

用光线矩阵元描述 X 射线激光输出特性*

杨 军 王世绩 范滇元 顾 援 周关林

(中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

摘 要 采用矩阵光学方法, 研究了串接多靶、弯曲靶加反射镜“双程放大”X 射线激光输出特性, 给出了发散角普遍公式, 分析了电子密度梯度分布、反射镜角度失调对 X 射线激光输出场分布的影响, 所得结果与已有实验符合得较好。最后, 对如何从靶、X 光学元件空间排布来实现近衍射极限的输出发散角提出了新的设想, 并作了半定量的探讨。

关键词 等离子体 X 射线激光, 光线矩阵元, 有效辐射源。

1 引 言

采用串接靶、弯曲靶以及加反射镜双程放大等实验方案获得饱和输出、近衍射极限发散角的 X 射线激光是目前实验室 X 射线激光发展重点方向之一^[1~5]。这些工作的特点是采用厚靶、通过靶的空间排布或改变靶的几何形状补偿电子密度梯度导致的 X 光偏折, 使 X 光始终在增益区中放大; 与反射镜技术配合, 实现了多程放大从而提高了效率, 同时又引入空间选模机制。如何进一步压缩发散角、提高 X 激光空间相干性和输出强度, 需要对 X 射线在等离子体、自由空间的传输行为深入研究。几何光线追迹法^[6, 7]、数值计算^[8]和解析近似求解^[9]有源波动方程等方法都偏于繁杂。本文基于实验室 X 射线激光主要是自发辐射放大光这一特点, 把自发辐射光场沿空间不同方向的角谱成分用几何光线表征, 运用矩阵光学从几何光学角度简洁、直观地分析了串接靶、弯曲靶加反射镜“双程放大”X 射线激光的一些输出特性。给出了发散角普遍公式, 研究了实验光路的排布对输出发散角的影响, 其结果与已有实验符合得较好。将等离子体介质视为类透镜介质, 探讨了电子密度梯度分布对输出发散角的影响。定性解释了反射镜角度失调将造成输出场呈台阶分布。最后根据现有实验条件提出了在反射镜和等离子体工作介质间加望远镜系统以进一步压缩发散角的方案。

2 理 论

X 射线波段光学元件性能上的局限性以及等离子体增益时间很短, 决定了目前实验室 X 射线激光不能像通常激光器那样有腔型结构, 而只是自发辐射放大 X 光, 难以形成稳定的空间模式。对于任一双程放大 X 射线激光光学系统如图 1 所示, 其输出场分布包括两个部分:

* 国家高技术激光领域 X 射线激光专题资助项目。

收稿日期: 1996 年 7 月 15 日; 收到修收稿日期: 1997 年 1 月 13 日

单程自发辐射放大光和双程自发辐射放大光，而一般情况下后者是主要贡献。对双程放大光不考虑增益饱和效应，在输出端口附近的自发辐射源将得到最充分的放大，所以双程放大 X 激光输出场分布主要是这些辐射源决定的。为了研究的方便可以取一个有效源 ES，其位于靶输出端处、横向尺寸等于等离子体增益区半宽度 W_e 。

如果把有效辐射源 ES 经反射镜往返一次的传播看成经过一个光学系统和若干孔径光阑向外输出的过程如图 2 所示。 P_0, P_1, P_2 分别为往返一次传输过程中等离子体工作区两端端口孔径，ES' 为 ES 经光学系统所成像。因为是自发辐射源，ES 向空间任一角度辐射强度都是相等的；从角谱的观点看，自发辐射由权重相等的一系列沿不同方向传播的平面波组成。用几何光线表征自发辐射光场沿空间不同方向的角谱成分，可以分析输出主光阑对每一角谱成分的透过函数得出发散角表达式。

