

# 增益非线性对超短腔激光器速率方程的影响

刘 斌 方祖捷

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要** 用量子阱激光器增益与载流子浓度的对数关系(增益饱和效应)取代了体材料的线性关系, 得到了适用于量子阱结构的速率方程, 详细分析和计算了这一修正的影响。计算表明, 对长腔(低损耗)器件线性关系是较好的近似; 对短腔(高损耗), 线性关系则有较大的误差, 必须考虑增益饱和的影响。否则将过高估算自发辐射因子的测量值、过高估计弛豫振荡频率和最大调制频率。这一结果对微腔激光器的研究具有重要的意义。

**关键词** 增益非线性, 超短腔激光器, 速率方程。

## 1 引言

描述半导体激光器动力学的速率方程, 是理解激光器稳态和动态行为的重要工具。在文献[1]中作者指出, 考虑到在量子阱结构中光增益与载流子浓度的关系不同于体材料的线性关系  $g = a(N - N_r)$ , 而是对数关系<sup>[2, 3]</sup>, 有必要将传统的速率方程修正为更适用于量子阱激光器的速率方程:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= J/ed - N/\tau_s - g_0 \ln(N/N_r) P \\ \frac{dP}{dt} &= \Gamma g_0 \ln(N/N_r) P - P/\tau_p + \Gamma \beta N/\tau_s \end{aligned} \quad (1)$$

其中各参数的定义同其他文献。基于这一方程, 文献[1]简单分析了量子阱激光器的动态和稳态行为, 并得到了不同于传统速率方程的结果。其中最显著的是: 1) 存在一可获得最低阈值电流密度的最佳阱数; 2) 不同于体材料极光二极管, 腔长越短调制频率越高, 量子阱激光器存在一个对应最高调制频率的最佳腔长。本文将在此基础上进一步比较分析基于对数关系和线性关系的速率方程的差别, 尤其是对超短腔激光器的影响。近几年来对微腔激光器进行了许多研究工作, 这一方面是由于它是研究腔量子电动力学的一个极好途径, 另一方面垂直腔面发射激光器具有明显实用价值, 它是一种超短腔激光器, 可以首先在一个维度上研究微腔效应。微腔理论的研究将有利于这种新型激光器的提高发展和实用化。本文讨论增益非线性对超短腔激光器自发辐射因子测量值和它的调制带宽的影响。

## 2 自发辐射因子

自发辐射因子  $\beta$  是半导体激光器的一个重要参数。在微腔激光器中, 自发辐射因子的提

高和自发辐射率的增大是腔量子电动力学的最重要的两个效应。如果  $\beta = 1$ , 则从(1)式有:

$$P = \Gamma \tau_p J / ed \quad (2)$$

可见在光功率与电流曲线上不存在相变点(阈值), 这就是所谓的无阈值激光器。对这一点, 线性和对数关系是一致的。不管是通过数值拟合还是测量阈值点的二阶导数, 自发辐射因子的测量一般都是基于速率方程<sup>[4]</sup>。在线性的增益函数情况, 可以从速率方程导出:

$$P = (\Gamma \tau_p / 2\tau_s) [ \sqrt{(j + E)^2 - 2Fj} + j - E ] \quad (3)$$

式中  $j = J \tau / ed$ ,  $E = 1/\Gamma a \tau_p + (1 - \beta) N_{tr}$ ,  $F = 2(1 - \beta)(1/\Gamma a \tau_p + N_{tr})$ 。对(3)式求导可得,  $L-I$  曲线在阈值点的曲率  $\rho$  反比于  $\sqrt{\beta}$ 。这就是用速率方程拟合实验  $L-I$  曲线来测量自发辐射因子  $\beta$  的原理。在对数关系情况,  $L-I$  曲线不能从速率方程解出显式解。可想而知, 除了在  $\beta = 0$  和 1 时, 用这两种增益函数的速率方程拟合获得的自发辐射因子  $\beta$  的数值, 会有较大的差别。下面给出模拟计算的结果。其中增益系数中的参数, 以阈值相等的为准则来确定。

