

具有复折射率的多层光波导的 改善的解析方法*

胡鸿璋 赵 慈 成 钢

(天津大学应用物理系, 天津 300072)

摘 要 从理论上研究具有复折射率的多层光波导的关键是求解复数超越本征方程, 计算工作量是庞大的。本文提出了改善计算这种光波导中导模折射率的普遍公式。将它与叠代法结合起来, 即使对于高损耗或高增益的结构, 也能迅速地求得精确的结果。文中以四层和五层的金属覆盖层波导作为实例说明这一计算方法, 并将计算结果与其它方法所得的结果进行了比较。

关键词 光波导, 集成光学, 模折射率。

1 引 言

在集成光学领域, 具有复介电常数的多层光波导是非常重要的, 它们是构成许多器件的基础, 例如偏振器^[1, 2]、模分离器^[3]、探测器^[4]、集成光学放大器^[5]和激光器等。研究这类光波导光学特性的关键是解复数超越本征方程, 其计算量是庞大的。为避免在整个复数平面上‘扫描’, 人们提出了许多近似方法^[6~10]来求解导模的传播特性。在这些方法中, 大部分局限于低损耗或低增益的光波导, 并且计算公式仍然很复杂。

基于简单的微分原理, 作者推导出求解复数模折射率的普遍公式。它类似于 Sharma^[6]的叠代公式。但重要的改进在于, 本文导出的公式能够统一地适用于整个计算过程, 不再需要求助于其它的复杂公式去求解虚部。与微扰方法^[7]对比, 此公式能更简单地求解模折射率的虚部。所以, 本文中给出的公式既简单又适用于计算机计算, 将它与叠代法结合起来, 即使是高损耗或高增益的波导结构, 也能迅速求得精确的结果。文中以四层和五层金属覆盖层波导为例说明这一计算方法, 并将计算结果与其它方法所得结果进行了比较。

2 理论分析

设多层波导由 m 层介质组成, 它们具有复折射率 $n_j = n_j' + in_j'' (j = 0, 1, \dots, m-1)$, 相应的复介电常数为 $\epsilon_j = \epsilon_j' + i\epsilon_j''$, ϵ_j 与 n_j 有如下关系

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_j' &= (n_j')^2 - (n_j'')^2 \\ \epsilon_j'' &= 2n_j'n_j'' \end{aligned} \right\}, \quad j = 0, 1, \dots, m-1 \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1996 年 7 月 3 日

利用各界面的边值关系可以推导出本征方程, 并且可一般地表示为:

$$F(N, \epsilon_0' + i\epsilon_0'', \epsilon_1' + i\epsilon_1'', \dots, \epsilon_{m-1}' + i\epsilon_{m-1}'') = 0 \quad (2)$$

这里 N 是模折射率, 一般是复数。(2) 式是复数超越方程, 采用如下步骤求解:

2.1 零级解

模折射率的实部 N_r , 按常规是忽略掉(2) 式中的虚部得到, 即 N_r 由下面方程求解:

$$F(N_r, \epsilon_0', \epsilon_1', \dots, \epsilon_{m-1}') = 0 \quad (3)$$

(2) 式与(3) 式相减, 并且应用全微分公式得到:

$$(N - N_r) \frac{\partial F}{\partial N} \Big|_{N=N_r} + i \sum_{j=0}^{m-1} \epsilon_j'' \frac{\partial F}{\partial \epsilon_j} \Big|_{\epsilon_j=\epsilon_j'} = 0 \quad (4)$$

把满足(4) 式的复数值 N 作为零级解:

$$N^{(0)} = N_r - i \frac{\sum_{j=0}^{m-1} \epsilon_j'' \frac{\partial F}{\partial \epsilon_j} \Big|_{\epsilon_j=\epsilon_j'}}{\frac{\partial F}{\partial N} \Big|_{N=N_r}} \quad (5)$$

假定 m 个 $\epsilon_j (j = 0, 1, \dots, m-1)$ 中只有一个是复数, 如 ϵ_3 , 而其它是实数, (5) 式可以简化为:

$$N^{(0)} = N_r - i \epsilon_3'' \frac{\frac{\partial F}{\partial \epsilon_3} \Big|_{\epsilon_3=\epsilon_3'}}{\frac{\partial F}{\partial N} \Big|_{N=N_r}} \quad (6)$$

这就是在文献[7] 中用微扰法得到的解, 那里还给出了 $\frac{\partial F}{\partial \epsilon_3}$ 的复杂的表达式。另外, 利用隐函数的微分公式从(5) 式可得到:

$$N^{(0)} = N_r + i \sum_{j=0}^{m-1} \epsilon_j'' \frac{\partial N_r}{\partial \epsilon_j} \quad (7)$$