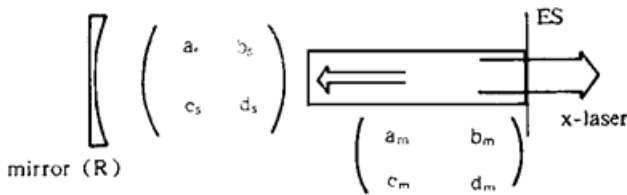


Fig. 1 Double pass amplified X-ray laser system

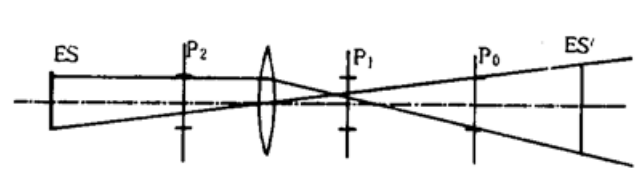


Fig. 2 Equivalent optical scheme of double pass amplified RAL

1) 当辐射像源横向尺寸比输出孔径光阑大时，如图 3(a) 所示。

图中各角 $\theta_1 = (W_e' - W_p)/2L$, $\theta_2 = W_e'/2L$, $\theta_3 = (W_e' + W_p)/2L$ 沿 θ 方向角谱成分透过函数 $T(\theta)$ 为

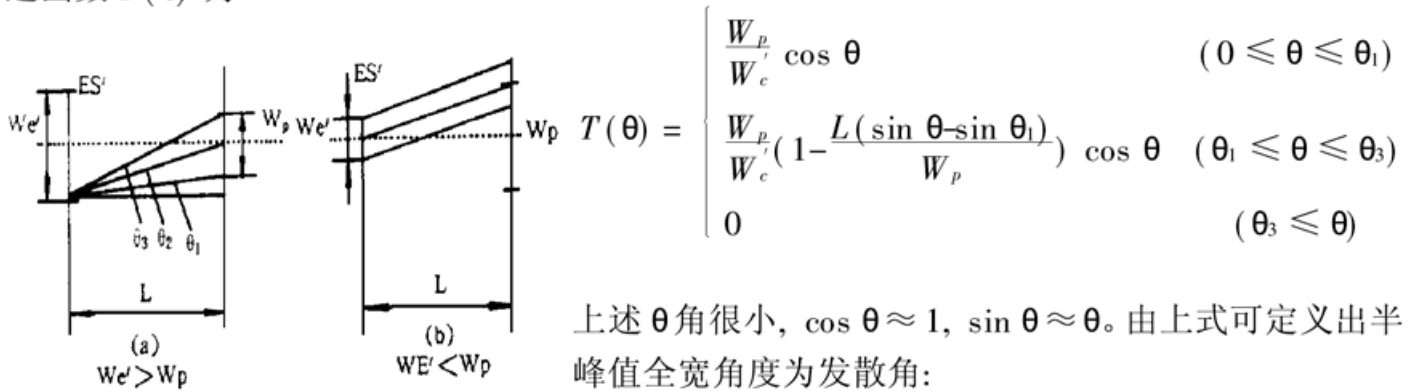


Fig. 3 (a) $W_e' > W_p$, (b) $W_e' < W_p$

上述 θ 角很小， $\cos \theta \approx 1$, $\sin \theta \approx \theta$ 。由上式可定义出半峰值全宽角度为发散角：

$$\Delta\theta = \frac{W_e'}{L} \tag{1}$$

2) 当辐射像源横向尺寸比输出孔径光阑小时，如图 3(b) 所示。

$$\Delta\theta = \frac{W_p}{L} \tag{2}$$

通过比较三个出射孔径光阑对像源中心的张角(即出射孔径角)可确定出射主光阑，取有效辐射源、输出孔径的大小都等于等离子体增益区半宽度 W_e ，并考虑到对于输出孔径存在一个衍射极限发散角 $\theta_D = 2.44 \times \lambda/W_e$ ，可得出双程放大 X 激光输出发散角的普遍表达式，

$$\theta_{div} = \begin{cases} (W_e/D)/L + \theta_D & (W_p \leq W_e/D) \\ W_p/L + \theta_D & (W_p \geq W_e/D) \end{cases} \tag{3}$$

