

应用双面电极的 PLZT 横向电光调制器 电场的精确解

叶宇煦 曾庆济 段耀明

(上海交通大学光纤技术研究所, 上海 200052)

摘 要 使用保角变换方法导出了横向电光调制器中双面电极结构的电场和电容的解析表达式, 给出了用于 PLZT 电光陶瓷介质中二次电光效应分析的电场分布的物理图像。通过计算对比表明, 双面电极结构电极边缘区域由于过剩双折射引起的强度调制非均匀性较单面电极有所改善。
关键词 保角变换, 表面电极, 横向电光调制器。

1 引 言

细回线相铁电陶瓷 PLZT(镧改性的锆钛酸铅固熔体)与晶体材料(如 LiNbO_3 , $\text{KD}^* \text{P}$ 等)相比具有较高的电光系数, 并且相对容易制备, 它的二次电光效应已广泛地用于光开关^[1]、空间光调制器^[2]和其他光电子器件^[3], 如光滤色器、光显示器等。通常, 横向电光调制器中使用表面电极来提供电场以在电光材料中诱导足够的双折射, 而双面电极结构较单面电极会在电介质中产生更强的电场以获得较低的半波电压。为了精确地确定电光参数(包括半波电压、光强透过率、电光系数等), 已有多种数值分析方法如表面电荷法^[4]、有限元法^[5]和快速累加法(有限差分)^[6]用于计算不同电极结构所产生的电场分布, 但是这些方法使用起来较为复杂、繁琐。本文通过使用传统的保角变换法, 导出了双面电极结构的电场和电容的解析表达式, 并用于薄膜或体的 PLZT 横向调制器中的电光效应分析。其一般概念和方法亦可用于其他介电材料或电极结构。

2 双面电极电场的解析分析

由于 PLZT 具有相当高的介电常数(如 La/Zr/Ti 组分为 9/65/35 的 PLZT, 1 kHz 时介电常数为 5700)^[3], 电极上的电荷绝大部分是分布在 PLZT 介质和电极的交界面上, 这种情况下认为电极厚度为无限薄是相当精确的。表面电极结构如图 1 所示, 对称地选取复平面上的坐标系, 其中电极间隙为 g , 电极宽度为 w , 电介质厚度为 t , 令 $a = g/2$, $b = a + w$, $c = t/2$ 。从电极结构的对称性考虑, x 、 y 轴上的电场的方向是沿着 x 轴方向的。

在保角变换分析中, 单面电极结构的电场的解析式可以直接通过许瓦兹-克里斯托菲变

换得到:

$$E_z = \frac{Vb}{2K(k)} \left| \frac{1}{\sqrt{(a^2 - z^2)(b^2 - z^2)}} \right|^* \quad (7)$$

其中 $k = a/b$, $K(k)$ 为完全椭圆积分。而对应的单面电极结构的电容则包括上半平面空气介质的电容和下半平面 PLZT 介质的电容:

$$C_s = \epsilon_0 \frac{K(k')}{2K(k)} + \epsilon_r \epsilon_0 \frac{K(k')}{2K(k)} = \epsilon_0(1 + \epsilon_r) \frac{K(k')}{2K(k)}, \quad (2)$$

其中 $k' = \sqrt{1 - k^2}$ 。双面电极结构电场的解析分析是本文要讨论的问题。

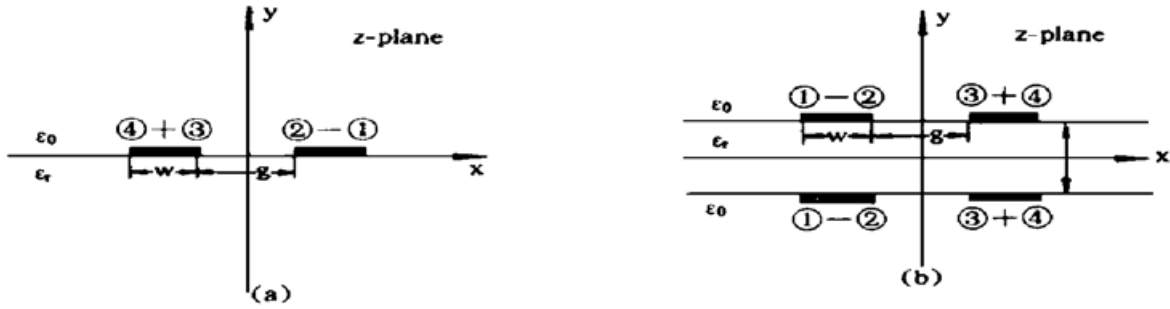


Fig. 1 Schematic of the surface electrode configurations: (a) single-sided structure, (b) double-sided structure