类似地, 如果只有一个介电常数如 ϵ_3 是复数, 上式可以简化为:

$$N^{(0)} = N_r + i \epsilon_3'' \frac{\partial N_r}{\partial \epsilon_3} \quad (8)$$

这就是文献[9] 中给出的解。这种方法的不便在于, 至少要两次求解超越方程(3), 才能得到 $\frac{\partial N_r}{\partial \epsilon_3}$ 的值。

现应用全微分公式从(2) 式可得:

$$F(N_r, \epsilon_0' + i\epsilon_0'', \epsilon_1' + i\epsilon_1'', \dots, \epsilon_{m-1}' + i\epsilon_{m-1}'') = F(N_r, \epsilon_0', \epsilon_1', \dots, \epsilon_{m-1}') + i \sum_{j=0}^{m-1} \epsilon_j'' \frac{\partial F}{\partial \epsilon_j} \Big|_{\epsilon_j=\epsilon_j'} \quad (9)$$

将(3) 式代入(9) 式得:

$$i \sum_{j=0}^{m-1} \epsilon_j'' \frac{\partial F}{\partial \epsilon_j} \Big|_{\epsilon_j=\epsilon_j'} = F(N_r, \epsilon_0', \epsilon_1', \dots, \epsilon_{m-1}') \quad (10)$$

再将(10) 式代入(5) 式得到:

$$N^{(0)} = N_r - \frac{F(N_r, \epsilon_0', \epsilon_1', \dots, \epsilon_{m-1}')}{\frac{\partial F}{\partial N} \Big|_{N=N_r}} \quad (11)$$

这个公式比起(5)式和(7)式更简单。一旦求出实数解 N_r , 所有接下来的计算都是解析求解了。

2.2 精确解

如果比值 $\frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}$ 远小于 1, 零级近似就是相当好的近似, 否则 $N^{(0)}$ 相对于 N 的精确值的误差不可以忽略。为此可用叠代法得到精度更好的高级近似:

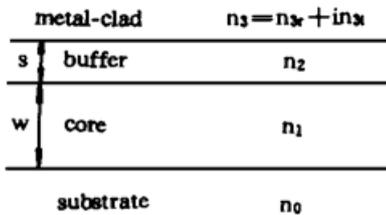
$$N^{(p+1)} = N^{(p)} - \frac{F(N^{(p)}, \epsilon_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{m-1})}{\left. \frac{\partial F}{\partial N} \right|_{N=N^{(p)}}} \tag{12}$$

在大多数情况, 计算到 $N^{(2)}$ 或 $N^{(3)}$ 就可以认为是收敛值了。

3 具有金属覆盖层的四层和五层波导的计算实例

3.1 具有金属覆盖层的四层波导

为了说明本文的方法, 将(11)式和(12)式应用于如图 1 所示的具有金属覆盖层的四层波导上。对于这种波导结构, 其本征方程和函数 F 可分别表示为^[7]:



$$h_1 w = \arctan \left(c_1 \frac{p_0}{h_1} \right) + \arctan \left(c_2 \frac{q}{h_1} \right) + m\pi, \tag{13}$$

$$m = 0, 1, 2, \dots,$$

$$F = h_1 w - \arctan \left(c_1 \frac{p_0}{h_1} \right) - \arctan \left(c_2 \frac{q}{h_1} \right) - m\pi \tag{14}$$

式中

Fig. 1 4-layer waveguides with metal-clad

$$p_{0,3} = k_0 \sqrt{N^2 - n_{0,3}^2} \tag{15a}$$

$$h_{1,2} = k_0 \sqrt{n_{1,2}^2 - N^2} \tag{15b}$$

$$\left. \begin{aligned} c_1 = c_2 = c_3 = 1, & \quad TE \text{ mode} \\ c_1 = \epsilon_1/\epsilon_0, c_2 = \epsilon_1/\epsilon_2, c_3 = \epsilon_1/\epsilon_3, & \quad TM \text{ mode} \end{aligned} \right\} \tag{16}$$

$$q = \frac{c_3 p_3 - h_2 \tan(h_2 s)}{1 + \frac{c_3 p_3}{h_2} \tan(h_2 s)} \tag{17}$$

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ 是真空中传播常数, s 和 w 分别是缓冲层和芯层厚度(见图 1)。

为避免函数 F 中出现复数反正切函数, 在(13)式两边取正切得到:

$$\tan(h_1 w) = \frac{h_1(c_1 p_0 + c_2 q)}{h_1^2 - c_1 c_2 p_0 q} \tag{18}$$

则函数 F 取下列形式:

$$F = \tan(h_1 w) - \frac{h_1(c_1 p_0 + c_2 q)}{h_1^2 - c_1 c_2 p_0 q} \tag{19}$$

