

求复折射率波导本征值的打靶法

陈昌华 杨国文 徐俊英 陈良惠 王启明

(集成光电子学国家重点联合实验室, 中国科学院半导体研究所, 北京 100083)

摘 要 给出了求一维缓变复折射率波导本征值的打靶法, 它是对求一维实折射率波导本征值的打靶法的推广。利用它可以分析增益或损耗对 TE 和 TM 模式的影响, 并给出了计算实例。

关键词 本征值, 波导, 打靶法。

1 引 言

有许多情况需要知道复折射率波导的复本征值即复传播常数, 如半导体激光器侧向模式分析、半导体激光放大器的模式分析、含增益或吸收光栅的分布反馈(DFB)激光器和分布布拉格反射(DBR)激光器耦合系数的计算等。

严格说来任何波导都是复折射率波导, 一般情况下只考虑实折射率波导是因为表示增益或损耗的折射率虚部与其实部相比对导波过程的影响可以忽略的缘故。对于一般的三层复折射率突变平板波导, 只需解复本征值方程即可得到其传播常数。但对半导体激光器和半导体激光放大器而言, 其垂直结平面方向常是多层突变波导或缓变波导(如在量子阱激光器中广泛采用的缓变折射率限制结构); 而由于注入电流非均匀分布以及侧向空间烧孔等效应, 其平行结平面方向形成的波导也是缓变的。对求多层突变复折射率波导本征值问题, 已发展了转移矩阵和散射矩阵方法^[1~3]。对缓变复折射率波导, 虽然可用立方插值近似(CSA)方法^[4]求解, 但算法复杂且耗时。对缓变实折射率波导, 打靶法^[5](SM)是一种经济而有效的算法。本文的目的就是将打靶法推广到求复折射率波导的本征值, 将其称之为复打靶法(CSM), 并将前者称为实打靶法(RSM)。

2 公式与算法

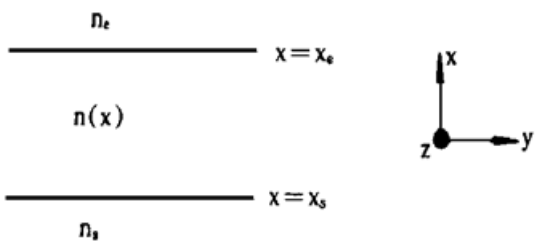


Fig. 1 Geometry of the waveguiding structure in this analysis

考虑如图 1 所示波导结构, 设沿 z 方向传播的导波模式为 y 偏振。当 $x < x_s$ 和 $x > x_e$ 时, 复折射率分别为常数 n_s 和 n_e , 在区间 $[x_s, x_e]$, 复折射率 $n(x)$ 可为任意分布。对 TE 和 TM 模式, 一维波动方程分别为

$$\text{TE}(E_z = 0): \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k_0^2 [n^2(x) - (\beta/k_0)^2] E_y = 0, \quad (1)$$

$$\text{TM}(H_z = 0): \quad \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + k_0^2 [n^2(x) - (\beta/k_0)^2] H_y - \frac{1}{n^2(x)} \frac{\partial H_y}{\partial x} \frac{\partial n^2(x)}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

其中 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 为自由空间波数, $\beta = \beta_r + i\beta_i$ 为导波模式的复传播常数, 也是微分方程(1)或(2)的复本征值。

对导波模式, 因为 n_s 和 n_e 均为常数, 所以 E_y 和 H_y 在区间 $(-\infty, x_s)$ 和区间 $(x_e, +\infty)$ 内均随 x 指数衰减, 即

$$\text{TE:} \quad E_y = \begin{cases} E_y(x_s) \exp [k_0 \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_s^2} (x - x_s)], & x \leq x_s \\ E_y(x_e) \exp [k_0 \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_e^2} (x_e - x)], & x \geq x_e \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{TM:} \quad H_y = \begin{cases} H_y(x_s) \exp [k_0 \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_s^2} (x - x_s)], & x \leq x_s \\ H_y(x_e) \exp [k_0 \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_e^2} (x_e - x)], & x \geq x_e \end{cases} \quad (4)$$