图 1 为根据两种增益函数关系的速率方程拟合的自发发射因子之比随腔长变化的情况, 并以对数关系速率方程拟合的  $\beta$  值作为参数。可见在短腔、低的自发辐射因子  $\beta$  情况下, 由线性关系得到的拟合值  $\beta_2$  远大于对数拟合值  $\beta_1$ ; 在长腔或大的自发辐射因子  $\beta$  下, 两种方程的拟合值是接近或一致的。自发辐射因子在微腔激光器中有着更为重要的意义。图 2 给出了对  $1 \mu\text{m}$  腔长的超短腔激光器在不同腔面反射率情况下线性方程拟合值  $\beta_2$  随对数方程拟合值  $\beta_1$  的变化。可以看到,  $R$  越小, 两种方程拟合值的偏离越大。这是因为腔长越短, 腔面反射率越小, 损耗越大(光子寿命越短), 因此注入也越高, 增益饱和效应就越明显, 因此也就越偏离线性增益关系。随着  $\beta$  的增加, 自发辐射产生的光子与受激辐射产生的光子相比, 所占的比例也随之提高, 因此增益非线性的影响就减弱了, 所以两种方程的拟合值趋向接近。目前制作的超短腔激光器, 腔量子电动力学效应尚不显著,  $\beta$  值仍很小, 两种增益函数的差别是明显的。在文献[5]中报道了由线性增益关系测量得到的  $\beta$  为理论值的 2 倍( $\beta$  约为 0.0028), 这与本文计算得到的值的差别是一致的(见图 2)。因此测量  $\beta$  时必须考虑增益的非线性效应, 否则会过高估计  $\beta$  值。

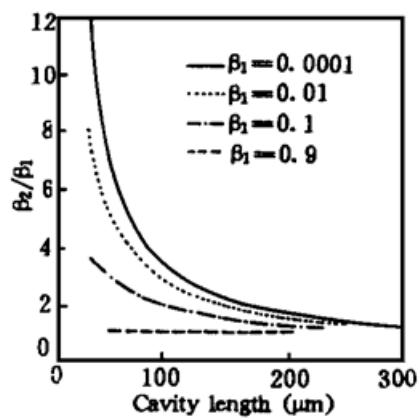


Fig. 1 The ratio of  $\beta_2/\beta_1$  as a function of cavity length under different  $\beta_1$  ( $R = 0.3$ )

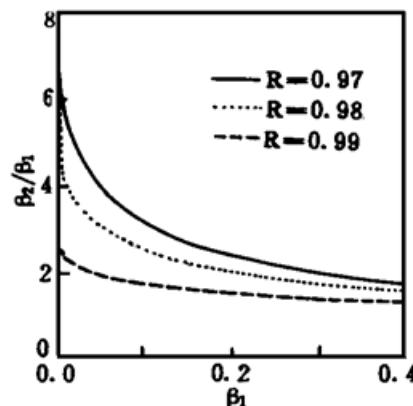


Fig. 2 The ratio of  $\beta_2/\beta_1$  as a function of  $\beta_1$  under different cavity facet reflectivity ( $L = 1 \mu\text{m}$ )

### 3 弛豫振荡和调制响应

速率方程的最重要作用是分析激光器的动态行为。光场和载流子之间的相互作用产生了

弛豫振荡, 它服从于速率方程并与增益密切相关。增益的非线性饱和效应将使载流子浓度的变化引起的增益变化的程度减小, 因此将会抑制弛豫振荡。图 3(a) 为  $L = 500 \mu\text{m}$  时分别由对数和线性增益关系计算得到的弛豫振荡, 两者频率和幅度基本相同。图 3(b) 为  $L = 100 \mu\text{m}$  时的情况, 可见在腔长较短时, 对数关系计算得到的弛豫振荡频率和幅度均小于线性关系的计算值。