式中 $L = |B/D|$, $W_p = W_e$ (当 P_0 为出射主光阑); $L = |(B/D) - (B_1/D_1)|$, $W_p = (W_e/D_1)$; (当 P_1 为出射主光阑) $L = |(B/D) - (B_2/D_2)|$, $W_p = (W_e/D_2)$ (当 P_2 为出射主光

阑)。BD、 B_1D_1 、 B_2D_2 分别为自发辐射源 ES 经反射镜往返一次到输出端 P_0 ，孔径光阑 P_2 经反射镜到输出端 P_0 ，孔径光阑 P_1 到输出端 P_0 的光线矩阵元为^[10, 11]：

$$\left. \begin{aligned} B &= a_m b_m (a_s d_s - 2a_s b_s / R + b_s c_s) + a_m d_m (2b_s d_s - 2b_s^2 / R) \\ &\quad + b_m^2 (2a_s c_s - 2a_s^2 / R) + b_m d_m (a_s d_s + b_s c_s - 2a_s b_s / R) \\ D &= c_m b_m (a_s d_s - 2a_s b_s / R + b_s c_s) + c_m d_m (2b_s d_s - 2b_s^2 / R) \\ &\quad + d_m b_m (2a_s c_s - 2a_s^2 / R) + d_m^2 (a_s d_s + b_s c_s - 2a_s b_s / R) \\ B_2 &= a_m (2b_s d_s - 2b_s^2 / R) + b_m (a_s d_s + b_s c_s - 2a_s b_s / R) \\ D_2 &= c_m (2b_s d_s - 2b_s^2 / R) + d_m (a_s d_s + b_s c_s - 2a_s b_s / R) \\ B_1 &= b_m, \quad D_1 = d_m \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

事实上本文给出的加反射镜双程放大 X 射线激光发散角，并不局限于 X 光同样也可适用于可见光波段，它比文献[12, 13]在讨论铜蒸气激光时给出的发散角表达式更严格、更具普遍性。

3 几个实例

3.1 双靶串接、弯曲靶加反射镜

目前串接双靶、弯曲靶双程放大 X 射线激光实验都是采用电子碰撞机制单面辐照厚靶。其特点是：电子密度随靶面距离增加呈线性或近线性抛物型下降。下面就这两种电子密度分布对发散角的影响分别加以讨论，并取靶和反射镜间距为 χ ，靶长为 l ，反射镜曲率半径 R 。

3.1.1 电子密度呈线性分布

$$n_e(x) = n_{e0}x / 2W_e$$

相应的折射率为，

$$n(x) = 1 - \frac{n_e(x)}{2n_{cr}} = n_0(1 + \alpha x) \quad (5)$$

其中， $\alpha = n_{e0} / 4n_{cr}W_e$ ， $n_0 = 1 - n_{e0} / 2n_{cr} \approx 1$ ， n_{cr} 为临界电子密度。

(对于类 He-Ge X 激光 ($\lambda \approx 23.2 \text{ nm}$)， $n_{e0} = 2.0 \times 10^{20} [\text{cm}^{-3}]$ ， $n_{cr} = 1.116 \times 10^9 / \lambda^2 = 2.056 \times 10^{24} [\text{cm}^{-3}]$)。

这样的介质相当于一个光线偏转器，由于采用双靶对接、弯曲靶有效地克服了电子密度梯度引起的偏折，所以可以把等离子体工作区等效为 n_0 的均匀介质，相应的介质光线矩阵为

$\begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。于是(4)式各矩阵元表示为：

$$\left. \begin{aligned} B &= 2(l + \chi) - 2(l + \chi)^2 / R, & D &= 1 - 2(1 + \chi) / R \\ B_1 &= \chi, & D_1 &= 1 \\ B_2 &= 2\chi + l - \chi(2\chi + l) / R, & D_2 &= 1 - 2\chi / R \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3.1.2 电子密度呈(近线性)抛物型分布

$$n_e(x) = a\{1 - [x - (2W_e - b)]^2 / b^2\}$$

式中 a 、 b 是确定抛物线具体分布的待定参数，并如图 4 所示。用 $n_e(x) = n_{e0} / 2$ 时线性分布 I 和抛物型分布 Π 分别对应的 x 值之差 Δ 表示 Π 趋近 I 的程度，因为是近线性分布，要求 $\Delta / W_e < 0.01$ 。相应的折射率分布为：

$$n(x) = 1 - n_e(x)/2n_{cr} = n_0 + \alpha x + \beta^2 x^2/2l \leq x \leq 2W_e \tag{7}$$

