第 17 卷　第 6 期　　　光　学　学　报　　　Vol. 17, No. 6
1997 年 6 月　　　ACTA OPTICA SINICA　　　June, 1997

非绝热效应对暗态的影响*

张　力　王　成　孙昌璞
(东北师范大学物理系, 东北师大理论物理研究所, 长春 130024)

摘　要　研究了微腔中量子单模驻波场与三能级 V 型暗原子相互作用的绝热动力学及其非绝热修正, 详细分析了它对两激发态之间粒子数转化的影响, 并由此讨论了体系绝热演化的条件。

关键词　暗原子,　量子微腔,　非绝热修正。

1　引　　言

原子光学技术在近几年取得了令人瞩目的进步, 人们已成功地实现了原子的俘获及冷却[1]和原子的分束[2]等。利用量子微腔中驻波场与三能级暗原子相互作用控制原子分束制成的原子干涉仪可用来精确测量光子的反冲能量, 其基本原理是利用驻波场和三能级暗原子的相互作用, 使粒子数经由暗态在两能量简并的激发态(或能量简并的基态)之间转化, 实现原子质心动量分立转移而达到分束的目的。目前的理论研究都是假定粒子数转化的演化过程是绝热过程, 没有考虑到量子态随时间演化过程中非绝热效应的影响。而非绝热效应必定会对粒子的转化过程产生影响。因此, 研究绝热微扰在粒子数转化过程中的作用是很必要的[3, 4]。基于此目的, 本文利用高阶量子绝热近似方法[5, 6], 详尽地讨论了量子微腔驻波场与三能级暗原子相互作用的量子态随时间演化的非绝热修正, 并在此基础上讨论了绝热演化满足的条件以及腔中原子的跃迁情况。

2　理论模型及暗态

考虑以$|g\rangle$为基态$|e_1\rangle$和$|e_2\rangle$($|e_1\rangle$、$|e_2\rangle$为能量简并态) 为激发态的能级差为$\hbar\omega_a$的简并三能级原子, 与圆频率为ω且a^+和a分别为产生和湮灭算符的单模驻波场耦合(如图 1 所示), 在旋转波近似下哈密顿量可以写为

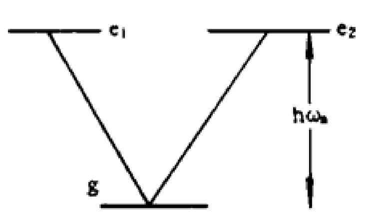

Fig. 1 Drawing of atomic energylevel

$$
\begin{aligned}
H(Z) = {} & \hbar\omega a^+ a + \hbar\omega_a(|e_1\rangle\langle e_1| + |e_2\rangle\langle e_2|) \\
& + \hbar\Omega_1(t)\sin kZ(a|e_1\rangle\langle g| + a^+|g\rangle\langle e_1|) \\
& + \hbar\Omega_2(t)\sin kZ(a|e_2\rangle\langle g| + a^+|g\rangle\langle e_2|)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$\Omega_1(t)$ 和 $\Omega_2(t)$ 是时间的缓变函数, 分别代表$|e_1\rangle$和$|e_2\rangle$与场的电

* 国家自然科学基金会优秀中青年人材专项基金和霍英东基金会青年教师基金资助课题。

收稿日期: 1996 年 1 月 13 日; 收到修改稿日期: 1996 年 5 月 30 日

偶极耦合系数。Z 为原子质心运动的坐标; $k = \omega/c$ 为驻波腔场的波矢。在绝热近似下 $H(Z)$ 的能量本征值为:

$$\left.\begin{aligned} E_{n_0} &= n\hbar\omega + \hbar\omega_a \\ E_{n\pm} &= \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega + \hbar\omega_a \pm \epsilon_\pm \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

其中

$$\epsilon_\pm = \pm\hbar\sqrt{\left[\frac{\Delta}{2}\right]^2 + \Omega_1^2(t)(n+1)\sin kZ + \Omega_2^2(t)(n+1)\sin kZ}$$