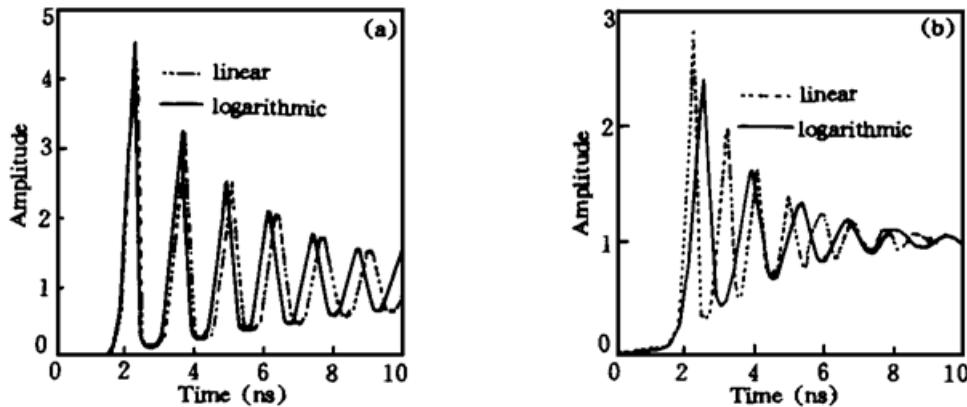


Fig. 3 A comparison of relaxation oscillation between the logarithmic and linear gain function.  $\beta = 0.0001$ , (a)  $L = 500 \mu\text{m}$ , (b)  $L = 100 \mu\text{m}$

对速率方程(1)进行小信号分析可得到光子密度的转移函数为:

$$p = \frac{j}{ed} \frac{\Gamma g_0 \frac{P_s}{N_s} + \frac{\Gamma \beta}{\tau_s}}{(i\omega + \frac{1}{\tau_s} + g_0 \frac{P_s}{N_s}) (i\omega - \Gamma g_0 \ln \frac{N_s}{N_{tr}} + \frac{1}{\tau_p}) + (\Gamma g_0 \frac{P_s}{N_s} + \frac{\Gamma \beta}{\tau_s}) g_0 \ln \frac{N_s}{N_{tr}}} \quad (4)$$

式中,  $p$ 、 $j$  为光子和电流的调制幅度,  $\omega$  为调制频率,  $P_s$ 、 $N_s$  为速率方程(2)的稳态解。从(4)式得到激光器的类共振频率:

$$f_r^2 = \omega^2 = CD - A^2/2 - B^2/2 \quad (5)$$

式中:

$$A = \Gamma \beta \frac{N_s}{\tau_s P_s}, \quad B = \frac{1}{\tau_s} + g_0 \frac{P_s}{N_s}, \quad C = \Gamma g_0 \frac{P_s}{N_s} + \Gamma \frac{\beta}{\tau_s}, \quad D = g_0 \ln \left( \frac{N_s}{N_{tr}} \right) \quad (6)$$

在增益线性关系情况, 类共振频率的表达式与(5)式是相同的, 但是式中参数为:

$$B = 1/\tau_s + \alpha P_s, \quad C = \Gamma \alpha P_s + \Gamma \beta / \tau_s, \quad D = \alpha (N - N_{tr}). \quad (7)$$

当  $\beta$  很小, 自发辐射相对于受激辐射小得多时,  $A$ 、 $B$  可忽略。此时在对数和线性增益关系下的类共振频率可分别表示为:

$$f_r = (1/2\pi) \sqrt{g_0 P_s / \tau_p N_s} \quad (8)$$

$$f_{rB} = (1/2\pi) \sqrt{\alpha P_s / \tau_p} \quad (9)$$

式中下标 B 代表体材料。

类共振频率实际上是激光器调制带宽的一个标志。从上式可见, 要提高调制带宽可通过提高微分增益系数、提高光子密度和降低光子寿命这三条途径来实现。对量子阱激光器来说, 要提高调制带宽也必须提高微分增益系数和光子密度, 降低透明载流子浓度。但是与光子寿命的关系则有所不同。在一定的功率密度下, 腔长越短, 光子寿命越小,  $f_r$  越大, 这对体材料双异质结构激光器是成立的。对于量子阱结构, 由于式中稳态阈值载流子浓度  $N_s = N_{tr} \exp(1/\Gamma g_0 \tau_p)$ <sup>[11]</sup>, 因而类共振频率就不再是简单地反比于光子寿命的平方根。从(8)式可以