(3) 式和(4)式已包含了 E_y 和 H_y 在 $x = x_s$ 和 $x = x_e$ 处的连续性条件。

由(3)式和(4)式以及 $\frac{dE_y}{dx}$ 和 $\frac{1}{n^2(x)} \frac{dH_y}{dx}$ 在 $x = x_s$ 和 $x = x_e$ 处的连续性条件可得

$$\text{TE:} \quad \begin{cases} \left. \frac{dE_y(x)}{dx} \right|_{x=x_s} - k_0 E_y(x_s) \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_s^2} = 0, \\ \left. \frac{dE_y(x)}{dx} \right|_{x=x_e} + k_0 E_y(x_e) \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_e^2} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{TM:} \quad \begin{cases} \left. \frac{dH_y(x)}{dx} \right|_{x=x_s} - k_0 H_y(x_s) \frac{n^2(x_s)}{n_s^2} \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_s^2} = 0, \\ \left. \frac{dH_y(x)}{dx} \right|_{x=x_e} + k_0 H_y(x_e) \frac{n^2(x_e)}{n_e^2} \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_e^2} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

为求得传播常数 β 及场分布 E_y (或 H_y), 给定 β 的试验值 $\beta = \beta_r + i\beta_i$, 结合(5)式(或(6)式), 用标准的数值积分方法在区间 $[x_s, x_e]$ 内解微分方程(1)(或(2)), 得到 E_y (或 H_y), 然后考察 $f(\beta_r, \beta_i) = f_r(\beta_r, \beta_i) + if_i(\beta_r, \beta_i)$ 是否为零。 $f(\beta_r, \beta_i)$ 的定义为

$$\text{TE:} \quad f(\beta_r, \beta_i) = \left. \frac{dE_y(x)}{dx} \right|_{x=x_e} + k_0 E_y(x_e) \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_e^2}, \quad (7)$$

$$\text{TM:} \quad f(\beta_r, \beta_i) = \left. \frac{dH_y(x)}{dx} \right|_{x=x_e} + k_0 H_y(x_e) \frac{n^2(x_e)}{n_e^2} \sqrt{(\beta/k_0)^2 - n_e^2}. \quad (8)$$

若 β 是(1)式(或(2)式)的本征值, 则由(5)式(或(6)式)知, $f(\beta_r, \beta_i)$ 必等于零; 若 β 不是(1)式(或(2)式)的本征值, 则 $f(\beta_r, \beta_i)$ 不为零。可用二维牛顿迭代法给出新的试验值 β' , 即

$$\begin{cases} \beta'_r = \beta_r + \frac{f_i \frac{\partial f_r}{\partial \beta_i} - f_r \frac{\partial f_i}{\partial \beta_i}}{\frac{\partial f_r}{\partial \beta_r} \frac{\partial f_i}{\partial \beta_i} - \frac{\partial f_r}{\partial \beta_i} \frac{\partial f_i}{\partial \beta_r}}, \\ \beta'_i = \beta_i + \frac{f_r \frac{\partial f_i}{\partial \beta_r} - f_i \frac{\partial f_r}{\partial \beta_r}}{\frac{\partial f_r}{\partial \beta_r} \frac{\partial f_i}{\partial \beta_i} - \frac{\partial f_r}{\partial \beta_i} \frac{\partial f_i}{\partial \beta_r}} \end{cases}$$

重新解微分方程(1)(或(2)), 检验 $f(\beta_r, \beta_i)$ 是否为零。通过(9)式的反复迭代, 即可求得复传播常数 $\beta = \beta_r + i\beta_i$, 同时得到模式场分布 E_y (或 H_y)。

由于每次求得的场分布 E_y (或 H_y) 与 β 有关, 因此 f 是 β 的隐函数, 所以不能求得(9)式中偏微分的显式表达, 计算中要以差分代替。

3 数值例子

下面将给出两个半导体激光放大器的计算实例。在光纤通讯中, 要求半导体激光放大器对光的偏振不敏感, 即对 TE 和 TM 模式有相同的模式增益。之所以用半导体激光放大器为例, 一方面是验证上述方法的正确, 另一方面是研究模式增益与偏振的关系。

第一个计算实例是图 2 所示的五层平板波导结构。表 1 给出了所有 TE 模式以及三个最低阶 TM 模式的等效折射率 n_{eff} 和模式增益 g_{mod} , 文献[3]用散射矩阵方法计算的结果也列于表中, 两种方法的计算结果是一致的。模式等效折射率 n_{eff} 定义为复传播常数 β 与 k_0 之比, 即 $n_{eff} = \beta/k_0$ 。模式增益为

$$g_{mod} = 2 k_0 \text{Im}(n_{eff}). \tag{10}$$

由表 1 可以看出, 不同阶模式的模式增益是不同的, 并且可能为负(即为损耗), 这是由于不同的模式分布造成的。对于本特例, TE_0 和 TM_0 均为增益模式。一个更重要的性质是: 对于相同阶次的 TE 和 TM 模式, 其模式增益并不相等, 即模式增益对偏振敏感。

