第 17 卷 第 7 期　　光　学　学　报　　Vol. 17, No. 7
1997 年 7 月　　ACTA OPTICA SINICA　　July, 1997

激光二极管端面泵浦的单频固体激光器的理论研究*

郑　义[1]　钱卫红[2]　刘夫义[3]　杨健柏[4]　姚建铨[4]

1. 曲阜师范大学物理系, 曲阜 273165
2. 曲阜师范大学教务处, 曲阜 273165
3. 临沂师范专科学校物理系, 临沂 276005
4. 天津大学激光与光电子研究所, 天津 300072

摘　要　给出了激光二极管端面泵浦的驻波激光器单频运转时的最大泵浦功率与腔参数和激光介质参数之间的简单函数关系, 对于单频激光器的设计具有实际指导意义。

关键词　激光二极管,　端面泵浦,　固体激光器,　单频。

1　引　　言

通常驻波腔固体激光器形成多模振荡的原因是腔内存在空间烧孔和能量扩散。关于空间烧孔和能量扩散的物理含义在六十年代已被定性地解释清楚了。近几年随着 LD 泵浦的单频固体激光器实验研究的深入, 促使人们定量地研究空间烧孔和能量扩散对于激光器单频运转的影响。一些文献[1~9]提出利用增益介质的一端作激光器的腔镜或利用增益介质的短波吸收, 以消除空间烧孔效应, 实现连续激光器的单频运转, 并给出了最大单频反转粒子密度与阈值反转粒子数的比值与增益介质参数、驻波腔参数之间的函数关系, 或光强与饱和强度的比值与增益介质参数、驻波腔参数之间的函数关系。但是这些物理参数在分析实验结果时不方便, 有的近似解甚至只适用于利用增益介质的短程吸收实现单频运转的激光器。本文从速率方程出发, 推导出了激光二极管泵浦的固体基波激光器单频运转时最大泵浦功率的解析解。它适用于一般的驻波腔激光器, 具有物理意义直观、形式简洁等特点; 对于单频激光器的设计具有指导意义。

2　激光二极管泵浦的驻波腔固体激光器单频运转的理论

对于连续驻波腔激光器, 考虑到泵浦光和腔内激光强度在增益介质中随空间位置的变化, 假定只有第 i 个纵模起振, 理想四能级系统速率方程可写成如下形式[10]

* 天津大学光电信息工程国家教委部门开放实验室科学基金资助项目。
收稿日期: 1996 年 6 月 17 日; 收到修改稿日期: 1997 年 1 月 2 日

$$\frac{\mathrm{d}n(x, y, z)}{\mathrm{d}t} = q(x, y, z) - \frac{n(x, y, z)}{\tau_f} - \frac{cn(x, y, z)}{n_s}\sigma_i\varphi_i(x, y, z) \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_i}{\mathrm{d}t} = \frac{c\sigma_i}{n_s}\iiint_{\mathrm{d}V} n(x, y, z)\varphi_i(x, y, z)\,\mathrm{d}V - \frac{\Phi_i}{\tau_c}\delta_i \tag{2}$$

其中 $n(x, y, z)$ 为激活介质内的反转粒子数密度，$q(x, y, z)$ 为单位时间内抽运到激光上能级的粒子数密度，即单位体积的泵浦速率，$\varphi_i(x, y, z)$ 为第 i 个振荡纵模的光子数密度，$\Phi_i = \iiint_{\mathrm{d}V}\varphi_i(x, y, z)\,\mathrm{d}V$ 为第 i 个纵模腔内振荡光子总数，τ_f 为激光介质的荧光寿命，n_s 为激光介质对振荡光的折射率，σ_i 为第 i 个纵模的受激发射截面，τ_c 为光在腔内往返一次所需的时间，δ_i 为第 i 个纵模的往返损耗，c 为真空中的光速。

为简单起见，作如下近似：1) 光子数密度的横向场分布以等效模截面 A_s 归一化；2) 泵浦光全部落在振荡模体积内，$w_p < w_s$；3) 泵浦光及振荡光均为平面波。那么驻波腔内的光子数密度仅为纵向坐标 z 的函数，激光介质内第 i 个纵模的光子数密度可写为

$$\varphi_i(x, y, z) = \frac{\Phi_i}{A_s L}n_s[1 - \cos(2k_i z + \Psi_i)] \tag{3}$$

