

# 双色相干场高次谐波

李学信 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘 要** 通过数值求解一维含时薛定谔方程, 研究了激光频率对谐波辐射的影响以及双色相干场(基频光与其二倍频光或三倍频光)作用于原子时的谐波辐射行为。结果表明, 在其它条件相同时, 用低频入射光可获得更高次谐波, 但转换效率较低, 高频入射光转换效率较高, 但只能获得较低次谐波。基频光及其三倍频光同时作用于原子, 谐波次数和转换效率都有所提高。基频光及其二倍频光同时作用于原子, 不但谐波次数增多, 转换效率提高, 重要的是除了通常的奇次谐波外, 还出现了偶次谐波。并定性解释了其产生机制和谐波效率提高的原因。

**关键词** 一维含时薛定谔方程, 双色相干场, 高次谐波。

## 1 引 言

自激光器诞生以来, 谐波辐射一直是人们研究的重要课题之一。由于谐波法可以获得新的激光谱线, 能够把激光推向更短波长, 因此倍受重视, 特别是近年来的强场高次谐波实验和理论更是把谐波研究推向了高潮<sup>[1-5]</sup>。因为高次谐波是实现极紫外及软 X-射线的重要方法<sup>[6]</sup>, 为达到真正实用的目的, 必须设法获得高效率的高次谐波。实验已经表明<sup>[7, 8]</sup>, 利用双色相干场可以提高谐波转换效率和获得更短波长。对于双色场由于实验条件控制上的困难, 到目前为止还没有真正获得更高次谐波, 但却为人们提供了一种新手段, 只要能适当地控制实验条件, 双色相干场可能成为产生高转换效率高次谐波的重要方法。本文通过数值求解一维含时薛定谔方程研究了激光频率对谐波辐射的影响, 以及双色相干场对谐波辐射的影响。结果表明, 双色场确实有利于谐波转换效率的提高和谐波次数的增加。

## 2 薛定谔方程及其数值解

采用原子单位和单电子近似, 一维势的形式取为  $V(x) = -\frac{b}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ , 这样选取的原因, 适当调节  $b$  可改变势的深度, 改变  $a$  可以适当考虑三维空间中另外两个变量的影响, 同时也可避免数值计算中  $x = 0$  的困难, 特别指出的是, 这里给出的是一原子模型, 而不针对任何真实原子, 计算中取  $a = b = 1$ 。有了一维势的表示式, 将得到如下的定态薛定谔方程:

$$\left(-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right) \Psi(x) = \epsilon \Psi(x) \quad (1)$$

式中  $\epsilon$  和  $\Psi(x)$  分别为本征能量和本征波函数。数值求解方程(1), 可得到一系列本征能量  $\epsilon_n$  和本征波函数  $\Psi_n(x)$ 。在本文的计算中只需求出基态能量  $\epsilon_g$  和基态本征波函数  $\Psi_g(x)$ 。求得基态能量为  $-0.66982$  a. u., 基态本征波函数  $\Psi_g(x)$  是求解含时薛定谔方程的初始条件。在外激光场  $E(t) = f(t)[E_1 \sin(\omega t) + E_n \sin(n\omega t)]$  作用下, 其中  $f(t)$  为脉冲包络, 可以根据情况选取, 在文中的计算取  $f(t) = 1$ , 即采用方形脉冲, 此时的含时薛定谔方程为:

$$i \frac{\partial \Psi(t, x)}{\partial t} = \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + x[E_1 \sin(\omega t) + E_n \sin(n\omega t)] \right\} \Psi(t, x) \quad (2)$$

利用基态波函数  $\Psi_g(x)$  作初始条件, 数值求解方程(2), 可得到任何时刻的波函数  $\Psi(x_i, t_j)$ , 其中  $x_i$  和  $t_j$  分别为数值计算中的第  $i$  个空间坐标和第  $j$  个时间坐标。利用求得的波函数  $\Psi(x_i, t_j)$  可以得到电偶极矩的期待值

$$d(t_j) = \sum_i \Psi^*(x_i, t_j) x_i \Psi(x_i, t_j) \delta x \quad (3)$$

对  $d(t_j)$  进行傅里叶变换

$$d(\Omega) = \sum_j d(t_j) \exp(i\Omega t_j) \delta t \quad (4)$$

可得到光辐射振幅  $d(\Omega)$ , 而  $|d(\Omega)|^2$  就是相应的光谱强度, 其中  $\delta x$  和  $\delta t$  分别为数值计算中的空间步长和时间步长。

