

# 有增益及损耗的平板波导导模 的精确微扰分析\*

余守宪

(北方交通大学物理系, 北京 100044)

**摘 要** 给出求含有增益层与损耗层的突变与渐变折射率剖面多层平板波导导模的微扰理论与解析计算公式。举例讨论了导模模式的增益(或损耗)与结构参数和偏振的关系。本文方法较求解复本征值的打靶法等简便且节省机时。对于(半导体激光器与半导体激光放大器等)实际遇到的波导结构能给出精确数值结果,并可用以分析材料的增益系数或损耗对 TE 和 TM 模式及其增益的影响等问题。

**关键词** 光波导, 复传播常数, 增益与损耗, 微扰法。

## 1 引 言

在半导体激光器、含金属层及损耗层的波导等等许多情况下,导模的分析需要复折射率波导特征方程的复本征值(即复传播常数)。对于多层突变与渐变折射率波导,已有转移矩阵和散射矩阵法或打靶法<sup>[1-4]</sup>等,但均较繁复。

作者曾给出用以分析金属包层突变与渐变折射率平板波导的微扰方法<sup>[5-7]</sup>,并说明直到近截止区能给出精确结果,与复本征值方程的精确数值解十分吻合。本文将此法推广到既含增益层又含损耗层的多层复折射率平板波导情况,可用以分析材料增益系数及损耗系数对于 TE 模和 TM 模模式及其增益等的影响。

## 2 复折射率平面波导的微扰理论与方法

微扰理论表明<sup>[6]</sup>,当各层的复折射率虚部比实部小得多时,在一级近似下,模折射率  $N(N = \beta/k_0, \beta$  为复传播常数,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  为真空中的波数)的实部  $N'$  等于当折射率取实部数值时的实本征值方程的实根,而虚部(对应于增益或损耗系数)则可用求偏导数的方法求得<sup>[6]</sup>。本文给出在二级近似下微扰理论的有关计算式与算法。

为简单起见,仅考虑有两层波导的折射率平方( $\epsilon_1 = n_1^2, \epsilon_2 = n_2^2$ )为复数的情况(一般情况可仿此处理),本征值方程写成

$$F(N, \epsilon_1, \epsilon_2, \dots) = 0 \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1996 年 8 月 16 日; 收到修改稿日期: 1996 年 10 月 7 日

式中函数  $F$  是模折射率  $N$ , 波导介电系数  $\epsilon_1, \epsilon_2$  以及其它结构参数(厚度等)的函数, 其具体数学形式可按波导结构的场分布与连续性条件得出(后面将举例说明)。

将在实本征值方程  $F(N, \epsilon_1', \epsilon_2', \dots) = 0$  的本征值记作  $N_0'$ , 于是, 在方程(1)中取  $N = N' + jN''$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_1' + j\epsilon_1''$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon_2' + j\epsilon_2''$  ( $j \equiv \sqrt{-1}$ ), 有

$$F(N' + jN'', \epsilon_1' + j\epsilon_1'', \epsilon_2' + j\epsilon_2'', \dots) = 0$$

取  $\Delta N = \Delta N' + j\Delta N''$ ,  $\Delta\epsilon_1 = j\epsilon_1''$ ,  $\Delta\epsilon_2 = j\epsilon_2''$ , 利用泰勒级数在  $N = N_0'$  附近展开到二次幂项, 为简便计, 令

$$\begin{aligned} F_N &= \left[ \frac{\partial F}{\partial N} \right]_{N=N_0'}, & F_{NN} &= \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial N^2} \right]_{N=N_0'}, & F_{N\epsilon_i} &= \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial N \partial \epsilon_i} \right]_{N=N_0'} \\ F_{\epsilon_2} &= \left[ \frac{\partial F}{\partial \epsilon_2} \right]_{N=N_0'}, & F_{\epsilon_i \epsilon_i} &= \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial \epsilon_i^2} \right]_{N=N_0'}, & & (i = 1, 2) \\ & & F_{\epsilon_1 \epsilon_2} &= \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial \epsilon_1 \partial \epsilon_2} \right]_{N=N_0'} \end{aligned}$$