由此, 可以写出本征函数为:

$$\left.\begin{aligned} |\varphi_{n0}\rangle &\equiv |\varphi_{n0}(Z)\rangle = -\sin\theta_2|e_1, n\rangle + \cos\theta_2|e_2, n\rangle \\ |\varphi_{n-}\rangle &\equiv |\varphi_{n-}(Z)\rangle = -\sin\frac{\theta_1}{2}|g, n+1\rangle + \cos\theta_2\cos\frac{\theta_1}{2}|e_1, n\rangle + \sin\theta_2\cos\frac{\theta_1}{2}|e_2, n\rangle \\ |\varphi_{n+}\rangle &\equiv |\varphi_{n+}(Z)\rangle = \cos\frac{\theta_1}{2}|g, n+1\rangle + \cos\theta_2\sin\frac{\theta_1}{2}|e_1, n\rangle + \sin\theta_2\sin\frac{\theta_1}{2}|e_2, n\rangle \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

其中:

$$\left.\begin{aligned} \tan\theta_1 &= \frac{2\sqrt{\Omega_1^2(n+1)\sin kZ + \Omega_2^2(n+1)\sin kZ}}{\Delta} \\ \tan\theta_2 &= \frac{\Omega_2(t)}{\Omega(t_1)}, \qquad \Delta = \omega - \omega_a \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

从(2)、(3)式中以看出 $|\varphi_{n_0}\rangle$ 量子态对应的能量本征值同哈密顿量的相互作用部分无关, 在一级微扰下, 不发生变化, 此量子态称为暗态, 如要人为地控制驻波光场的强度以缓慢改变 $\Omega_1(t)$ 和 $\Omega_2(t)$ 的值就可以完成原子 $|e_1\rangle$ 和 $|e_2\rangle$ 量子态之间的转化。暗原子这一特性被用来制备 Fock 态[5]和实现质心动量分立化转移。

3　驻波场与三能级原子相互作用随时间演化波函的非绝热修正

为了考察非绝热效应在粒子数转化过程中的影响, 下面利用高阶量子绝热方法求解一阶准绝热近似下体系随时间演化的波函数。设:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{m=0,+,-} C_m\left[\exp\left[\frac{1}{i\hbar}\int_0^t E_{nm}\,\mathrm{d}t'\right]\right]|\varphi_{nm}\rangle \tag{5}$$

代入薛定谔方程 $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)\rangle = H|\Psi(t)\rangle$ 有:

$$\begin{aligned} &C_m(t) - C_m(0) + \int_0^t \langle\dot\varphi_{nm}(t')|\varphi_{nm}(t')\rangle C_m(t')\,\mathrm{d}t' \\ &\quad = -\sum_{l=\pm}\int_0^t \langle\dot\varphi_{nm}(t')|\varphi_{nl}(t')\rangle\left\{\exp\left[i\int_0^{t'}\omega_{lm}(t'')\,\mathrm{d}t''\right]\right\} C_l(t')\,\mathrm{d}t' \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\omega_{lm} = (E_l - E_m)/\hbar$, 利用:

$$\left.\begin{aligned} &\langle\dot\varphi_{n0}|\varphi_{n0}\rangle = 0, \quad \langle\dot\varphi_{n-}|\varphi_{n-}\rangle = 0, \quad \langle\dot\varphi_{n+}|\varphi_{n+}\rangle = 0 \\ &\langle\dot\varphi_{n-}|\varphi_{n+}\rangle = \frac{\dot\theta_1}{2}, \quad \langle\dot\varphi_{n+}|\varphi_{n-}\rangle = -\frac{\dot\theta_1}{2} \\ &\langle\dot\varphi_{n0}|\varphi_{n+}\rangle = \dot\theta_2\sin\frac{\theta_1}{2}, \quad \langle\dot\varphi_{n0}|\varphi_{n-}\rangle = \dot\theta_2\cos\frac{\theta_1}{2}, \quad \langle\dot\varphi_{n+}|\varphi_{n-}\rangle = -\dot\theta_2\sin\frac{\theta_1}{2} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

设体系初始时刻 $|\Psi(0)\rangle = |g, n+1\rangle$, 将(6)式经分部积分可得

$$\left.\begin{aligned} C_0(t) &= -\frac{\dot\theta_2 \sin\theta_1}{2i\omega_{0+}} \exp\left[i\int_0^t \omega_{0+}(t')\,\mathrm{d}t'\right] + \frac{\dot\theta_2 \sin\theta_1}{2i\omega_{0-}} \exp\left[i\int_0^t \omega_{0-}(t')\,\mathrm{d}t'\right] \\ C_+(t) &= \cos\frac{\theta_1}{2} - \frac{\dot\theta_1 \sin(\theta_1/2)}{2i\omega_{+-}} \exp\left[i\int_0^t \omega_{+-}(t')\,\mathrm{d}t'\right] \\ C_-(t) &= -\sin\frac{\theta_1}{2} - \frac{\dot\theta_1 \cos(\theta_1/2)}{2i\omega_{-+}} \exp\left[i\int_0^t \omega_{-+}(t')\,\mathrm{d}t'\right] \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

