

# 电子学全息法再现三维物场

成 铎 郝志琦 王淑岩 丰 善 王国志

(中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)

**摘 要** 叙述了一种采用电子学全息法分析三维物场的定量方法。它包括: 1) 三维物场全息图的数字记录, 2) 全息图面上复振幅分布的数字再现, 3) 利用空间频域衍射公式计算其它平面(平行于全息图面)上的复振幅分布。由此可以获得整个三维物场的信息。本文同时还给出了这一数字再现方法的空间分辨率。最后通过计算机模拟展示了一个理想三维物场的再现过程及再现结果。

**关键词** (逐)层(分)析, 数字/数值再现。

## 1 引 言

目前三维物场的全息分析方法主要有三种: 光学全息法, “半光学半电子学”全息法, 电子学全息法。第一种方法显然是定性的。第二种方法指的是光学记录并再现然后对再现物场数字记录和分析。电子学全息法与前两种方法相比具有许多优点, 如可消除像差、噪声及记录过程中底片非线性等因素的影响。再现过程可在几分钟内完成, 并且省去了光学再现法中必需的曝光、显影、定影处理。因而简化了再现过程, 缩短了再现周期, 提高了再现像质。况且许多应用领域, 如利用电子学全息法透过生物组织成像, 需要将多幅全息图叠加起来<sup>[1]</sup>。这种情况下数字记录(如通过 CCD 摄像机)和再现(即电子学全息法), 明显优于光学记录和再现。本文正是利用电子学全息法再现出全息图面上的复振幅分布, 然后借助于空间频域衍射公式将三维物场分层成像。从而可再现及分析整个三维物场。并给出相应的理论公式。

## 2 物理模型

数字记录和再现是电子学全息法的两个主要部分。本文所述方法以 CCD 摄像机作为记录介质。再现过程由计算机软件完成。具体原理详述如下。

### 2.1 全息图面上复振幅分布的数字再现

图 1 表示记录离轴全息图的光路安排。为了实现数字再现, 可在空间频域分析按图 1 方法记录的全息图<sup>[2]</sup>。假设全息图面上的物光复振幅为  $a(x, y)$ , 平面参考光的复振幅为  $R = r \exp(i2\pi\zeta_r x)$ , 其中  $\zeta_r = -\sin\theta/\lambda$ 。全息图面上的强度分布为

$$\begin{aligned} I(x, y) &= aa^* + RR^* + aR^* + a^*R \\ &= aa^* + r^2 + ar \exp(-i2\pi\zeta_r x) + a^*r \exp(i2\pi\zeta_r x) \end{aligned} \quad (1)$$

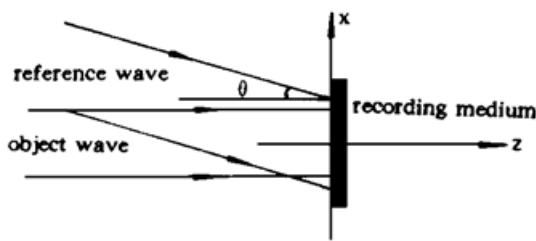


Fig. 1 A simple arrangement for forming an off-axis hologram

假设  $a(x, y)$  的频谱  $A(\zeta, \eta)$  在空间频域的宽度从  $-\zeta_{\max}$  到  $+\zeta_{\max}$  和从  $-\eta_{\max}$  到  $+\eta_{\max}$ 。  
 (1) 式右边第一项的频谱是  $A(\zeta, \eta)$  的自相关函数, 它的宽度从  $-2\zeta_{\max}$  到  $+2\zeta_{\max}$  和从  $-2\eta_{\max}$  到  $+2\eta_{\max}$ 。第二项的频谱是一个位于  $(0, 0)$  点的  $\delta$  函数。第三项的频谱为  $rA(\zeta + \zeta_r, \eta)$ 。最后一项的频谱为  $rA^*[-(\zeta - \zeta_r), -\eta]$ 。全息图面上干涉强度的频谱如图 2(a) 所示。