即得

$$\begin{aligned} F_N(\Delta N' + j\Delta N'') + j(F_{\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{\epsilon_2} \epsilon_2'') + \frac{1}{2} [(\Delta N')^2 - (\Delta N'')^2 + 2j\Delta N' \Delta N''] F_{NN} \\ - (1/2) F_{\epsilon_1 \epsilon_1} \epsilon_1''^2 - (1/2) F_{\epsilon_2 \epsilon_2} \epsilon_2''^2 + j(F_{N\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{N\epsilon_2} \epsilon_2'')(\Delta N' + j\Delta N'') - F_{\epsilon_1 \epsilon_2} \epsilon_1'' \epsilon_2'' = 0 \end{aligned}$$

令实部和虚部分别等于零, 即得

$$\begin{aligned} F_N \Delta N' + (1/2) F_{NN} [(\Delta N')^2 - (\Delta N'')^2] - (1/2) F_{\epsilon_1 \epsilon_2} \epsilon_1''^2 - (1/2) F_{\epsilon_2 \epsilon_2} \epsilon_2''^2 \\ - (F_{N\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{N\epsilon_2} \epsilon_2'') \Delta N'' - F_{\epsilon_1 \epsilon_2} \epsilon_1'' \epsilon_2'' = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$F_N \Delta N'' + F_{\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{\epsilon_2} \epsilon_2'' + \Delta N' (F_{N\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{N\epsilon_2} \epsilon_2'') + F_{NN} \Delta N' \Delta N'' = 0 \quad (3)$$

在一级近似下, 取(3)式中  $\Delta N' = 0$ , 即得复模折射率  $N$  的实部与虚部各为

$$N_1' = N_0', \quad N_1'' = (\Delta N'')_1 = -F_N^{-1} (F_{\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{\epsilon_2} \epsilon_2'') \quad (4)$$

求二级近似, 将(4)式中给出的  $(\Delta N'')_1$  值代入(2)式, 于是, 精确到  $\epsilon''^2$  项, 得到

$$\begin{aligned} F_N (\Delta N')_2 = (1/2) F_{NN} (\Delta N'')_1^2 + (F_{N\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{N\epsilon_2} \epsilon_2'') (\Delta N'')_1 \\ + (1/2) (F_{\epsilon_1 \epsilon_1} \epsilon_1''^2 + F_{\epsilon_1 \epsilon_2} \epsilon_1'' \epsilon_2'' + 2F_{\epsilon_2 \epsilon_2} \epsilon_2''^2). \end{aligned} \quad (5)$$

因而模折射率的实部可由(5)式求出, 为  $N_2' = N_0' + (\Delta N')_2$ 。将(5)式代入(3)式, 于是, 精确到  $\epsilon''^3$  项, 可得

$$N_2'' = N_1'' - [(\Delta N')_2 / F_N] [F_{N\epsilon_1} \epsilon_1'' + F_{N\epsilon_2} \epsilon_2'' + F_{NN} (\Delta N'')_1] \quad (6)$$

以上  $N_2'$  与  $N_2''$  给出所求的二级近似值。

实例计算表明, 一级近似值  $N_1'$  及  $N_1''$  一般已足够精确, 但为提高精确度或作为一级近似值精确度的检验, 也可视情况考虑用二级近似计算。

一级近似计算是简单易行的, 只需按问题中函数  $F$  的具体表达式, 计算出一阶偏导数  $\partial F / \partial N$ ,  $\partial F / \partial \epsilon_1$  和  $\partial F / \partial \epsilon_2$  的表达式, 即可用来求出模折射率的虚部  $N_1''$  之值,  $N_1''$  的正、负号(模式是增益或损耗模)取决于  $[(\partial F / \partial \epsilon_1) \epsilon_1'' + (\partial F / \partial \epsilon_2) \epsilon_2''] / (\partial F / \partial N)$  的正、负号, 而模式的增益系数  $g = 2k_0 N_1''$ , 方程  $(\partial F / \partial \epsilon_1) \epsilon_1'' + (\partial F / \partial \epsilon_2) \epsilon_2'' = 0$  则给出增益模与损耗模的转变点。