激光器为 TEM_{00} 模运转时，$A_s = (\pi/2)w_s^2$，L 为腔的光学长度，k_i 为第 i 个纵模的波矢，Ψ_i 是由边界条件决定的初相位。对于绝大多数 LD 端面泵浦的固体激光器，激光介质的前端面同时作为泵浦光的入射端和谐振腔的全反射镜。根据边界条件，在腔镜处的光场为零，因此 $\Psi_i = 0$，(3) 式可简写为

$$\varphi_i(x, y, z) = \frac{\Phi_i}{A_s L}n_s[1 - \cos(2k_i z)] \tag{4}$$

将(4) 式代入(1) 式和(2) 式，得到

$$\frac{\mathrm{d}n(x, y, z)}{\mathrm{d}t} = q(x, y, z) - \frac{n(x, y, z)}{\tau_f} - \frac{c\sigma_i\Phi_i}{A_s L}n(x, y, z)[1 - \cos(2k_i z)] \tag{5}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_i}{\mathrm{d}t} = c\sigma_i\int_0^l\iint_s\frac{\Phi_i}{A_s L}n(x, y, z)[1 - \cos(2k_i z)]\,\mathrm{d}S\,\mathrm{d}z - \frac{\Phi_i\delta_i}{\tau_c} \tag{6}$$

其中 S 表示对腔的横截面积分。

假定泵浦光斑为圆形光斑，增益介质(长度为 l) 对泵浦光的吸收系数为 α_q，总的泵浦速率为 Q，则速率方程组(5) 和(6) 可改写为

$$\frac{\mathrm{d}N(z)}{\mathrm{d}t} = \frac{\alpha_q Q\exp(-\alpha_q z)}{1 - \exp(-\alpha_q l)} - \frac{N(z)}{\tau_f} - \frac{c\sigma_i}{A_s L}\Phi_i N(z)[1 - \cos(2k_i z)] \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_i}{\mathrm{d}t} = \frac{c\sigma_i}{A_s L}\Phi_i\int_0^l N(z)[1 - \cos(2k_i z)]\,\mathrm{d}z - \frac{\delta_i}{\tau_c}\Phi_i \tag{8}$$

其中 $N(z) = \iint_s n(x, y, z)\,\mathrm{d}S$ 为反转粒子数的线密度。

将 Φ_i 表示成腔内光强 I_i 的形式

$$I_i = \frac{c}{2L}\frac{\Phi_i h\nu_i}{A_s} \tag{9}$$

并记作

$$C_Q = \frac{\alpha_q Q}{1 - \exp(-\alpha_q l)} \frac{h\nu_i}{A_s} = \frac{\alpha_q P_{in}}{A_s} \tag{10}$$

式中 P_{in} 为进入谐振腔的泵浦光功率。腔内的反转粒子数密度以 J/m^3 为单位

$$n(z) = \frac{h\nu_i}{A_s} N(z) \tag{11}$$

则(7)式和(8)式的简化形式为

$$\frac{dn(z)}{dt} = C_Q \exp(-\alpha_q z) - \frac{n(z)}{\tau_f} - \frac{2\sigma_i}{h\nu_i} I_i n(z)(1 - \cos 2k_i z) \tag{12}$$

$$\frac{dI_i}{dt} = \left[\frac{2\sigma_i}{h\nu_i}\int_0^l n(z)(1 - \cos 2k_i z)\,dz - \delta_i\right]\frac{I_i}{\tau_c} \tag{13}$$