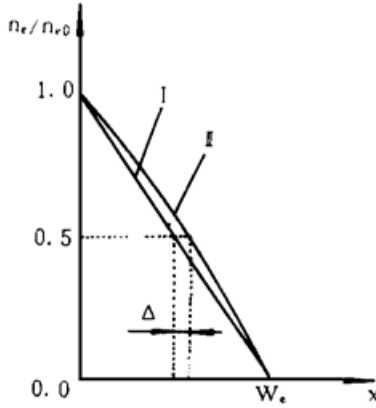


Fig. 4 Linear and quasi-linear profile of electron density

$$n_0 = 1 - \frac{a}{2n_{cr}} + \frac{a(W_e - b)^2}{2n_{cr}b^2},$$

$$\alpha = -\frac{a(2W_e - b)}{n_{cr}b^2}, \quad \beta = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{a}{n_{cr}}}$$

代入相应参数(7)式求出, $\Delta = 1.0 (\mu\text{m})$ 时 $\beta = 0.0070 (\text{mm}^{-1})$, $\Delta = 2.0 (\mu\text{m})$ 时, $\beta = 0.0099 (\text{mm}^{-1})$; $n_0 \approx 1$. 这一非对称的类透镜介质等效为一个薄的负透镜和偏转器, 与前面讨论线性分布一样可以不考虑偏转器对光线的偏转作用。相应的等离子体介质矩阵为:

$$\begin{bmatrix} 1 + \beta^2 l^2/2 & l \\ \beta^2 l & 1 + \beta^2 l^2/2 \end{bmatrix}$$

则(4)式中各矩阵元具体表示成,

$$B = 2(1 - 2X/R)(1 + \beta^2 l^2/2)l + (2X - 2X^2/R)(1 + \beta^2 l^2/2)^2 - 2l^2/R$$

$$D = \beta^2 l^2(1 - 2X/R) + \beta^2 l(2X - 2X^2/R)(1 + \beta^2 l^2/2)$$

$$- 2l(1 + \beta^2 l^2/2)/R + (1 + \beta^2 l^2/2)(1 - 2X/R)$$

$$B_1 = l,$$

$$D_1 = 1 + \beta^2 l^2/2$$

$$B_2 = (1 + \beta^2 l^2/2)(2X - 2X^2/R) + l(1 - 2X/R)$$

$$D_2 = \beta^2 l(2X - 2X^2/R) + (1 + \beta^2 l^2/2)(1 - 2X/R) \tag{8}$$

将等离子体介质矩阵元和相应的参数代入(3)式、(4)式即可求出靶的电子密度为线性和近线性抛物分布的双程放大 X 激光发散角, 具体实验参数和计算结果见表 1。由上面分析可看出, 采用大曲率凹面镜或平面镜以及加大靶和反射镜间距都可以减少发散角。另外电子密度为近线性抛物分布比线性分布有利于压缩发散角。表 1 部分计算值与实验值之间存在一些偏差, 是由于实验上多靶串接并不能完全补偿电子密度梯度导致的光线偏折, 同时在理论计算上为了便于分析只取了一个自发辐射源面, 并且忽略了增益不均匀性。

Table 1. θ_{cal1} (linear), θ_{cal2} (Parabolic $\Delta = 1.0 (\mu\text{m})$), θ_{cal3} (Parabolic $\Delta = 2.0 (\mu\text{m})$)

	W_e (μm)	l (mm)	X (mm)	R (mm)	main aperture	θ_{exp} (mrad)	θ_{cal1} (mrad)	θ_{cal2} (mrad)	θ_{cal3} (mrad)
Wang: double-target	108	28	30	80	P ₁	3.7	2.95	2.96	2.97
Carillor: double-target	100	36	20	130	P ₀	3.6	2.14	2.00	1.97
Kodama: curved-target	100	30	59	∞	P ₀	≈ 1	1.13	1.11	1.09