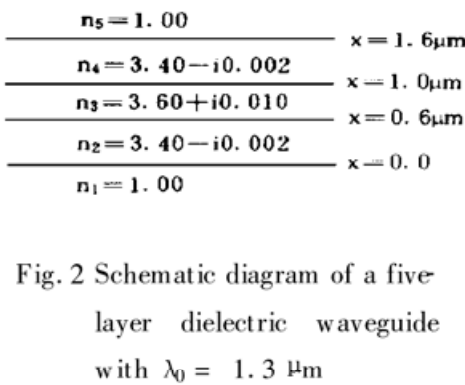


Table 1. TE and TM modes of the five-layer waveguide of Fig. 2

mode	g_{mod} (cm^{-1})	n_{eff}	
		CSM	SMA ^[3]
TE ₀	687.1	3.50353+ i 7.108E- 3	3.50344+ i 7.103E- 3
TE ₁	- 21.6	3.33735- i 2.230E- 4	3.33729- i 2.295E- 4
TE ₂	- 51.3	3.25166- i 5.302E- 4	3.25169- i 5.305E- 4
TE ₃	130.0	3.10425+ i 1.345E- 3	3.10425+ i 1.340E- 3
TE ₄	- 16.4	2.87833- i 1.696E- 4	2.87864- i 1.737E- 4
TE ₅	150.2	2.62748+ i 1.554E- 3	2.62814+ i 1.549E- 3
TE ₆	69.9	2.24251+ i 7.232E- 4	2.24395+ i 7.084E- 4
TE ₇	131.4	1.76494+ i 1.359E- 3	1.76819+ i 1.353E- 3
TE ₈	237.3	1.06887+ i 2.455E- 3	1.07426+ i 2.458E- 3
TM ₀	631.4	3.49670+ i 6.532E- 3	3.49668+ i 6.544E- 3
TM ₁	4.3	3.33080+ i 4.446E- 5	3.33070+ i 3.519E- 5
TM ₂	- 16.6	3.22435- i 1.713E- 4	3.22434- i 1.745E- 4

CSM: Complex Shooting Method

SMA: Scattering Matrix Approach

例 2 为一个缓变折射率分别限制(GRIN SCH)单量子阱 GaAs/AlGaAs 半导体激光放大器, λ_0 为 $0.85 \mu m$ 。其折射率分布为

$$n^2(x) = \begin{cases} 3.2^2, & x \leq 0 \text{ (覆盖层)} \\ 3.5^2 - \frac{3.5^2 - 3.2^2}{d_g^s} (d_g - x)^s, & 0 < x \leq d_g \text{ (导引层)} \\ (3.6 + i0.004)^2, & d_g < x \leq d_g + d_w \text{ (有源层)} \\ 3.5^2 - \frac{3.5^2 - 3.2^2}{d_g^s} (x - d_g - d_w)^s, & d_g + d_w < x \leq 2d_g + d_w \text{ (导引层)} \\ 3.2^2, & x > 2d_g + d_w \text{ (覆盖层)} \end{cases} \quad (11)$$

其中 d_g 和 d_w 分别为导引层和有源区厚度, 其值分别为 $0.15 \mu\text{m}$ 和 $0.015 \mu\text{m}$, 有源区的折射率为 $n_{\text{active}} = 3.6 + i0.004$. s 为缓变因子, $s = 1, 2$ 和 ∞ 分别对应线型、抛物型缓变和突变折射率分别限制结构波导。为了简单, 只考虑有源区的增益, 而不考虑衬层和导引层的吸收, 这并不影响其定性结果。TE₀ 和 TM₀ 模的等效折射率随缓变因子 s 的变化如图 3 所示。可见 TM₀ 模的等效折射率的实部和虚部(对应于模式增益)总比 TE₀ 模的低。计算中, 假定了有源区的折射率 n_{active} 对 TE 和 TM 是相同的, 或者说材料的增益系数(相应于折射率的虚部)对 TE 和 TM 模式一致。实际上, 对 GaAs/AlGaAs 量子阱, 材料的增益系数总是 TE 模大于 TM 模, 因此实际器件 TE₀ 模和 TM₀ 模的模式增益的差别将比计算结果更大。由图 3 还可以看到, 模式增益对缓变因子 s 有一个最大值, 此时的 s 对 TE₀ 模为 1.66, 对 TM₀ 模为 3.87. s 的这一最佳值与具体的波导结构有关, 对它的详细讨论超出了本文范围, 将另文给出。