出现在(11)式和(12)式中的 $\frac{\partial F}{\partial N}$ 可用数值微分或由下面解析式求解:

$$\frac{\partial F}{\partial N} = - N k_0^2 \left[\frac{w}{h_1 \cos^2(h_1 w)} + \frac{R}{(h_1^2 - c_1 c_2 p_0 q)^2} \right] \tag{20}$$

式中

$$R = \frac{c_1}{p_0 h_1} (p_0^2 + h_1^2)(h_1^2 + c_2^2 q^2) + c_2 (h_1^2 + c_1^2 p_0^2) \left(\frac{q}{h_1} - \frac{h_1 q}{h_2^2} + h_1 G \right)$$

$$G = \frac{c_3 (h_2^2 + p_3^2) + p_3 s (h_2^2 + c_3^2 p_3^2)}{p_3 [h_2 \cos(h_2 s) + c_3 p_3 \sin(h_2 s)]^2}$$

把 F 中的 h_1 视为独立变量, 采用类似的方法可以导出叠代公式:

$$h_1^{(p+1)} = h_1^{(p)} - \frac{F(h_1^{(p)}, \epsilon_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_{m-1})}{\left. \frac{\partial F}{\partial h_1} \right|_{h_1 = h_1^{(p)}}}, \quad p = -1, 0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

这里 $h_1^{(-1)}$ 表示 h_{1r} , 亦即 h_1 的实部, 它可由(15b) 式中用 N_r 代替 N 求得。 $\frac{\partial F}{\partial h_1}$ 可以数值求解或解析求解。由于导模折射率接近于 n_1 , 在叠代过程中, h_1 变化要比 N 的变化大, 并且叠代公式(21) 比(12) 式常常收敛得更快。知道了 h_1 , 就可以从(15b) 式求得 N 。

本文作者计算了具有金属覆盖层的四层波导的模的折射率, 该四层波导 Al/glass/ $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiO}_2$ 的参数采用文献[7]中的数据, 即: $n_0 = 1.453$ (SiO_2), $n_1 = 1.758$ (Al_2O_3), $n_2 = 1.54$ (芯层 7059 玻璃), $n_3 = 1.2 - i7.0$ (Al), $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $w = 0.6328 \mu\text{m}$, $s = 0.1 \mu\text{m}$ 。由(21) 式和(12) 式计算得到的结果列于表 1 中。还将 $h_1^{(p)}$ 或 $N^{(p)}$ ($p = 0, 1, \dots$) 代入(19) 式的右方, 将得到的结果取绝对值, 作为函数 F 的模, 并将此值作为计算精度的指示, 也列在表 1 中。可以看到, 用(21) 式叠代比(12) 式收敛更快。另外表 1 中也给出了 $\text{She}^{[7]}$ 的结果, 他的结果相当于本文的零级解, 与准确结果比较其误差是不能忽略的, 特别是对高损耗模 (TM_0 模和 TM_1 模)。

Table 1. Modal indices for Al/glass/ $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{SiO}_2$ guide

mode	zero-order			first-order			second-order			reference
	$N_r^{(0)}$	$-N_i^{(0)} \times 10^3$	$ F $	$N_r^{(1)}$	$-N_i^{(1)} \times 10^3$	$ F $	$N_r^{(2)}$	$-N_i^{(2)} \times 10^3$	$ F $	
TE_0	1.715834	0.106	1.1×10^{-5}	1.715834	0.106	1.2×10^{-7}	1.715834	0.106	1.2×10^{-7}	this work*
	1.715832	0.105	2.0×10^{-4}	1.715834	0.106	4.6×10^{-6}	1.715834	0.106	1.1×10^{-6}	this work**
	1.715860	0.112								[7]
TE_1	1.588182	0.417	2.6	1.588253	0.458	5.8×10^{-2}	1.588252	0.457	7.8×10^{-4}	this work*
	1.587909	0.405	10.3	1.588305	0.576	4.2	1.588292	0.443	1.4	this work**
	1.588360	0.486								[7]
TM_0	1.726585	1.734	0.22	1.726161	2.722	6.1×10^{-3}	1.726183	2.743	4.0×10^{-6}	this work*
	1.726506	1.372	0.28	1.726065	2.708	2.4×10^{-2}	1.726182	2.748	8.1×10^{-4}	this work**
	1.730206	4.789								[7]
TM_1	1.636620	7.398	4.6×10^{-2}	1.637284	7.107	2.6×10^{-4}	1.637286	7.103	8.4×10^{-7}	this work*
	1.636625	7.125	4.2×10^{-2}	1.637283	7.100	2.5×10^{-4}	1.637286	7.103	3.1×10^{-6}	this work**
	1.645877	9.630								[7]

* Calculated with Eq. (21)