3.2 爆炸薄膜靶加反射镜

爆炸靶的特点是, 增益区内电子密度为中间高两头低、中间较平缓两头陡的凸抛物线型分布。不考虑增益的不均匀性, 爆炸靶相当于一对对称的类负透镜介质。其折射率分布为:

$$n(x) = 1 - (n_{e0}/2n_{cr})(1 - x^2/W_e^2) \approx 1 + \beta^2 x^2/2 \tag{9}$$

式中 $\beta^2 = (n_{e0}/n_{cr}W_e^2)$ 。相应的光线矩阵为: $\begin{bmatrix} \text{ch } \beta l & (1/\beta) \text{ sh } \beta l \\ \beta \text{ sh } \beta l & \text{ch } \beta l \end{bmatrix}$ 。对爆炸靶不失一般性取

下列参数, $\lambda = 10 (\text{nm})$, $n_{e0} = 5.0 \times 10^{20} (\text{cm}^{-3})$, $W_e = 100 (\mu\text{m})$, $l = 40 (\text{mm})$, $X = 30$

(mm), $R = \infty$ 。可得, $\beta = 0.067 \text{ (mm}^{-1}\text{)}$ 。

容易判断 P_0 是出射主光阑, 有关矩阵元为,

$$\begin{aligned} B &= (2/\beta) (1 - 2X/R) \text{ch } \beta l \text{ sh } \beta l + (2X - 2X^2/R) \text{ch } \beta l \text{ ch } \beta l - (2/R\beta^2) \text{sh } \beta l \text{ sh } \beta l \\ D &= (1 - 2X/R) \text{sh } \beta l \text{ sh } \beta l + (2X - 2X^2/R) \beta \text{ch } \beta l \text{ sh } \beta l - (2/R\beta) \text{sh } \beta l \text{ ch } \beta l \\ &\quad + (1 - 2X/R) \text{ch } \beta l \text{ ch } \beta l \end{aligned} \quad (10)$$

并可得出:

$$L = B/D \approx 1/\beta \text{ (恒定常数)}, \quad \text{像源大小: } W_e/D \approx 0.3 \text{ (}\mu\text{m)} \quad (11)$$

由(3)式, $\theta_{\text{div}} = (W_e/L) + \theta_D \approx 7 \sim 8 \text{ (mrad)}$ 。

虽然爆炸薄膜靶和厚靶形成的等离子体密度分布都可用二次型抛物线描述, 但两者的值不同导致了明显的差别。厚靶可等效为一个薄的发散透镜和偏折器; 而爆炸靶等效为很厚的发散透镜。正如(11)式所给出的无论介质后面光路如何排布, 等效像源始终是在输出端前一个固定位置(距输出端 $1/\beta$) 的近似点光源; 所以厚靶比爆炸靶有利于实现小的发散角。这样就很容易理解为什么目前所有小发散角 X 激光实验都是用厚靶实现的。劳伦斯·利弗莫尔(LLNL)实验室的 X 激光实验常使用爆炸薄膜靶, 有关的实验(包括多靶加反射镜行波放大)输出发散角都大于 10 mrad, 其部分原因正如上所述。

4 反射镜角度失调对输出场的影响

实验中观察到反射镜的角度微小变化也会对输出场分布产生明显的影响, 导致台阶状分布。下面将从等效辐射源在往返一次传输时所经历的孔径限制过程来分析反射镜失调对输出场的影响。图 5 给出了反射失调 $\Delta\theta$ 时光线往返一次入射孔径主光阑的大小和位置。