在二级近似下, 计算  $N_2'$  与  $N_2''$  时, (5)式与(6)式中的各个二阶偏导数值可以借助一阶偏

导数的计算式用简单的数值微分法求出。

### 3 多层突变折射率波导: 实例与讨论

作为多层突变折射率波导的实例: 一个有关半导体激光放大器的模式计算<sup>[3, 4]</sup>。考虑一个五层的对称平板波导结构, 中心层为厚度  $2d_1$  的有源层,  $2d_1 = 0.4 \mu\text{m}$ , 折射率为  $n_1 = 3.60 + j0.010$ , 两侧为厚度  $d_2$  的有损耗导引层,  $d_2 = 0.20 \mu\text{m}$ , 折射率  $n_2 = 3.40 - j0.002$ , 外层为空气层,  $n_3 = 1$ , 波长  $\lambda_0 = 1.30 \mu\text{m}$ <sup>[3]</sup>。以下分别考虑  $3.60 \geq N' \geq 3.40$  的偶模  $\text{TE}_0$  和  $\text{TM}_0$  以及  $3.40 \geq N' \geq 1$  的各个  $\text{TE}$  模和  $\text{TM}$  模。

#### 3.1 $n_2' \leq N' \leq n_1'$ 情形

对于偶模, 由场分布及连续性条件, 不难导出本征值方程为

$$F = k_1 d_1 - \text{tg}^{-1}(c_{12} p_2 z / k_1 z) - M\pi = 0, \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

式中  $Z = (c_{23} p_3 + p_2 \text{th } p_2 d_2) / (p_2 + c_{23} p_3 \text{th } p_2 d_2)$ ,  $k_1 = k_0 \sqrt{\epsilon_1 - N^2}$ ,

$$p_2 = k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_2}, \quad p_3 = k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_3}$$

$$\text{TE 模:} \quad c_{12} = c_{23} = 1$$

$$\text{TM 模:} \quad c_{12} = \epsilon_1 / \epsilon_2, \quad c_{23} = \epsilon_2 / \epsilon_3$$

由微分运算, 容易求得  $\partial F / \partial N$ ,  $\partial F / \partial \epsilon_1$  与  $\partial F / \partial \epsilon_2$  的表达式。(为省篇幅, 表达式从略)。利用各表达式即可求出导模折射率  $N$  的一级近似值与二级近似值。

#### 3.2 $n_3' \leq N' \leq n_2'$ 情形

由场分布及连续性条件, 不难导出本征值方程为

$$F = k_1 d_1 - (M + l/2)\pi - \text{tg}^{-1}(c_{12} k_2 Z z / k_1) = 0, \quad M = 0, 1, 2, \dots, \quad l = 0, 1 \quad (8)$$

其中  $l = 0$  为偶模,  $l = 1$  为奇模, 而

$$k_1 = k_0 \sqrt{\epsilon_1 - N^2}, \quad k_2 = k_0 \sqrt{\epsilon_2 - N^2}, \quad p_3 = k_0 \sqrt{N^2 - \epsilon_3}$$

$$Z = (c_{23} p_3 - k_2 \text{tg } k_2 d_2) / (k_2 + c_{23} p_3 \text{tg } k_2 d_2)$$