在一阶准绝热近似下体系随时间演化的波函数为:

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle = &\left\{-\sin\frac{\theta_1}{2} + \frac{i\dot\theta_1\cos(\theta_1/2)}{2\omega_{-+}}\exp\left[i\int_0^t\omega_{-+}(t')\,\mathrm{d}t'\right]\right\}\exp\left[-i\int_0^t\omega_-(t')\,\mathrm{d}t'\right]|\varphi_{n_-}\rangle \\ &+\left\{\cos\frac{\theta_1}{2} + \frac{i\dot\theta_1\sin(\theta_1/2)}{2\omega_{+-}}\exp\left[i\int_0^t\omega_{+-}(t')\,\mathrm{d}t'\right]\right\}\exp\left[-i\int_0^t\omega_+(t')\,\mathrm{d}t'\right]|\varphi_{n+}\rangle \\ &+\frac{\dot\theta_2}{2}\sin\theta_1\left\{\frac{i}{\omega_{0+}}\exp\left[i\int_0^t\omega_{0+}(t')\,\mathrm{d}t'\right]\right. \\ &\left.-\frac{i}{\omega_{0-}}\exp\left[i\int_0^t\omega_{0-}(t')\,\mathrm{d}t'\right]\right\}\exp\left[-i\int_0^t\omega_0(t')\,\mathrm{d}t'\right]|\varphi_{n0}\rangle \end{aligned} \tag{9}$$

如果体系的演化过程中满足绝热条件

$$\begin{aligned} \left|\frac{\dot\theta_1}{\omega_{+-}}\right| = &\left|\Delta k\dot Z\{[\Omega_1^2(t)+\Omega_2^2(t)](n+1)\sin kZ\cos kZ\right. \\ &+(n+1)\sin^2 kZ[\Omega_1(t)\dot\Omega_1(t)+\Omega_2(t)\dot\Omega_2(t)]\} \\ &\times\{2[(\Delta/2)^2+\Omega_1^2(t)(n+1)\sin^2 kZ+\Omega_2^2(t)(n+1)\sin^2 kZ]^{3/2} \\ &\left.\times[\Omega_1^2(t)(n+1)\sin^2 kZ+\Omega_2^2(t)(n+1)\sin^2 kZ]^{1/2}\}^{-1}\right| \\ &\ll 1 \\ \left|\frac{\dot\theta_2}{\omega_{0+}}\right| = &\left|\frac{\Omega_1(t)\dot\Omega_2(t)-\Omega_2(t)\dot\Omega_1(t)}{\Delta/2+\hbar\sqrt{(\Delta/2)^2+\Omega_1^2(t)(n+1)\sin^2 kZ+\Omega_2^2(t)(n+1)\sin^2 kZ}}\right| \ll 1 \\ \left|\frac{\dot\theta_2}{\omega_{0-}}\right| = &\left|\frac{\Omega_1(t)\dot\Omega_2(t)-\Omega_2(t)\dot\Omega_1(t)}{-\Delta/2+\hbar\sqrt{(\Delta/2)^2+\Omega_1^2(t)(n+1)\sin^2 kZ+\Omega_2^2(t)(n+1)\sin^2 kZ}}\right| \ll 1 \end{aligned} \tag{10}$$

体系在绝热近似下随时间演化的波函数为:

$$|\Psi(t)_{aba}\rangle = -\sin\frac{\theta_1}{2}\exp\left[-i\int_0^t\omega_-(t')\,\mathrm{d}t'\right]|\varphi_{n_-}\rangle + \cos\frac{\theta_1}{2}\exp\left[-i\int_0^t\omega_+(t')\,\mathrm{d}t'\right]|\varphi_{n+}\rangle \tag{11}$$