图 4 所示为线型缓变分别限制波导结构 ($s = 1$) 的等效折射率虚部随有源区折射率虚部的变化。结果表明, 材料的增益系数越大, TE₀ 与 TM₀ 模的模式增益差别越大。

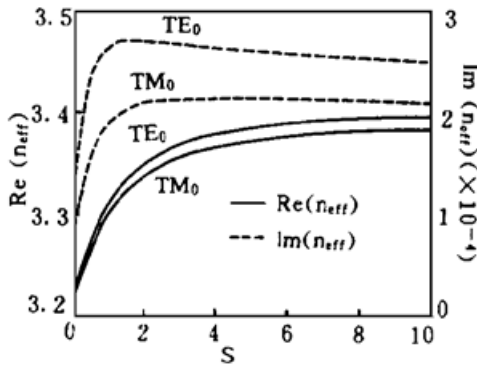


Fig. 3 Effective index versus the GRIN factor s

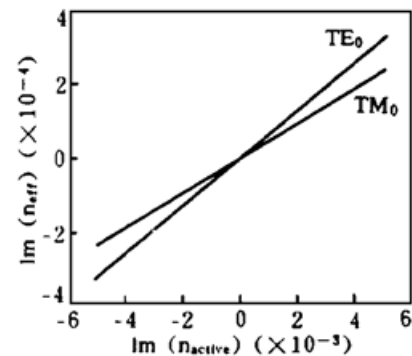


Fig. 4 Imaginary part of the effective index versus the imaginary part of n_{active} of a linear GRIN waveguide

小 结 本文将求一维实折射率波导本征值的打靶法推广到求复折射率波导的本征值问题, 它对突变和缓变波导都适用。利用本数值方法可以研究增益和损耗对 TE 和 TM 模式的影响。作为例子, 研究了具有增益和损耗的平板波导的模式行为。数值结果表明, 平板波导结构的半导体激光放大器, 其模式增益对偏振敏感。

本文虽然只考虑了一维波导问题, 但在半导体激光器和半导体激光放大器中所遇到的波导问题, 大部分都可以通过有效折射率近似方法化成一维问题, 因此可以很方便地将本文的方法应用于解二维波导问题。

参 考 文 献

- [1] K. H. Schlereth, M. Tacke, The complex propagation constant of multilayer waveguides: an algorithm for a personal computer. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1990, **QE-26**(4): 627~ 630
- [2] C. A. Hulse, A. Knoesen, Iterative calculation of complex propagation constants of modes in multilayer planar waveguides. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1992, **QE-28**(12): 2682~ 2684
- [3] T. D. Visser, H. Blok, D. Lenstra, Modal analysis of a planar waveguide with gain and losses. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **QE-31**(10): 1803~ 1810
- [4] H. C. Chui, A. K. Chan, Lateral mode analysis in semiconductor lasers using a cubic spline approximation of the refractive index profile. *J. Lightwave Technol.*, 1989, **7**(9): 1419~ 1424
- [5] S. Hansmann, H. Burkhard, K. Dahlhof *et al.*, Design and realization of InGaAs/ GaAs strained layer DFB quantum well lasers. *J. Lightwave Technol.*, 1992, **10**(5): 620~ 625

Shooting Method for Solving the Eigenvalues of a Waveguide with Complex Refractive Index Profile

Chen Changhua Yang Guowen Xu Junying

Chen Lianghui Wang Qiming

(*National Integrated Optoelectronics Laboratory, Institute of Semiconductors,
The Chinese Academy of Science, Beijing 100083*)

(Received 16 April 1996)

Abstract A complex shooting method, which is the development of the real shooting method for one-dimensional waveguides, is proposed to solve the eigenvalues of waveguides with complex refractive index profile. By using this method, the dependence of TE and TM modes on the gain and losses can be analysed. Some numerical examples are presented.

Key words eigenvalue, waveguide, shooting method.