因此，第 i 个纵模的增益为

$$G_i = \frac{2\sigma_i}{h\nu_i}\int_0^l n(z)(1 - \cos 2k_i z)\,dz \tag{14}$$

另外，根据速率方程，很容易求出单频运转的泵浦阈值 P_{th} 为:

$$\frac{P_{th}}{P_{in}} = \frac{I_{sat,i}\delta_i a_l}{2C_Q} \tag{15}$$

其中

$$a_l = \frac{\alpha_q}{1 - \exp(-\alpha_q l)} \tag{16}$$

$I_{sat,i}$ 为饱和光强

$$I_{sat,i} = \frac{h\nu_i}{\sigma_i \tau_f} \tag{17}$$

在泵浦功率一定，稳态运转时，$\frac{dn(z)}{dt} = \frac{dI_i}{dt} = 0$，由(12)式和(13)式得

$$n(z) = \frac{\tau_f C_Q \exp(-\alpha_q z)}{1 + 2I_i^*(1 - \cos 2k_i z)} \tag{18}$$

$$G_i = \frac{2\sigma_i}{h\nu_i}\int_0^l n(z)(1 - \cos 2k_i z)\,dz = \delta_i \tag{19}$$

(18)式中 I_i^* 为归一化强度，$I_i^* = I_i/I_{sat,i}$。采用非线性近似，假设 $I_i \ll I_{sat,i}$，则反转粒子数 $n(z)$ 可近似表达为

$$n(z) = \tau_f C_Q \exp(-\alpha_q z)[1 - 2I_i^*(1 - \cos 2k_i z)] \tag{20}$$

实现单频运转时，除第 i 个纵模的增益不小于损耗外，其它任何一个纵模(j 纵模)的增益均要小于损耗，

$$G_j = \frac{2\sigma_j}{h\nu_j}\int_0^l n(z)(1 - \cos 2k_j z)\,dz < \delta_j \tag{21}$$

由(19)式和(21)式得到

$$\int_0^l n(z)\,[\cos 2k_j z - \cos 2k_i z)\,dz < \frac{h\nu_j\delta_j}{2\sigma_j} - \frac{h\nu_i\delta_i}{2\sigma_i} \tag{22}$$

假定纵模序数 m_i, $m_j \gg 1$, 把(20)式代入(22)式, 得到

$$I_i^* < \frac{a_l}{4\tau_f C_Q}\left(\frac{h\nu_j\delta_j}{\sigma_j} - \frac{h\nu_i\delta_i}{\sigma_i}\right)\left\{1 - a_l\int_0^l \exp(-\alpha_q z)\cos[2(k_j - k_i)z]\mathrm{d}z\right\}^{-1} \tag{23}$$

取 β_{ij} 为

$$\beta_{ij} = \frac{\sigma_i}{\sigma_j}\frac{\delta_j}{\delta_i} \tag{24}$$

对于均匀加宽的激光介质, 假定激光腔中没有其它选模元件, $\delta_i \approx \delta_j$, 则 β_{ij} 只是受激发射截面的函数, 可由洛仑兹线型表示[8]

$$\beta_{ij} = 1 + (\Delta\lambda/\Delta\lambda_{\mathrm{half}})^2 \tag{25}$$

式中 $\Delta\lambda$ 为第 i 个纵模与可能起振的第 j 个纵模的波长差, $\Delta\lambda_{\mathrm{half}}$ 为线型的半宽度(FWHM)。

$$\Psi_{ji} = \int_0^l \exp(-\alpha_q z)\cos[2(k_j - k_i)z]\,\mathrm{d}z \tag{26}$$

经积分运算得到 Ψ_{ji} 为

$$\Psi_{ji} = \frac{1}{\alpha_q^2 + 4(k_j - k_i)^2}\left\{\alpha_q + \exp(-\alpha_q l)\Big(-\alpha_q\cos[2(k_j - k_i)l] + 2(k_j - k_i)\sin[2(k_j - k_i)l]\Big)\right\} \tag{27}$$

将(20)式代入(19)式, 并考虑到(15)式, 经近似运算可求得

$$I_i^* = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{P_{\mathrm{th}}}{P_{\mathrm{in}}}\right) \tag{28}$$