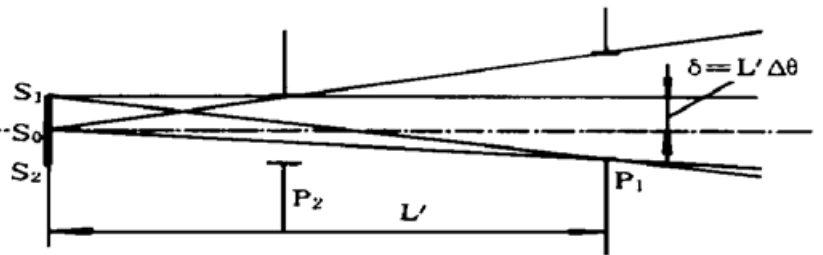


Fig. 5 Scheme of optical path with misaligned mirror

P_2 -aperture of target and near to mirror, P_1 -conjugate image of end aperture (P_0 or P_1) in objective space

等效源上各点的入射孔径角由孔径光阑 P_1 、 P_2 决定, 由于反射镜失调导致 P_1 离轴, 将造成两个方面影响: 1) 等效源上各点的入射孔径

角随各点距轴的位置不同而发生变化, 并且是不对称的(如图中 S_1 、 S_2 点)。所以即便等效源上强度分布是均匀的也会导致后面光场放大的横向不均匀性, 输出场呈台阶状分布。2) 平均入射孔径角减小, 即重新注入的双程放大光强度减弱, 这样更多的反转粒子数用于放大的自发辐射单程光。因此输出场分布包括两个部分: 双程放大的自发辐射光和单程放大的自发辐射光, 由于两者在输出强度和偏折角上的差别也会使输出场呈台阶状分布。

5 关于进一步压缩发散角的设想

若想实现近衍射极限发散角必需加大反射镜和靶之间间距 X 。但事实上不可能无限制地加大 X 。这是因为间距过大使重新注入靶的光强太小不足以与单程放大的自发辐射光竞争, 同时也会给反射镜角度的校准带来困难。为此本文提出一种新的光路排布, 在靶和反射镜之间插入两块反射镜构成一个望远镜系统, 在靶和反射镜间距不是很大的情况下, 可有效地减

少输出发散角。具体光路排布如图 6 所示, 第一块反射镜中心距靶 l_1 , 曲率半径 R_1 倾角 α_1 , 第二块反射镜中心距平面反射镜 l_2 、曲率半径 R_2 倾角 α_2 , 两块反射镜间距 X , 并使 $X = (R_1 \cos \alpha_1/2) + (R_2 \cos \alpha_2/2)$ 以构成望远镜系统。

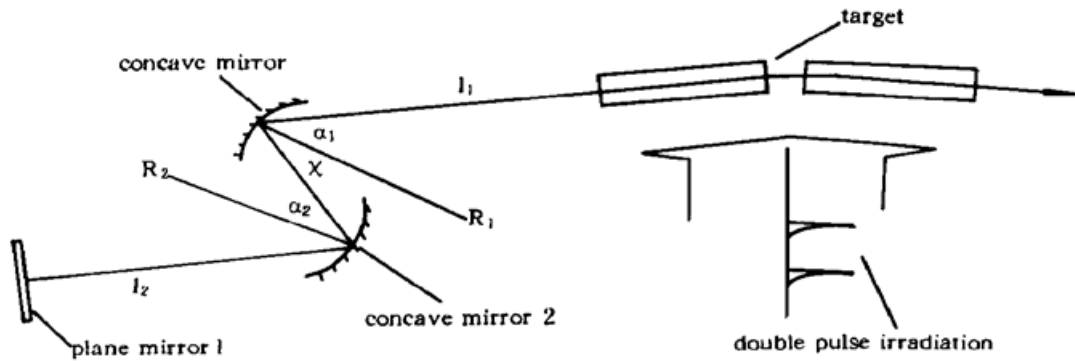


Fig. 6 A new scheme of optical path of double pass amplified X-ray laser experiment with a telescope
利用(3)、(4)式, 可得,

$$\theta_{\text{div}} = \frac{W_e}{2(l + l_1 + l_2 M^2) - M(R_1 \cos \alpha_1 + R_2 \cos \alpha_2)} + \theta_D \quad (12)$$