双面电极结构的保角变换分析过程可以描述如下(如图 2):首先在复平面 z 上作指数变换

$$z_1 = \exp(\pi z/c) \quad (3)$$

将条域 $|y| \leq c$ (即电介质区域) 变换为整个 z_1 复平面, 并且使变换后的正(负)电极在 x_1 轴上交叠于同一位置[如图 2(a)]。再作分式变换

$$z_2 = (1 + z_1)/(1 - z_1) \quad (4)$$

使 x_2 轴上的正负电极的位置关于 y_2 轴对称[如图 2(b)]。这时 z_2 复平面上电极结构的尺寸变化为 $a_1 = [\exp(\pi a/c) - 1]/[\exp(\pi a/c) + 1]$, $b_1 = [\exp(\pi b/c) - 1]/[\exp(\pi b/c) + 1]$, 在图 2(b) 中 a_1 指电极间隙的一半, b_1 指电极间隙的一半与电极宽度之和。

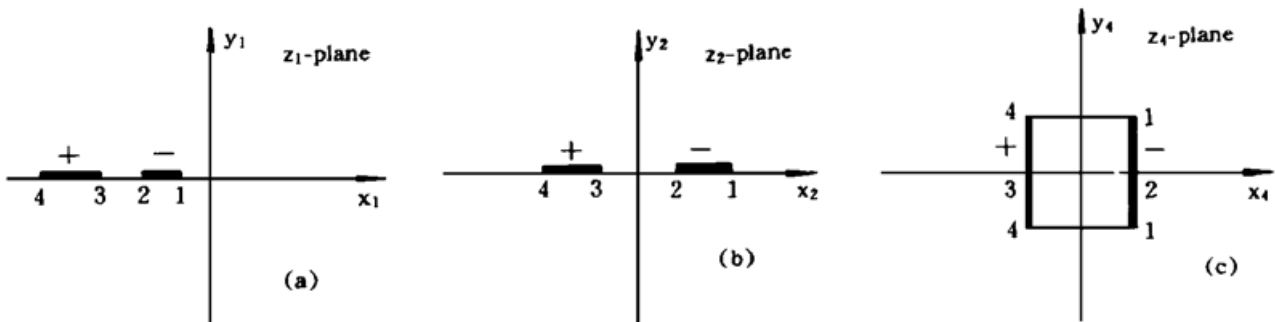


Fig. 2 Conformal mapping procedure

最后作许瓦兹-克里斯托菲变换

$$z_3 = z_2/a_1, \quad (5)$$

$$z_4 = \int_0^{z_3} \frac{dz}{\sqrt{(1 - z^2)(1 - k_1^2 z^2)}}, \quad (6)$$

其中 $k_1 = a_1/b_1$, 将 z_2 复平面的上(下)半平面变换为 z_4 复平面上的矩形域。而矩形域中的电场可以认为是带有相反电荷的平行平板构成的理想电容器产生的均强电场。该均强电场可表示为 $E_{z_4} = V/2K(k_1)$ 。

由于保角变换 $\zeta = \zeta(z)$ 前后复平面上电场之间存在如下关系: $E_z = E_\zeta(d\zeta/dz)^*$, 其中 E_z, E_ζ 为复电场, * 号表示复共轭运算(保角变换中复电场定义为: $E = E_x + iE_y$, 其中 E_x, E_y 为电场的 x, y 分量)。因此, 经过上述一系列保角变换之后双面电极结构电场的解析表达式为

$$E_z = E_{z_4} \left[\frac{dz_4}{dz} \right]^* = \frac{Vb_1\pi}{cK(k_1)} \left[\exp(\pi\zeta/c) \frac{1}{\sqrt{a_1^2[1 - \exp(\pi\zeta/c)]^2 - [1 + \exp(\pi\zeta/c)]^2}} \times \frac{1}{\sqrt{b_1^2[1 - \exp(\pi\zeta/c)]^2 - [1 + \exp(\pi\zeta/c)]^2}} \right]^* \quad (7)$$