** Calculated with Eq. (12) and Eq. (19)

3.2 具有金属覆盖层的五层波导

采用文献[6]中的波导, 即空气/Al/SiN/GaAs/AlGaAs 五层波导, 其中 $n_1 = 1.0$ (空气), $n_2 = 1.95$ (SiN), $n_3 = 1.2033 - i11.445$ (Al), $n_4 = 3.4406$ (GaAs), $n_5 = 3.4145$ (AlGaAs), $\lambda = 1.15 \mu\text{m}$, 并且 Al, SiN, GaAs 层的厚度分别为 $0.05 \mu\text{m}$, $0.007 \mu\text{m}$, $1.5 \mu\text{m}$ 。函数 F 在文献[6]中已给出, 应用(11) 式和(12) 式计算了 TE_0 , TM_0 和 TM_1 模的复数模折射率, 结果示于表 2 中。计算结果与文献[6]符合很好, 而文献[6]中 $N^{(0)}$ 的虚部是由场分布求得并且计算公式复杂。

Table 2. Modal indices for Air/Al/SiN/GaAs/AlGaAs guide

mode	zero-order		first-order		second-order		third-order		reference
	$N_r^{(0)}$	$-N_i^{(0)} \times 10^3$	$N_r^{(1)}$	$-N_i^{(1)} \times 10^3$	$N_r^{(2)}$	$-N_i^{(2)} \times 10^3$	$N_r^{(3)}$	$-N_i^{(3)} \times 10^3$	
TE ₀	3.42854	0.0160	3.42854	0.016	3.42854	0.016	3.42854	0.016	this work
	3.42850	0.017			3.42850	0.016	3.42850	0.016	[6]
TM ₀	3.43955	3.850	3.44003	5.392	3.44015	5.293	3.44015	5.292	this work
	3.44250p	5.832			3.44010	5.252	3.4401	5.254	[6]
TM ₁	3.41911	2.341	3.41827	2.541	3.41832	2.482	3.41832	2.482	this work
	3.41870	2.311			3.41830	2.471	3.4183	2.472	[6]

参 考 文 献

- [1] A. Reisinger, Characteristics of optical guided modes in lossy waveguides. *Appl. Opt.*, 1973, **12**(5) : 1015~ 1023
- [2] Y. Yamamoto, T. Kamiya, H. Yamai, Characteristics of guided modes in multilayer metal-clad planar optical guide with low index dielectric buffer. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1975, **QE-11**(9) : 729~ 737
- [3] C. Edge, R. J. Duthie, M. J. Wale, Passive integrated optical polarisation mode-splitter in Lithium Niobate employing a resonant metal loaded structure. *Electron. Lett.*, 1990, **26**(22) : 1855~ 1856
- [4] R. J. Deri, W. Doldissen, R. J. Hawkins *et al.*, Efficient vertical coupling of photodiodes to In-GaAsP rib waveguides. *Appl. Phys. Lett.*, 1991, **58**(24) : 2749~ 2751
- [5] R. Brinkmann, M. Dinand, I. Baumann *et al.*, Acoustically tunable wavelength filter with gain. *IEE Photonics Technol. Lett.*, 1994, **6**(4) : 519~ 521
- [6] E. K. Sharma, M. P. Singh, Multiplayer waveguide devices with absorbing layers: an exact analysis. *J. Opt. Commun.*, 1993, **14**(4) : 134~ 137
- [7] S. X. She, Metal-clad multilayer dielectric waveguide: accurate perturbation analysis. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, **7**(9) : 1582~ 1590
- [8] S. X. She, Propagation loss in metal-clad waveguides and weakly absorptive waveguides by a perturbation method. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(16) : 900~ 902
- [9] C. Ma, S. Liu, Effect of metal cladding thickness on guide-mode optical characteristics for metal-clad four-layer waveguides. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, **7**(9) : 1577~ 1581
- [10] A. K. Ghatak, K. Thyagarajan, M. R. Shenoy, Numerical analysis of planar optical waveguides using matrix approach. *J. Lightwave Technol.*, 1987, **LT-5**(5) : 660~ 667

An Improved Method for the Exact Analysis of Multilayer Optical Waveguide with Complex Dielectric Constants

Hu Hongzhang Zhao Zi Cheng Gang

(Department of Applied Physics, Tianjin University, Tianjin 300072)

(Received 3 July 1996)

Abstract The theoretical study on optical characteristics of multilayer optical waveguides with complex dielectric constants involves great quantities of computation to solve the complex transcendental eigenvalue equation. In this paper an improved and generalized formula for calculating the complex modal refractive indices of guided modes is presented. In combination with iteration method very exact results can be rapidly obtained even for high loss or high gain structures. The procedure is illustrated on 4-layer and 5-layer metal-clad waveguides and the calculated results are compared with that obtained by other methods.

Key words optical waveguide, integrated optics, modal refractive index.