### 3 计算结果与讨论

计算中取  $E_1 = E_n = 0.05$ ,  $\omega = 0.056$  (800 nm), 作者首先计算了同样条件下[光强相同, 脉冲持续时间相同(20个基频光周期), 原子电离能相同]谐波辐射随入射激光频率的变化。图 1(a) 对应于  $\omega = 0.056$  频率的入射光及其二倍频和三倍频光入射时得到的结果。可以看出, 对于低频入射光, 平台区非常明显, 平台区截止位置对应于 23 次谐波, 转换效率约为  $10^{-8} - 10^{-7}$  之间; 用二倍频光时, 平台区上只有 3, 5, 7, 9 次谐波, 相应的转换效率约为  $10^{-6} - 10^{-5}$  之间; 对三倍频光而言, 只有 3, 5 次谐波位于平台区, 这时的转换效率在  $10^{-5} - 10^{-4}$  之间。可以看出平台区截止位置处的谐波频率分别为基频入射光的 23, 18 和 15 倍, 即低频入射光可获得更高次谐波, 而高频入射光可获得更高转换效率, 与实验上得到的结果相一致<sup>[1-5]</sup>。这个结论给作者一个暗示, 即能否用低频光和高频光同时作用于原子而获得具有高转换效率的更高次谐波辐射。图 1(b) 为用  $\omega = 0.056$  及其二倍频光同时作用于原子得到的谐波辐射谱。图 1(c) 为用  $\omega = 0.056$  及其三倍频光同时作用于原子时的谐波辐射谱。由图 1(c) 可以看出, 基频光及其三倍频光同时作用于原子时, 平台区截止位置处为 31 次谐波, 得到的仍然只有奇次谐波。一次谐波已不是最强的, 三次谐波为最强的。原因是, 一次谐波只与基频入射光有关, 而三次谐波不仅与三倍频入射光有关, 而且基频入射光也可以产生三次谐波, 使得三次谐波强于一次谐波。转换效率从  $10^{-5}$  逐渐降至  $10^{-8}$ , 与只有基频入射光相比, 平台区截止位置处的谐波次数和转换效率都明显提高。由图 1(b) 可以看出, 基频光与其二倍频光同时作用于原子时, 不仅有奇次谐波, 而且还出现了偶次谐波。这时的二次谐波最强, 原因同上。平台区截止位置处对应于第 35 次谐波, 转换效率在  $10^{-7} - 10^{-6}$  之间。转换效率和谐波次数明显高于只有基频入射光时的结果, 与实验<sup>[7]</sup>得到的结果相符合。下面用能级间的跃迁来定性分析各种光作用下的谐波辐射机制以及双色相干场能提高谐波转换效率的原因。

对单个入射光而言, 由于采用电偶极矩近似, 电子只能吸收奇数个光子达到相反宇称

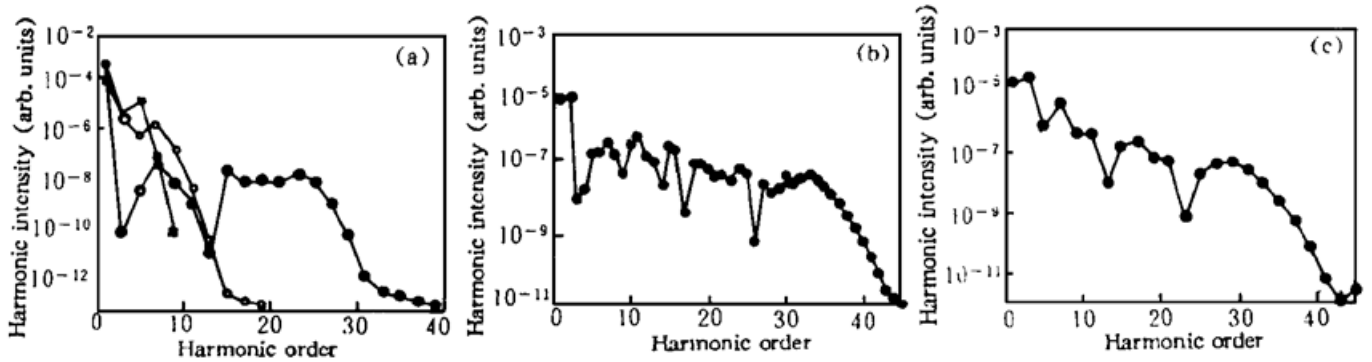


Fig. 1 The harmonic spectra of atom under same laser intensity with different frequency. (a) solid circles, diamonds and squares are for  $\omega = 0.056$ ,  $0.112$  and  $0.168$ , respectively. (b) two colour fields with  $\omega = 0.056$  and  $\omega = 0.112$ . (c) two colour fields with  $\omega = 0.056$  and  $\omega = 0.168$