而对应的双面电极结构的电容 C_s 可以直接从变换后的平面中获得, 它包括电极结构外空气介质中的电容(可从单面电极的许瓦兹-克里斯托菲变换中获得)和电极结构内 PLZT 介质中的电容:

$$C_s = \epsilon_0 \frac{K(k')}{K(k)} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{K(k_1')}{K(k_1)}, \quad (8)$$

式中 $k_1' = \sqrt{1 - k_1^2}$ 。

从图 3 所示的双面电极结构中心线上电场强度的曲线可以看出, 在典型的空腔调制器的几何参数情况下, 电场将随着电极宽度的增加和电极间隙的减小而得到增强, 从而对应的调制器的半波电压将会有所降低。

图 4 给出了材料中不同深度的电场分量 E_x, E_y 的分布情况。从曲线中可以看出, 电场强度在电极边缘的附近区域迅速增加。这种电场迅速增强的尖端效应将导致在电极边缘的附近区域中产生过剩的双折射, 并引起该区域光强透射率的波动, 从而造成强度调制的非均匀性。

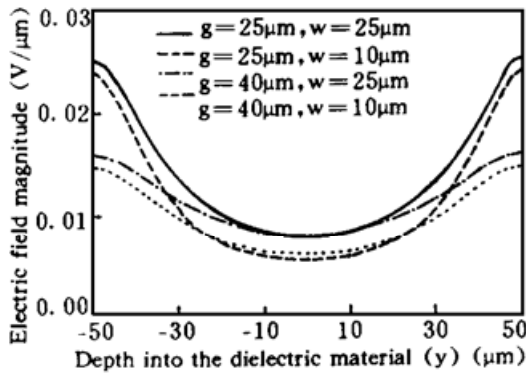


Fig. 3 Electrical field penetration of double-sided electrodes (calculated down the electrode gap centerline) as a function of the electrode geometry as the thickness of the dielectric material is 100 μm when unit voltage is applied

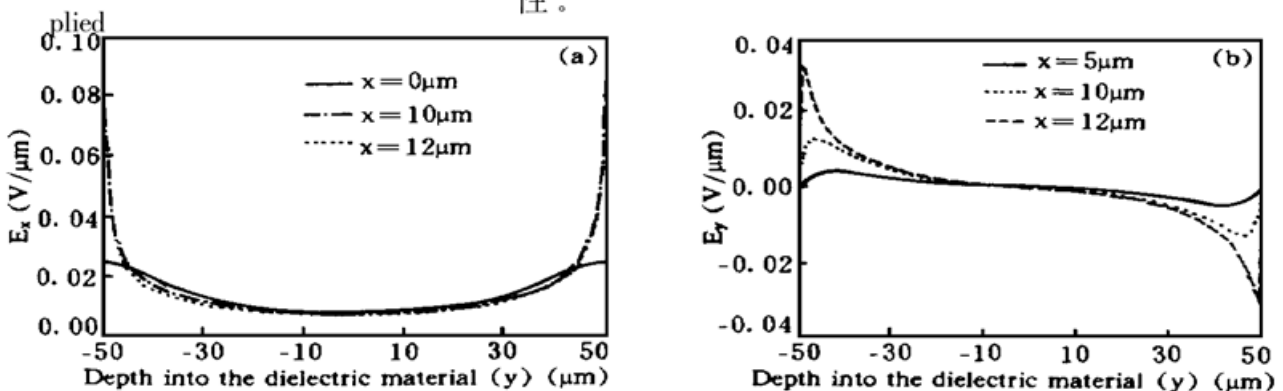


Fig. 4 Distribution of the electrical field components of the double-sided electrode structure with $g = 25 \mu\text{m}$, $w = 25 \mu\text{m}$ and $t = 100 \mu\text{m}$ when unit voltage is applied