$c_{12}$ ,  $c_{23}$  的定义同前面。同理可求出导模折射率  $N$  的一级近似值与二级近似值。

#### 3.3 数值结果与讨论

对这一实例, 各  $\text{TE}$  模与  $\text{TM}$  模的复模折射率  $N = N' + jN''$  如表 1 所示, 其中列出了  $N'$  和  $N''$  的一级近似值与二级近似值, 并与用散射矩阵法(SMA)<sup>[3]</sup>及复数打靶法(CSM)<sup>[4]</sup>所得结果作了比较, 由表 1 可以看出: 1) 本法与散射矩阵法和复数打靶法都符合得很好; 2) 二级近似值对一级近似值的修正值很小, 对  $N'$  而言小于  $10^{-5}$ , 可以忽略; 对  $N''$  而言相差也小于  $5 \times 10^{-3}$ , 说明一级近似值已给出足够精确的结果。3) 不同阶模式的模式增益不同, 而且在一定情况下会出现增益为负(损耗大于增益)的情况; 4)  $\text{TE}_0$  模和  $\text{TM}_0$  模增益较大, 这显然是由于场分布主要约束在有源层所致,  $\text{TE}_1$  模和  $\text{TM}_1$  模之所以成为损耗模则是因为中心层处场强较低的原故。

图 1(a)、图 1(b) 分别给出当导引层折射率虚部  $n_2''$  的绝对值渐增时,  $\text{TE}_0$  模和  $\text{TM}_0$  模的模折射率虚部  $N''$  由正值逐渐降低到零而后转变为负值, 转变点  $N'' = 0$  相应于损耗已增大到由增益模( $g > 0$ ) 变为损耗模( $g < 0$ ),  $\text{TE}_0$  模和  $\text{TM}_0$  模的转变点分别为  $n_2'' = -2.877 \times 10^{-3}$  和  $n_2'' = -2.489 \times 10^{-4}$ , 与用(8)式按条件  $(\partial F / \partial \epsilon_1) \dot{\epsilon}_1 + (\partial F / \partial \epsilon_2) \dot{\epsilon}_2 = 0$  算出的结果相同。

Table 1. TE and TM modes of a 5-layer symmetric step-index waveguide (active layer thickness  $2d_1 = 0.40 \mu\text{m}$ , index  $n_1 = 3.60 + j0.010$ , guided layer thickness  $d_2 = 0.60 \mu\text{m}$ , index  $n_2 = 3.40 - j0.002$ , refractive index of substrate  $n_3 = 1$ , wavelength  $\lambda_0 = 1.30 \mu\text{m}$ )

mode	$g_{\text{mod}}$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$N'$				$N''$			
		1st appr.	2nd appr.	SMA	CSM	1st appr.	2nd appr.	SMA	CSM
TE <sub>0</sub>	687.1	3.50351	3.50352	3.50344	3.50353	+ 7.036E-3	+ 7.068E-3	7.103E-3	7.108E-3
TE <sub>1</sub>	-21.6	3.33733	3.33733	3.33729	3.33735	- 2.288E-4	- 2.300E-4	- 2.295E-4	- 2.230E-4
TE <sub>2</sub>	-51.3	3.25164	3.25164	3.25169	3.25166	- 5.294E-4	- 5.300E-4	- 5.305E-4	- 5.302E-4
TE <sub>3</sub>	130.0	3.10426	3.10426	3.10425	3.10425	+ 1.337E-3	+ 1.337E-3	+ 1.340E-3	+ 1.345E-3
TE <sub>4</sub>	-16.4	2.87863	2.87863	2.87864	2.87833	- 1.734E-4	- 1.740E-4	- 1.737E-4	- 1.696E-4
TE <sub>5</sub>	150.2	2.62812	2.62812	2.62814	2.62748	+ 1.548E-1	+ 1.548E-3	+ 1.549E-3	+ 1.554E-3
TE <sub>6</sub>	69.9	2.24396	2.24396	2.24395	2.24251	+ 7.084E-4	+ 7.084E-4	+ 7.084E-4	+ 7.232E-4
TE <sub>7</sub>	131.4	1.76817	1.76817	1.76819	1.76494	+ 1.353E-3	+ 1.353E-3	+ 1.353E-3	+ 1.359E-3
TE <sub>8</sub>	237.3	1.07428	1.07428	1.07426	1.06887	+ 2.458E-3	+ 2.458E-3	+ 2.458E-3	+ 2.455E-3
TM <sub>0</sub>	631.4	3.49674	3.49675	3.49668	3.49670	+ 6.515E-3	+ 6.545E-3	+ 6.544E-3	+ 6.532E-3
TM <sub>1</sub>	4.3	3.33073	3.33073	3.33070	3.33080	- 9.26E-5	- 9.30E-5	+ 3.519E-5	+ 4.446E-5
TM <sub>2</sub>	-16.6	3.22430	3.22430	3.22434	3.22435	- 1.657E-4	- 1.660E-4	- 1.745E-4	- 1.713E-4