利用(15)式及 $\nu_i \approx \nu_j$, 则(23)式可简化为

$$P_{\mathrm{in}} < \zeta_{ij}P_{\mathrm{th}} \tag{29}$$

其中 ζ_{ij} 为

$$\zeta_{ij} = 1 + [3(\beta_{ij} - 1)/2(1 - a_l\Psi_{ji})] \tag{30}$$

(29)式就是连续驻波腔激光器单频运转的判据。它用泵浦功率作判据, 物理意义直观、使用方便。

3　讨　　论

3.1　微片激光器的单频运转

对于微片激光器, 可能起振的纵模 i 与振荡纵模 i 间的波矢间 $k_j - k_i$ 及 β_{ij} 分别为

$$k_j - k_i = \pi\Delta m/n_s l \tag{31}$$

$$\beta_{ij} = 1 + (\Delta m\lambda_0^2/2n_s l\Delta\lambda_{\mathrm{half}})^2 \tag{32}$$

式中 λ_0 为增益介质激光峰值波长。

1) 以 Nd∶YAG 微片激光器为例, 1at% 的 Nd∶YAG 有关参数如下: $\lambda_0 = 1.064\ \mu\mathrm{m}$, $\Delta\lambda_{\mathrm{half}} = 0.4\ \mathrm{nm}$, $\alpha_q = 4.9\ \mathrm{cm}^{-1}$, $n_s = 1.82$, 假定 Nd∶YAG 片的长度为 $l = 500\ \mu\mathrm{m}$。

假定 $\Delta m = 1$, 利用(16)、(27)、(30)、(32)式得到, $\zeta_{ij} = 6.02$, 即只要入射到 Nd∶YAG 微片激光器中的泵浦光功率小于阈值的 6.02 倍, 就可实现单频运转。

2) 以 $Nd:YVO_4$ 微片激光器为例，2at%的 $Nd:YVO_4$ 的有关参数如下，$\lambda_0 = 1.064\ \mu m$，$\Delta\lambda_{half} = 0.5\ nm$，$\alpha_q = 28.8\ cm^{-1}$，$n_s = 2.1674$，$l = 500\ \mu m$。

假定 $\Delta m = 1$，很容易算得 $\zeta_{ij} = 3.62$，即只要入射到 $Nd:YVO_4$ 微片激光器中的泵浦光功率小于阈值的 3.62 倍，就可实现单频运转。

通过以上两例比较，可以看出，对于微片激光器，影响其单频激光输出的因素是激光介质的厚度和激光介质对泵浦光的吸收系数。

3.2 腔长大于激光介质长度的激光器的单频运转

对于腔长远大于激光介质长度，且激光介质的里端面对振荡光是镀以增透膜的激光器

$$k_j - k_i = \pi\Delta m / L_{ge} \tag{33}$$

$$\beta_{ij} = 1 + (\Delta m \lambda_0^2 / 2L_{ge}\Delta\lambda_{half})^2 \tag{34}$$

式中 L_{ge} 为腔的几何长度，假定 $L_{ge} = 3\ cm$，仍以 $Nd:YAG$ 和 $Nd:YVO_4$ 激光介质为例，长度均为 1 mm，它们的其它有关参数同前。

很容易算得，$Nd:YAG$ 激光器的 $\zeta_{ij} = 1.00$，说明该 $Nd:YAG$ 激光器不能实现单频运转。而 $Nd:YVO_4$ 激光器的 $\zeta_{ij} = 1.58$，说明 $Nd:YVO_4$ 激光器能实现单频运转。这是由于该 $Nd:YVO_4$ 晶体的吸收系数大，利用短程吸收实现单频运转，而不是靠短腔，国内外均有此类 $Nd:YVO_4$ 激光器单频运转的报道[9, 11, 12]，本文的理论计算与这些实验结果一致。

但即使利用短程吸收实现单频运转，单频激光输出功率与激光介质的长度也有密切的关系。假定 $Nd:YVO_4$ 的长度为 1.3 mm，其它参数不变，那么 $Nd:YVO_4$ 激光器的 $\zeta_{ij} = 1.44$，可见增益介质长度对单频运转的影响是很大。这在现有文献中是少有研究的。

3.3 增益介质的温度变化、腔长变化对激光二极管泵浦的固体激光器单频运转的影响

1) 对于微片激光器，温度变化引起的增益介质的长度变化(也即腔长的变化)对单频运转的影响由 $\frac{\Delta\zeta_{ij}}{\Delta l}$ 定量地给出。以 $Nd:YVO_4$ 微片激光器(YVO_4 长度为 0.5 mm)为例，$|\Delta\zeta_{ij}| = 1586|\Delta l|$；由于 $Nd:YVO_4$ 的热膨胀系数在 10^{-6} 量级，那么在±5℃范围内的温度变化引起的 $|\Delta\zeta_{ij}|$ 最大在 0.1 量级，因此小范围内温度的变化不影响微片激光器的单频运转。