3 横向电光调制的均匀性

3.1 折射率椭球模型

为了规范地描述 PLZT 介质材料中各处电光效应的行为, 可以使用折射率椭球模型, 如图 5 所示。当介质中不存在电场时, 细回线相 PLZT 电光陶瓷呈现各向同性; 而在介质中存在电场时, 折射率椭球则在电场方向上受到压缩, 呈现出电场诱导的负单轴晶型双折射。折射率椭球主光轴方向即为电场方向, 其主轴折射率为 $n - 1/2n^3RE^2$ 。对于在横向电光调制器中通常采用的组份为 9/65/35 的 PLZT, 其二次电光系数 R 为 $3.8 \times 10^{-16} (\text{m/V})^2$, 折射率 n 为 $2.5^{[3]}$ 。

当准直光束沿 y 轴方向垂直入射横向调制器时, 由于电场分布的影响, e 光折射率会随位置不同而有所不同:

$$n_x = \left[\frac{\cos^2(\theta_E)}{(n - 1/2n^3RE^2)^2} + \frac{\sin^2(\theta_E)}{n^2} \right]^{-1/2}, \quad (9)$$

其中光轴与 x 轴的夹角 $\theta_E = \tan^{-1}(E_y/E_x)$, 从而引起介质中的双折射的分布 $\Delta n = n_x - n$ 。在电极结构的中心线上, 由于 $\theta_E = 0$, 二次电光效应引起的双折射可以简单地表示为 $\Delta n = -1/2n^3RE^2$ 。

3.2 半波电压

在横向强度调制应用中, 线偏振光是以与电极方位决定的 x 轴、 z 轴方向成 45° 角、沿 y 轴方向垂直穿过调制器的。当工作电压为 V , 电光材料的厚度为 t 时, 位置 x 上光束的 x 、 z 偏振分量之间的位相差为:

$$\Gamma(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-t/2}^{t/2} \Delta n(x, y) dy. \quad (10)$$

通常, 定义调制器的半波电压为在电极结构中心产生位相差 $\Gamma = \pi$ 的电压。考虑到电极结构中心线上偏振分量之间的位相延迟 Γ 与电压的平方 V^2 成正比, 横向电光调制器的半波电压可表示为:

$$V_\pi = \frac{V}{\sqrt{\Gamma(0)/\pi}} = V \left[\frac{n^3R}{\lambda} \int_{-t/2}^{t/2} E^2(0, y) dy \right]^{-1/2}. \quad (11)$$

从(11)式可以看出, 双面电极结构较单面电极结构将会有较低的半波电压。而当电光介质变得足够厚以至在介质不同表面上的电极之间的相互影响比较弱时, 双面电极结构的半波电压将趋于单面电极结构半波电压的 $\sqrt{2}/2$ 倍。

3.3 调制均匀性

当线偏振光束穿过调制器中正交的偏振器后, 在不同透射位置上由于双折射分布引起的位相延迟 Γ 而产生的强度透射率可表示为:

$$T(x) = \sin^2 \left[\frac{\Gamma(x)}{2} \right] = \sin^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} \left(d \sin t - \int_{-t/2}^{t/2} n_x(x, y) dy \right) \right]. \quad (12)$$

当工作电压为半波电压时, 从光强透过率 $T(x)$ 的曲线上可以得到横向强度调制器的调制均匀性情况。图 6 中的计算曲线显示了电极间隙中的光强透过率在电极边缘区域的波动, 可以看到横向电光调制是非均匀的。这意味着调制器的部分区域是无效的, 并且强度调制的动态范围将会有所降低。双面电极结构的横向强度调制的均匀性较单面电极结构有所提高。