SMA: Scattering Matrix Approach<sup>[3]</sup>; CSM: complex Shooting Method<sup>[4]</sup>

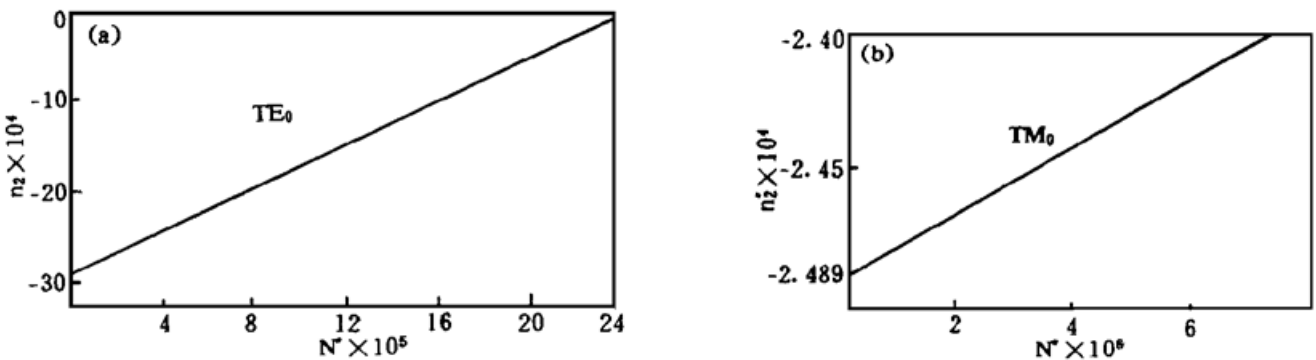


Fig. 1  $N''$  versus  $n_2''$  for guided mode. (a) TE<sub>0</sub> mode, (b) TM<sub>0</sub> mode

图2(a), 图2(b)分别给出当  $n_2'' = -2.5 \times 10^{-4}$  时, 导引层厚度  $d_2$  的变化对 TE<sub>0</sub> 模及 TM<sub>0</sub> 模的模折射率的影响;  $N'$  值随厚度  $d_2$  的增大而增大,  $N''$  值则随厚度  $d_2$  的增大而减小乃至由正值(增益模)转变为负值(损耗模), 转变点分别位于  $d_2 = 0.181 \mu\text{m}$  和  $d_2 = 0.149 \mu\text{m}$  处。