式中 $M = R_1 \cos \alpha_1 / R_2 \cos \alpha_2$, θ_D 为衍射极限角。由(12)式可知, 只要合理选取 R_1 、 R_2 、 l_2 即可大大压缩发散角。考虑到靶增益维持时间的限制应该采用双脉冲驱动。另外, 两块反射镜构成了一个望远镜系统, 可在其间加小孔实现一定的滤波作用, 而且两反射镜都倾斜了一定角度也起到了部分起偏作用。

小 结 引入有效辐射源的概念、用矩阵光学的方法可以较简洁地分析双程放大 X 激光实验中光路排布、电子密度分布对输出发散角的影响; 并能定性解释反射镜角度失调将造成输出场呈台阶状分布。这种方法为实验上如何实现近衍射极限发散角的射线激光提供了一个简单直观的分析手段。

最后作者感谢钱列加研究员的热情指导, 华仁忠、徐世祥、张华博士的有益讨论和帮助。

参 考 文 献

- [1] Shiji Wang, Yuan Gu, Guanlin Zhou, Experimental investigation of high-gain Ne-like Ge soft-X-ray by double massive-target coupling. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, **9**(3): 360~ 368
- [2] 王世绩, 顾 援, 周关林等, 反射镜多靶串接增益饱和软 X 光激光实验. *强激光与粒子束*, 1993, **5**(4): 557~ 563
- [3] Shiji Wang, Yuan Gu, Dianyuan Fan, Near diffraction limit out put and gain saturation of soft-X-ray laser. *Chinese J. Lasers(B)*, 1993, **2**(2): 481~ 484
- [4] A. Carillon, H. Z Chen, P. Dhez, Saturated and near-diffraction-limited operation of XUV laser at 23.6 nm. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(19): 2917~ 2920
- [5] R. Kodama, D. Neely, Y. Kato, Generation of small-divergence soft X-ray laser by plasma waveguiding with a curved target. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **73**(24): 3215~ 3218
- [6] R. A. London, Beam optics of exploding foil plasma x-ray lasers. *Phys. Fluids*, 1988, **31**(1): 184~ 192
- [7] 邵云峰, 张国平, X 光激光在等离子体中的传播. *强激光与粒子束*, 1992, **4**(2): 181~ 185

- [8] M. D Feit, J. A. Fleck Jr, Wave-optics description of laboratory soft-X-ray laser. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **7**(10) : 2048~ 2060
- [9] R. A. London, M. Strauss, M. D. Rosen, Modal Analysis of X-ray laser coherence. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **165**(5) : 563~ 565
- [10] 范滇元, 用光线矩阵元表达的菲涅耳数. *光学学报*, 1983, **3**(4) : 319~ 325
- [11] 王绍民, 矩阵光学原理, 杭州, 杭州大学出版社, 1994
吕百达, 激光光学, 成都, 四川大学出版社, 1992
- [12] S. K. Dixit, S. V. Nakhe, B. Singh, Analysis of a noncavity laser with magnifying optics in front of the high-reflectivity mirror. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1991, **QE-27** : 1143~ 1145
- [13] P. Heszler, Zs. Bor, G. Kovacs, Decreaseing the divergence of high-gain laser. *Opt. & Quant. Electron.*, 1988, **20**(3) : 377~ 381

Analysis of Soft X-Ray Laser Output Behavior by Using Ray Matrix

Yang Jun Wang Shiji Fan Dianyuan Gu Yuan Zhou Guanlin
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechmacs, The Chinese Academy of Sciences,
National Laboratory On High Power Laser And Physics, Shanghai 201800)

(Received 15 July 1996; revised 13 January 1997)

Abstract Using ray matrix method, we analyse the output behavior of double-pass amplified soft X-ray laser by coupling multi-target or curved target with reflective mirror. A general formula for output divergence is derived, and the influence on output field profile resulting from electron density gradients and mirror misalignment is discussed. The theoretical calculation and the available experimentally divergence values are found being in agreement. A new scheme for generating near-diffraction-limited divergence is supposed.

Key words plasma X-ray laser, Ray matrix, effective ASE source.