得出, 在一定的功率密度(即一定的光子密度)下, 当  $\tau_p = 1/\Gamma g_0$  时, 调制带宽最大。因此对量子阱激光器存在一个最佳腔长和对应的最大调制带宽:

$$L_{\text{opt}} = [\nu \ln (1/R)]/\Gamma g_0, \quad f_{r \max} = (g_0/2\pi) \sqrt{\Gamma P_s/eN_{tr}} \quad (10)$$

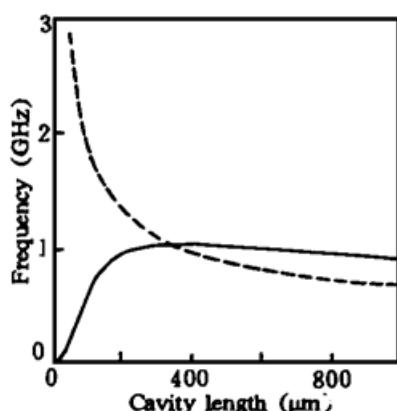


Fig. 4 A comparison between resonant-like-frequency calculated from the logarithmic gain function (solid line) and that from the linear gain function (broken line) as a function of cavity length. ( $P_0 = 5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $R = 0.3$ )

这一特性与在线性增益关系下得到的结果有很大差别。图 4 为由两种速率方程计算得到的调制带宽与腔长的关系。可见并不是腔长越短调制频率越高。这是由于增益的非线性相当于增益系数  $a$  不再是一个常数, 而是随载流子浓度而变化, 因而也随光子寿命变化, 而且当光子寿命趋向于零的时候, 要求载流子浓度越高, 增益非线性的影响越严重。这就导致两种情况下完全不同的行为。在微腔激光器的研究中, 常规的分析往往认为只要腔长短必然调制频率高。因此, 上述结果是特别值得注意的。尤其是在  $\beta$  还未接近 1, 自发辐射率的增加还不大的情况下, 采用直接电流调制技术并不能获得所设想的极高调制速率。

微腔激光器是研究腔量子电动力学的重要工具, 而腔量子电动力学则是实现微腔激光器高性能目标的理论基础。被认为是未来高速大容量光信息处理的关键器

件的微腔激光器, 必须能在极低功耗、极高调制速率下工作。这就必须利用腔量子电动力学效应来获得大的自发辐射因子  $\beta$  和高的自发辐射率  $1/\tau_s$ 。由(5)式可得, 当  $\beta$  较大时,  $\omega \approx \sqrt{g_0 P_s / \tau_p N_s + \beta / \tau_s \tau_p}$ 。可见, 即使有严重的增益饱和效应, 如果  $\beta$  接近 1, 自发辐射率能提高一个量级, 直接电流调制方式将可得到近  $10^{12} \text{ Hz}$  的调制频率。

从技术发展趋势判断, 最为可行的微腔激光器是半导体垂直腔面发射激光器。但是要实现三维的真正的微腔激光器, 还有相当严重的技术困难需要克服。从目前工艺水平来看, 自发辐射因子  $\beta$  距离 1 还相差很远, 自发辐射率也不高。为了提高调制速率, 提出了所谓  $\beta$  调制技术<sup>[6, 7]</sup>。根据腔量子电动力学效应, 微腔激光器的自发发射谱受到了腔模的调制。通过量子限制斯塔克效应移动发射光的波长, 使之在腔的谐振波长附近变化, 从而改变  $\beta$ , 实现高速调制。这一效应对微腔发光二极管尤其具有重要意义。从(1)式速率方程出发, 类似于电流调制的小信号分析, 同样可得到调制时的类共振频率:

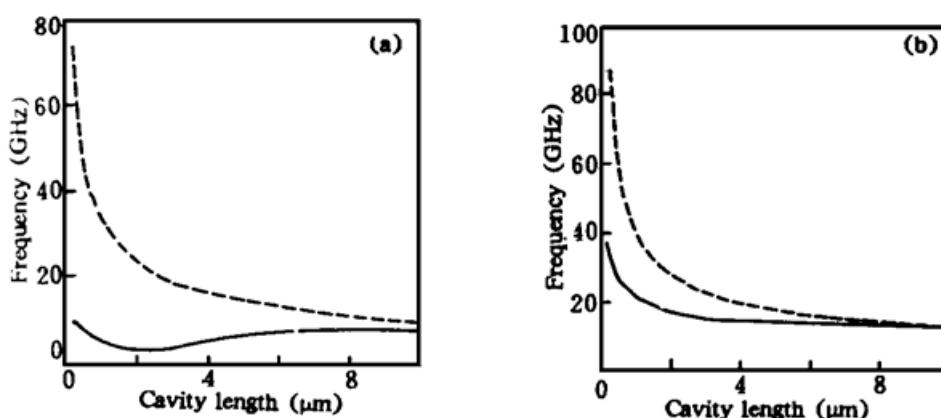


Fig. 5 A comparison between resonant-like frequency calculated from the logarithmic gain function (solid line) and that from the linear gain function (dashed line) as a function of cavity length.  $P_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $R = 0.95$ , (a)  $\beta = 0.001$ , (b)  $\beta = 0.3$

$$\omega^2 = \sqrt{C^2 D^2 + 2ABCD + 2B^2 CD} - B^2 \quad (11)$$

式中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  参数同(6)、(7)式。增益的载流子函数关系的两种情况对  $\beta$  调制频率也同样有明显的影响。图 5(a) 和(b) 分别为在不同  $\beta$  偏置值时的  $\beta$  调制类共振频率与腔长的关系。可见增益饱和效应同样减小了  $\beta$  调制的调制速率。但是与直接电流调制相比较，在腔长趋于零时的行为是完全不同的。尤其是在较大的  $\beta$  值的情况下，仍可获得很高的调制带宽。

**结 论** 本文在速率方程中考虑了量子阱结构的增益饱和效应，并讨论了增益饱和对自发辐射因子  $\beta$  的测量以及对弛豫振荡、动态调制的影响。结果表明在用速率方程拟合测量  $\beta$  时，如忽略增益饱和， $\beta$  值将会估计过高。对超短腔激光器直接电流调制并不能得到极高的调制频率。 $\beta$  调制将是另一重要的调制方法。腔量子电动力学效应是提高微腔激光器动态性能的根本途径。

### 参 考 文 献

- [1] 刘斌, 方祖捷, 适用于量子阱激光器的速率方程. 光学学报, 1996, **16**(3): 274~277
- [2] P. W. A. McIlroy, A. Kurobe, Y. Uematsu, Analysis and application of theoretical gain curves to the design of multi-quantum-well lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1985, **QE-21**(12): 1958~1963
- [3] Thomas A. DeTemple, Craig M. Herzinger, On the semiconductor laser logarithmic gain-current density relation. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1993, **QE-29**(5): 1246~1252
- [4] Y. Suematsu, S. Akiba, T. Hong, Measurement of spontaneous emission factor of AlGaAs double heterostructure semiconductor lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1977, **QE-13**(8): 596~600
- [5] G. Shtengel, H. Temkin, Spontaneous emission factor and its scaling in vertical cavity surface emitting lasers. *Appl. Phys. Lett.*, 1994, **64**(9): 1062~1064
- [6] Masamichi Yamanishi, Combined quantum effects for electron and photon systems in semiconductor microcavity light emitters. *Prog. Quant. Electron.*, 1995, **19**: 1~39
- [7] Gunnar Björk, Y. Yamamoto, Analysis of semiconductor microcavity lasers using rate equations. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **QE-27**(11): 2386~2396

## Effect of Nonlinear Gain/Current Relation on Rate Equations of a Ultrashort-Cavity Laser

Liu Bin Fang Zujie

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 26 June 1996; revised 4 October 1996)

**Abstract** The linear relation of gain on carrier density in the conventional rate equation is replaced by the logarithmic relation (gain saturation effect) for quantum well (QW) lasers. The static and dynamic behaviors changes brought by this revision are analyzed. For longer cavity QW lasers, it is believed that the conventional rate equation is still a good approximation; but for short cavity QW lasers, the nonlinear gain relation must be taken into considerations. The calculations indicate that the spontaneous emission factor  $\beta$  and the modulation bandwidth will be overestimated in measurement or theoretical prediction if the gain saturation is neglected, especially for microcavity lasers.

**Key words** non-linearity of the gain, ultra-short cavity laser, rate equation.