态, 然后反向跃迁产生奇次谐波。与高频入射光相比, 达到同一能级用低频入射光需要吸收较多的光子。因此, 用低频入射光具有较低的转换效率。对双色场而言, 达到某一能级的路径远多于单色场作用时的路径。如基频光与其三倍频光同时入射, 要获得第 9 次谐波, 可以直接吸收 9 个基频光子; 也可以直接吸收 3 个三倍频光子; 或吸收 3 个基频光子和两个三倍频光子; 或吸收 6 个基频光子和 1 个三倍频光子等都可获得第 9 次谐波。吸收的光子总数为奇数, 符合电偶极矩跃迁条件。由于可能的跃迁路径较多, 因此, 可提高转换效率。对基频光和二倍频入射光而言, 如要得到第 9 次谐波, 可直接吸收 9 个基频光子, 或 5 个基频光子和 2 个二倍频光子, 或 1 个基频光子和 4 个二倍频光子等。如要获得第 10 次谐波, 可直接吸收 5 个二倍频光子, 或 3 个二倍频光子和 4 个基频光子, 或 1 个二倍频光子和 8 个基频光子等, 吸收的光子数为奇数, 也不违背电偶极矩跃迁选择定则。由上面的分析可知, 用双色场时, 为得到某次谐波, 跃迁通道远多于只有一个外场时的跃迁通道, 因此可提高转换效率。

**结 论** 低频入射光能获得较高的谐波次数, 高频入射光能得到较高的转换效率。低频光及其倍频光同时入射于原子时可得到高转换效率的高次谐波, 特别是低频光及其二倍频光同时作用于原子时, 谐波次数和转换效率明显提高, 除了通常的奇次谐波外, 还出现了同样强度的偶次谐波。

### 参 考 文 献

- [1] N. Sarukura, K. Hata, T. Adachi *et al.*, Coherent soft X-ray generation by the harmonic of an ultra-high power KrF laser. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **43**(3) : 1669~ 1672
- [2] J. J. Macklin, J. D. Kmetec, C. L. Gordon III., High order harmonic generation using intense fs pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(6) : 766~ 769
- [3] A. L'Huillier, P. Balcou., High order harmonic generation in rare gases with a 1-ps 1053 nm laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(6) : 774~ 777
- [4] M. D. Perry, G. Mourou., Terawatt and petawatt subpicosecond lasers. *Science*, 1994, **264**(3) : 917 ~ 924
- [5] K. Kondo, N. Sarukura, K. Sajki *et al.*, High order harmonic generation by ultrashort KrF and Ti:sapphire lasers. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(4) : R2480~ 2483
- [6] J. L. Krause, K. J. Schafer, K. C. Kulander., High order harmonic generation from atoms and ions in the high intensity regime. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(24) : 3535~ 3538

- [7] S. Watanabe, K. Kondo, Y. Nabekawa *et al.*, Two colour phase control in tunneling ionization and harmonic generation by a strong laser field and its third harmonic. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **73**(20) : 2692~ 2695
- [8] M. D. Perry, J. K. Crane, High order harmonic emission from mixed fields. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **48**(6) : R4051~ R4054

## High-Order Harmonic Generation of Two Colour Coherence Fields

Li Xuexin      Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 24 May 1996; revised 4 November 1996)

**Abstract** By solving the 1-dimensional time-dependent Schrödinger equation, the effects of laser frequency and two colour coherence fields on high-order harmonic generation (HOHG) of atom under the same laser intensity are studied. The results show that with higher laser frequency, one can get lower order harmonics but higher conversion efficiency; with lower laser frequency, get higher order harmonics but lower conversion efficiency; with two colour laser fields, both the harmonic order and conversion efficiency are raised obviously. With the first harmonic and its second harmonic the even order harmonics can be obtained.

**Key words** 1-dimensional time-dependent Schrödinger equation, two colour coherence fields, high-order harmonic generation.