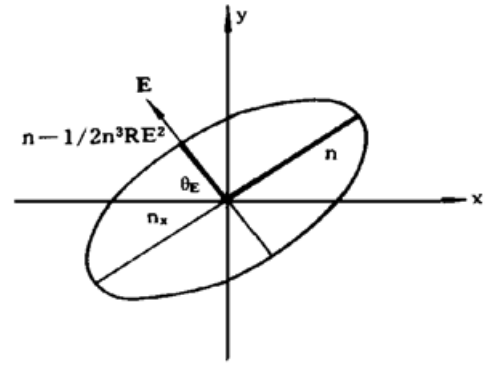


Fig. 5 Optical index ellipsoid at a generalized location in PLZT EO ceramics

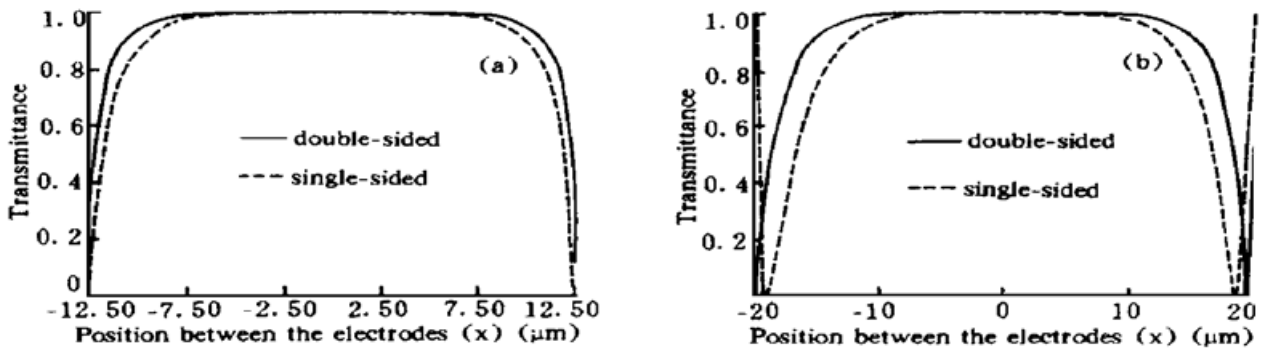


Fig. 6 Optical transmission profiles when the half wave voltage is applied: (a) $g = 25 \mu\text{m}$, $w = 25 \mu\text{m}$,
(b) $g = 40 \mu\text{m}$, $w = 10 \mu\text{m}$

结 论 导出了横向电光调制器中双面电极结构的电场的解析解, 给出了电场分布清晰的物理图像, 并用于 PLZT 调制器中二次电光效应的分析。它对电光参数的确定和电光器件的设计较数值方法具有更加方便和准确的优越性。通过计算和分析表明, 采用双面电极结构的调制器比单面电极具有较低的半波电压和较好的调制均匀性。

参 考 文 献

- [1] Q. Zeng, Y. Huang, Z. Zhong *et al.*, A new type of polarization-independent single-chip 6-gate integrated PLZT optical switch with single-mode-fiber pigtailed. *Proc. SPIE*, 1994, **2321**: 92~ 94
- [2] S. H. Lee, S. C. Esener, M. A. Title *et al.*, Two-dimensional silicon/PLZT spatial light modulators: design consideration and technology. *Opt. Engng.*, 1986, **25**(2): 250~ 260
- [3] G. H. Haertling, PLZT electrooptic materials and applications— A Review. *Ferroelectrics*, 1987, **75**: 25~ 55
- [4] M. A. Title, S. H. Lee, Modeling and characterization of embedded electrode performance in transverse electrooptic modulator. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(1): 85~ 98
- [5] K. Tanaka, M. Yamaguchi, H. Seto *et al.*, Analyses of PLZT electrooptic shutter and shutter array. *Japan. J. Appl. Phys.*, 1985, **24**(2): 177~ 182
- [6] A. Y. Wu, T. C. Chen, H. Y. Chen, Model of electrooptic effects by Green function and summary representation: applications to bulk and thin film PLZT displays and spatial light modulators. *Proceedings of the Eighth IEEE International Symposium on Applications of Ferroelectrics*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, 1992: 600~ 603

Exact Analysis of the Electric Field for Transverse Electro-Optic Modulator Using Double-Sided Electrodes

Yeh Yuxu Zeng Qingji Duan Yaoming

Research Institute of Optical Fiber Technology, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200052)

(Received 29 March 1996; revised 9 August 1996)

Abstract The exact expressions for the electric field and capacitance of double-sided electrode structure are derived by using the conformal mapping method. A compact analytical model for determining the parameters of the quadratic electrooptic effect in the PLZT transverse modulator is given. The uniformity in intensity modulation of double-sided electrode structure caused by the excess birefringence in the region near the edge of the electrodes is improved in comparison of the calculation with the single-sided electrodes.

Key words conformal mapping, surface electrode, transverse electrooptic modulator.