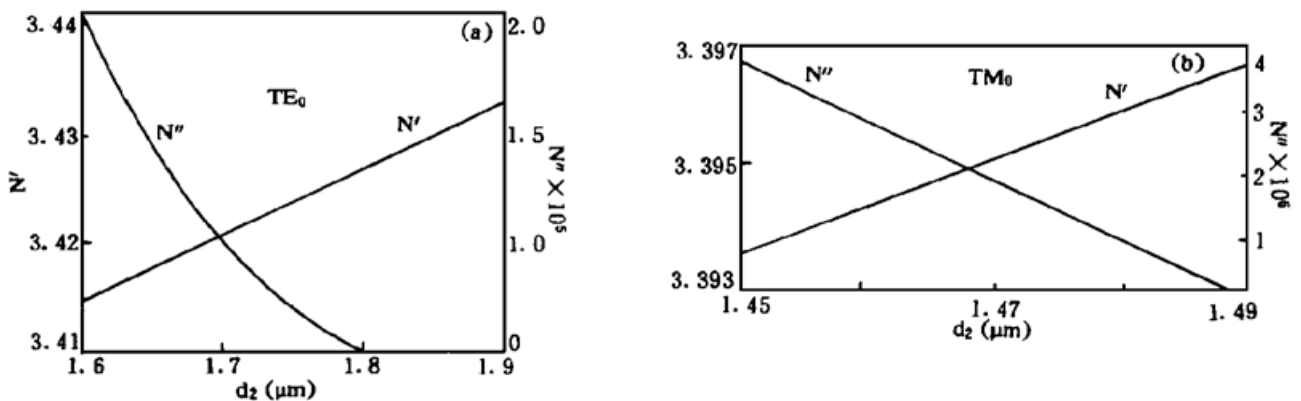


Fig. 2 Modal index  $N$  versus guided layer thickness  $d_2$  ( $n_2'' = 2.5 \times 10^{-4}$ ). (a) TE<sub>0</sub> mode, (b) TM<sub>0</sub> mode

图3给出当有源层折射率的虚部  $n_1''$  由 0.01 渐减到 -0.01 时, TE<sub>0</sub> 模的模折射率 ( $N', N''$ )

点在  $N' - N''$  图中所描绘的轨迹, 曲线上各点对应于依次变化的  $n_1''$  值(由 0.01, 0.008, 0.006, ... 到 -0.006, -0.008, -0.01)。

计算还表明, 当有源层厚度  $2d_1$  渐减时( $2d_1$  由  $0.40 \mu\text{m}$  起渐减), 6 个 TE 模( $\text{TE}_0$  模至  $\text{TE}_5$  模)的模折射率变化情况(由右向左相应于厚度渐减), 由图 4 可得  $\text{TE}_0, \text{TE}_3, \text{TE}_5$  模由增益模转变为损耗模时相应的模折射率, 但  $\text{TE}_1, \text{TE}_2, \text{TE}_4$  则均为损耗模。

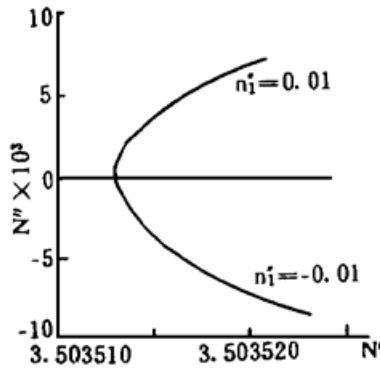


Fig. 3 Modal index loci for  $\text{TE}_0$  of a symmetric 5-layer waveguide for varying imaginary part of the refractive index of the central layer,  $n_1''$  from + 0.01 to - 0.01

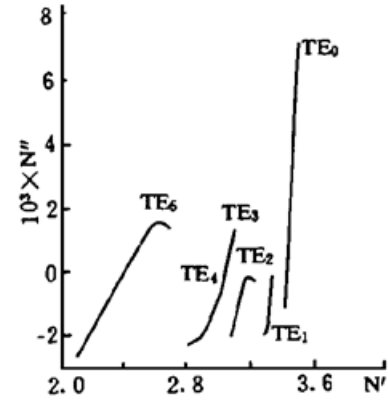


Fig. 4 Modal index loci for decreasing thickness  $2d_1$  of the active layer of five-layer symmetric waveguide ( $2d_1$  from  $0.40 \mu\text{m}$  to zero)

通过这一例清楚地说明, 在实际波导结构中, 正如表 1 所表明, 增益是与偏振态有关的(例如本例中  $\text{TE}_0$  模增益约比  $\text{TM}_0$  模增益大 10%), 图 1 至图 4 则表明, 导模的特性还明显地依赖于有源层、导引层的厚度与折射率虚部, 在一定情形下发生由增益模向损耗模的转变, 转变点可用微扰理论的一级近似式求出。