2) 对于半外腔激光器，增益介质的温度变化引起其长度变化对单频运转的影响由 $\frac{\Delta\zeta_{ij}}{\Delta l}$ 定量地描述；而由机械振动、温度变化等引起的腔长变化由 $\frac{\Delta\zeta_{ij}}{\Delta L}$ 定量表示。以 $Nd:YVO_4$ 激光器($Nd:YVO_4$ 长度 1 mm，腔长 3 cm)为例，经过计算得到 $\left|\frac{\Delta\zeta_{ij}}{\Delta l}\right| = 287$，$\left|\frac{\Delta\zeta_{ij}}{\Delta L}\right| = 0$，由此可见小范围内的温度变化及腔长变化不会影响基频激光器的单频运转。这已被国内外有关 $Nd:YVO_4$ 单频激光器的研究所证实。

(29)式还适用含选模元件的驻波腔[12]，由于篇幅限制这里不讨论了。

参 考 文 献

[1] T. Kimura, K. Otsuka, M. Saruwatari, Spatial hole-burning of effects in a Nd^{3+} ·YAG laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1971, **QE-7**(6) : 225~ 230
[2] C. T. Pike, Spatial hole burning in CW dye lasers. *Opt. Commun.*, 1974, **10**(10) : 14~ 17
[3] H. W. Sohroder, H. Dux, H. Welling, Single mode operation of CW dye lasers. *Appl. Phys.*, 1975, **7**(1) : 21~ 28
[4] I. V. Hertel, A. S. Stamatovic, Spatial hole burning and oligomode distance control in CW dye lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**(5) : 210~ 212
[5] I. McMackin, C. Radzewicz, N. Beck *et al.*, Instabililies and chaos in a multimode, Standing-wave, CW dye laser. *Phys. Rev.* (*A*), 1988, **38**(7) : 820~ 832
[6] J. J. Zoyhowski, Limits imposed by spatial hole burning on the single-mode operation of standing-wave laser cavities. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(4) : 431~ 433
[7] L. W. Casperson, Laser power calculations: sources of error. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(2) : 422~ 434
[8] J. J. Zayhowski, The effects of spatial hole burning and energy diffusion on the single-mode operation of standing-wave lasers. *IEEE. J. Quant. Electron.*, 1990, **QE-26**(12) : 2052~ 2057
[9] G. J. Kintz, T. Baer, Single-frequency operation in solid-state laser materials with short absorption depths. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1990, **QE-26**(9) : 1457~ 1459
[10] T. Y. Fan, R. L. Byer, Diode laser-pumped solid-state lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1988, **QE-24**(6) : 895~ 912
[11] 林岳明, 何慧娟, 单频运转的 Nd·YVO_4 激光器. 光学学报, 1995, **15**(3) : 371~ 373
[12] 郑　义, 激光二极管泵浦的单频固体激光器的研究. 博士后研究工作报告, 天津, 天津大学研究生院, 1996

Theoretical Study on Single-Frequency Operation of Diode Laser-End-Pumped Solid-State Lasers

Zheng Yi[1]　Qian Weihong[2]　Liu Fuyi[3]　Yang Jianbai[4]　Yao Jianquan[4]

1. *Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu* 273165
2. *Dean's Office, Qufu Normal University, Qufu* 273165
3. *Department of Physics, Linyi Teachers College, Linyi* 276005
4. *Institute of Laser & Opto-Electronics, Tianjin University, Tianjin* 300072

(Received 17 June 1996; revised 2 January 1997)

Abstract A simple functions is derived which gives the maximum pump power for the single-frequency operation of a diode laser-end-pumped standing-wave laser in terms of the cavity geometry and materials parameters. It can be used as a practical guideline in the design of single-frequency lasers.

Key words diode-laser, end-pumped, solid-state laser, single-frequency.