从(11)式可以看到绝热演化过程中任意时刻原子跃迁到暗态 $|\varphi_{n0}\rangle$ 的几率为:

$$|\langle\varphi_{n0}|\Psi(t)_{aba}\rangle|^2 = 0 \tag{12}$$

这说明在绝热演化过程中处在暗态上的粒子数始终不变, 这也是 $|\varphi_{n0}\rangle$ 被称为暗态的原因。

(9)、(10) 二式表明, 要想保证三能级原子与驻波场相互作用体系是绝热演化就必须满足 $|\dot\theta_1/\omega_{+-}| \ll 1$, 即要求原子质心的速率极小[7], 且同时满足 $|\dot\theta_2/\omega_{0+}| \ll 1$; $|\dot\theta_2/\omega_{0-}| \ll 1$, 即要求原子分束过程中控制 $\Omega_1(t)$ 和 $\Omega_2(t)$ 的变化率相对于暗态与二缀饰态能级差对应的频率不应很大, 在绝热演化的过程中, 由于 $|\varphi_{n0}\rangle$ 量子态不随时间演化, 因此可人为调节 $\Omega_1(t)$ 和 $\Omega_2(t)$ 使其缓慢改变, 从而使得 $|\sin\theta_2|$ 由 0 变至为 1, 原子将从 $|e_1\rangle$ 态全部转移到 $|e_2\rangle$ 态。

若绝热条件被破坏(质心运动速度不是足够小或变化不够慢)，则应考虑非绝热效应的影响，在一阶绝热微扰下概括了非绝热效应的体系随时间准绝热演化的波函数由(9)式给出，此时原子从初始状态跃迁到$|\varphi_{n0}\rangle$上的几率为:

$$P_3(|g, n+1\rangle \to |\varphi_{n0}\rangle) = |\langle\varphi_{n0}|\psi(t)\rangle|^2$$
$$= \frac{\theta_2^2}{4}\sin^2\theta_1\left\{\frac{1}{\omega_{0+}^2} + \frac{1}{\omega_{0-}^2} + \left[2\cos\int_0^t \omega_{+-}(t')\,dt'\right] \Big/ (\omega_{+0}\omega_{0-})\right\} \tag{13}$$

(13)式表明，由于绝热微扰项的影响，原子向暗态跃迁几率不再为零，非绝热项引起的跃迁几率正比于θ_2^2，即$\Omega_1(t)$和$\Omega_2(t)$变化得越快，非绝热跃迁越显著，这意味着在粒子不能再无吸收地经由暗态完成$|e_1\rangle$和$|e_2\rangle$量子态之间的转化，这将影响原子干涉仪的整个物理过程。

结　论　本文利用高阶量子绝热方法详尽地讨论了量子微腔中驻波光场与三能级原子相互作用的非绝热修正及对经由暗态的两能量简并的量子态之间粒子数转化的影响及绝热演化的条件，相信这对原子分束问题将有所帮助。

参　考　文　献

[1] S. Haroche, M. Brune, J. M. Raimond, Trapping atoms by the vacuum field in a cavity. *Euro. Phys. Lett.*, 1991, **14**(1)：19~24

[2] E. Arimondo, W. D. Phillips, F. Strumia, *Laser Manipulation of Atoms and Ions*. Amsterdam, North Holland, 1992

[3] 王　成, 张　力, 孙昌璞, 量子微腔中原子俘获的绝热微扰分析. 光学学报, 1996, **16**(4)：385~388

[4] 张　力, 王成, 孙昌璞, 量子微腔中三能级原子准热动力学过程的研究. 中国科学, 1996, (6)：543~549

[5] C. P. Sun, High-order adiabatic approximation related to non-Abelian Berry's phase factors and nuclear quadrupole resonance. *Phys. Rev.* (*D*), 1990, **41**(4)：1318~1322

[6] C. P. Sun, High-order adiabatic approximation for non-Hermition quantum system and complexization of Berry's phase. *Phys. Scripta*, 1993, **48**(4)：393~398

[7] Martin Weitz, Brenton C. Young, Steven Chu, Atomic interferometer based on adiabatic population transfer. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **73**(19)：2563~2566

The Non-Adiabatic Effect on Dark State

Zhang Li　　Wang Cheng　　Sun Changpu

(*Institute of Theoretical Physics, Physics Department, Northeast Normal University, Changchun* 130024)

(Received 13 January 1996; revised 30 May 1996)

Abstract　The paper analyzes the dynamic behavior of 3-level energy V-type atom in a quantum cavity. The interaction of a 3-level dark atom and stationary wave field in the cavity is discussed. The adiabatic condition and effect of non-adiabatic factor on dynamic evolution are analysed. The effect on the translation of partial number and the condition of adiabatic evolution are indicated.

Key words　dark atom,　quantum cavity,　non-adiabatic modification.