#### 4 多层渐变折射率波导: 实例与讨论

作为多层渐变折射率波导的实例: 一个五层的对称平板结构<sup>[4]</sup>, 其中导引层的折射率剖面按  $s$  次幂变化, 称  $s$  为折射率缓变因子, 波长  $\lambda_0 = 0.85 \mu\text{m}$ 。折射率分布为

$$n^2(x) = \begin{cases} n_3^2 & x > d_1 + d_2 \\ n_2^2 - (n_2^2 - n_3^2) \left(\frac{x - d_1}{d_2}\right)^s, & d_1 + d_2 > x > d_1 \\ (n' \ll + jn'')^2, & |x| \leq d_1 \\ n_2^2 - (n_2^2 - n_3^2) \left(\frac{d_1 + d_2 + x}{d_2}\right)^s, & -d_1 > x > -(d_1 + d_2) \\ n_3^2 & x < -(d_1 + d_2) \end{cases} \quad (9)$$

有源层厚度  $2d_1 = 0.015 \mu\text{m}$ , 导引层厚度  $d_2 = 0.15 \mu\text{m}$ , 有源层折射率  $n_1 = n_1' + jn_1'' = 3.60 + j0.004$ , 导引层折射率表达式中  $n_2 = 3.50$ ,  $n_3 = 3.20$ , 而  $n_3$  为包层的折射率, 略去导引层与包层的吸收。缓变因子  $s = 1, 2, \infty$  分别对应于直线型、抛物型缓变折射率和突变折射率情况,  $s$  渐增相应于导引层内折射率变化渐趋平缓。

对于低阶模, 如果采用 WKB 近似处理, 将引起较大误差。本文采用多层分割法处理<sup>[7]</sup>, 具体

计算了 TE<sub>0</sub> 模和 TM<sub>0</sub> 模。实例计算表明, 将导引层分割为 80 层均匀波导层时已给出十分精确的结果, 用文献[7]所介绍的递推公式法可求得相应的实本征值方程的根  $N$ , 即为模折射率一级近似值的实部  $N'_0$ 。为求  $N''$  的一级近似值  $N''_1$ , 可用数值微分法求得  $\partial N / \partial \epsilon_1$ , 当  $N = N'_0, \epsilon_1 = \epsilon'_1$  时之值, 即可得

$$N''_1 = (\partial N / \partial \epsilon_1) \epsilon''_1, \quad (N = N'_0, \epsilon_1 = \epsilon'_1) \tag{10}$$

一般情况下, 由此求得的  $N'_1 = N'_0$  及  $N''_1$  值已经足够精确, 不必再求二级近似值。对给定的  $s$  值, TE<sub>0</sub> 模的  $N''$  值总大于 TM<sub>0</sub> 模的  $N''$  值; 材料的增益系数越大, TE<sub>0</sub> 模与 TM<sub>0</sub> 模的模式增益差别越大。表 2 给出对不同  $s$  值的  $N''/n''_1$  比值的计算结果。

Table 2. Dependence of the ratio  $N''/n''_1$  to graded-index profile index  $S$  for index profile (13)

TE <sub>0</sub> mode										
$s$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N''/n''_1 \times 10^3$	6.618	6.715	6.655	6.545	6.470	6.398	6.360	6.323	6.285	6.250
Optimum: $s_m = 1.6$										
TM <sub>0</sub> mode										
$s$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N''/n''_1 \times 10^3$	4.815	5.243	5.345	5.368	5.348	5.330	5.320	5.310	5.300	5.295

Optimum:  $s_m = 3.7$

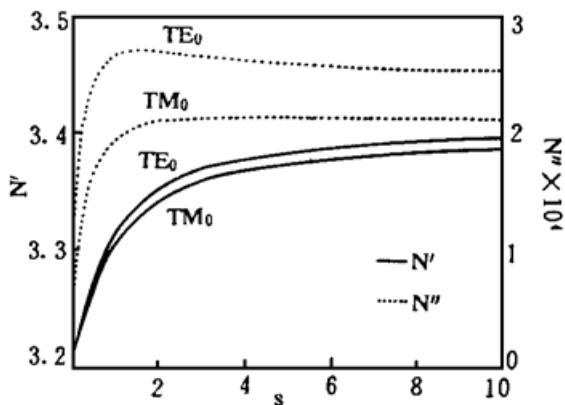


Fig. 5 Model index of TE<sub>0</sub> and TM<sub>0</sub> versus graded index power  $s$

