 $\phi = 66^\circ$ (不是文献[2]中 45°) 时, $\Delta\delta = 0$, $1 - e \approx 0$, 位相延迟和偏振像差近似为零。在 $\theta_1 \leq 1$ 时, $1 - e$ 几乎不随 ϕ 而变, 偏振像差很小。为保证偏振像差较小, 入射角必须小于 1° 。为了减小 δ 对入射角的依赖性, ϕ 可适当选择。由此可见, 对较厚的波片或较大入射角时, 精确的计算结果与以前文献中的近似结果相差较大。

参 考 文 献

- [1] P. D. Hale, Stability of birefringent linear retarders. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(24) : 5146~ 5753
- [2] 李国华, 肖胜安, 李继仲, 双折射波片用于发散光束的偏振像差分析. *光学学报*, 1992, **12**(4) : 365~ 369
- [3] 邵中兴, 许凤鸣, 刘旭, 倾斜入射单轴晶体的相位差改善公式. *光学学报*, 1992, **12**(6) : 570~ 571
- [4] W. Q. Zhang, General ray tracing formulas for crystal. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(34) : 7328~ 7331
- [5] 张为权, 光轴任意取向晶体薄膜的椭圆偏振术. *光子学报*, 1994, **23**(增刊 1) : 127~ 133

Accurate Formulas of Phase Retardation and Polarization Aberration for Waveplates in Oblique Incident Beam

Zhang Weiquang

(Section of Physics, Zhejiang Institute of Silk Textiles, Hangzhou 310033)

(Received 19 December 1995; revised 4 November 1996)

Abstract The waveplates are used in the laser technology and the polarization microscope often in oblique incident beam. The accurate formulas of phase shift and polarization aberration are presented. The formulas are very important calculating accurately the tuning curve of waveplates and polarization aberration of polarization microscope. The calculations show that if the azimuth angle of crystal is selected properly, the phase shift of waveplates and the ellipticity of polarized light change with incident angle can be greatly decreased.

Key words phase retardation, waveplates, ellipticity of polarized light.