图 5 给出与缓变折射率因子  $s$  在 0 与 10 间变化时 TE<sub>0</sub> 模与 TM<sub>0</sub> 模的模折射率实部  $N'$  与虚部  $N''$  的一级近似值, 与陈昌华等在文献[4]中用复打靶法所得数值结果相吻合, 足以证明一级近似已足够精确。

可以指出, 当考虑导引层与衬层的吸收损耗时, 不难仿此进行有关计算与讨论。

以上仅就对称五层突变折射率与渐变折射率平板波导两个实例说明本文方法的应用。用本法还可以分析三层与四层的复数折射率平板波导(例如空气/金属/芯区/衬底结构与金属/缓冲层/芯区/衬底结构), 用较简便的方法求得十分精确的结果<sup>[9]</sup>。

**结束语** 本文给出了求含有增益层与损耗层的突变与渐变折射率剖面多层平板波导导模的微扰理论与解析计算公式; 并举实例讨论了导模的模式增益(或损耗)与结构参数及偏振的关系。本文方法较求解复本征值的打靶法等为简便且节省机时, 对于实际遇到的波导结构, 能给出精确数值结果, 可用以分析材料的增益系数对于 TE 和 TM 模式及其增益的影响等问题。

本文在写作前曾参阅了陆昌华等在本刊中待发表的关于求复本征值的打靶法的文稿, 谨致谢意。

参 考 文 献

[1] K. H. Schlereth, M. Tacke, The complex propagation constant of multilayer waveguides: an algo-

- rithm for a personal computer. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1990, **QE-26**(4) : 627~ 630
- [2] C. A. Hulse, A. Knoesen, Iterative calculation of complex propagation constants of modes in multilayer planar waveguides. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1992, **QE-28**(12) : 2682~ 2684
- [3] T. D. Visser, H. Blok, D. Lenstra, Modal analysis of a planar waveguide with gain and losses. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **QE-31**(10) : 1803~ 1810
- [4] 陈昌华, 杨国文, 陈良惠等, 求复折射率波导本征值的打靶法. *光学学报*, 1997, **17**(5) : 630~ 634
- [5] Shou Xian She, Metal-clad multilayer dielectric waveguides: accurate perturbation analysis. *J. Opt. Soc. Amer. (A)*, 1990, **7**(9) : 1577~ 1585
- [6] Shou Xian She, Characteristics analysis of metal-clad and absorptive dielectric waveguides by a simple and accurate perturbation method. *Opt. & Quantum Electron.*, 1991, **23** : 1045~ 1054
- [7] 余守宪, 谢峰潮, 金属包层渐变折射率波导的传输特性与损耗. *光学学报*, 1993, **13**(4) : 356~ 360
- [8] M. J. Adams, *An Introduction to Optical Waveguides*. New York, John Wiley & Sons, 1981, Chapter 4
- [9] Shou Xian She, Accurate perturbation analysis of metal-clad and absorptive multilayer dielectric waveguides in near cutoff. *Opt. Commun.*, 1997, **135** : 241~ 246

## Accurate Perturbation Analysis of Guided Modes of Planar Waveguides with Gain and Losses

She Shouxian

(Department of Physics, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

(Received 16 August 1996; revised 7 October 1996)

**Abstract** Perturbation theory and analytic formulas are presented for modal analysis of step-index and graded-index multilayer planar waveguides. As examples, the dependence of guided modal gain/loss on structure parameters and polarization are discussed. The method is simpler and time saving than complex shooting method for solving complex eigenvalues, and can give accurate results for practical planar structures in semiconductor lasers and laser amplifiers. It can be applied to the analysis of influence of material gain/loss coefficients on TE and TM modes and their modal gain.

**Key words** optical waveguide, complex propagation constant, gain and loss, perturbation method.