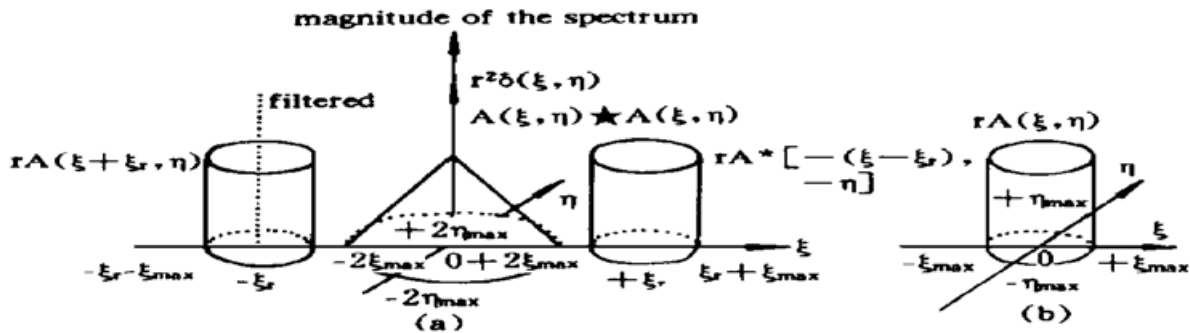


Fig. 2 Spectrum of the intensity at hologram plane

(a) overall frequency band, (b) frequency band after filtering and shifting

当  $\zeta_r \geq 3\zeta_{\max}$  时, (1) 式右边前两项与第三项和第四项在频谱上是相互分离的。它与再现离轴全息图时 0 级与  $\pm 1$  级衍射项在一定条件下是角分离的情况类似。因此, 可以用滤波的方法将 (1) 式右边第三项在频域中分离出来, 并平移得到  $rA(\zeta, \eta)$ , 然后进行反傅里叶变换

$$F^{-1}[rA(\zeta, \eta)] = \iint_{-\infty}^{+\infty} rA(\zeta, \eta) \exp[i2\pi(\zeta x + \eta y)] d\zeta d\eta = ra(x, y) \quad (2)$$

至此, 除了一个常数  $r$  外全息图面上的复振幅分布  $a(x, y)$  成功地得以再现。

此法类似于通讯理论中的载频解调概念, 参考光(载波)的空间频率被物体信息所调制。

### 2.2 整个三维物场的数字再现

众所周知衍射公式在空间频域可以表示为

$$A_d(\zeta, \eta) = A(\zeta, \eta) \exp[i2\pi d(\frac{1}{\lambda^2} - \zeta^2 - \eta^2)^2] \quad (3)$$

其中,  $A_d(\zeta, \eta)$  是  $z = d$  平面上复振幅分布的频谱。这一公式揭示了三维物场中光波的传播规律。其它平行于全息图面的平面上的强度分布可由下式算出。

$$I_d(x, y) = |F^{-1}[A_d(\zeta, \eta)]|^2 \quad (4)$$

因此, 整个三维物场便可通过这种逐层分析方法全部再现出来。

### 2.3 再现过程的数字实现

为了实现数字再现, 可以在  $M \times N$  的矩形网格中对全息图面上的强度分布进行数字采样。假设沿  $x, y$  方向的采样间隔分别为  $\Delta_x, \Delta_y$ , 则以  $m\Delta_x, n\Delta_y$  取代  $x, y$  和以  $k\Delta_\zeta, l\Delta_\eta$  取代  $\zeta, \eta$  ( $m, n, k, l$  均为整数,  $\Delta_\zeta = 1/M\Delta_x$  和  $\Delta_\eta = 1/N\Delta_y$  分别是空间频域沿  $\zeta, \eta$  方向的采样单位) 因此可以离散化地将全息图面上强度分布  $I(x, y)$  的傅氏变换及等式(3)表达为

$$I(k, l) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I(m, n) \exp\left[i2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)\right] \quad \text{本文} \quad (5)$$

$$A_d(k, l) = A(k, l) \exp \{ i2\pi d [1/\lambda^2 - (k \Delta_x)^2 - (l \Delta_y)^2]^{1/2} \} \quad (6)$$

其中,  $I(m, n) = I(m \Delta_x, n \Delta_y)$ ,  $I(k, l) = I(k \Delta_x, l \Delta_y)$  是  $I(x, y)$  的傅里叶变换;  $a(m, n) = a(m \Delta_x, n \Delta_y)$ ,  $A(k, l) = A(k \Delta_x, l \Delta_y)$ 。(2) 式也可离散化地表达为:

$$ra(m, n) = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} rA(k, l) \exp \left[ i2\pi \left( \frac{mk}{M} + \frac{nl}{N} \right) \right] \quad (7)$$

这样, 便可以(5)~(7)式为基础利用快速傅里叶变换实现数字再现。

## 2.4 再现过程的空间分辨率

数字再现过程的空间分辨率可通过图 2 得出。为了获得频谱分离  $\zeta_r$  必需满足

$$\zeta_r \geq 3 \zeta_{\max} \quad (8)$$

根据采样定理, 若要在全息图面上完全记录各频谱分量则必需

$$2(\zeta_r + \zeta_{\max}) < 1/\Delta_x, \quad 4\eta_{\max} < 1/\Delta_y \quad (9)$$

由(8), (9)式得  $8\zeta_{\max} < 1/\Delta_x$ 。因此, 数字再现沿  $x, y$  方向的空间分辨率大约为  $8\Delta_x$  和  $4\Delta_y$ 。如果全息图由  $512 \times 512$  像素、靶面尺寸  $9 \text{ mm} \times 9 \text{ mm}$  的 CCD 摄像机数字采样, 则沿  $x, y$  方向的空间分辨率大约分别为  $0.14 \text{ mm}$  和  $0.07 \text{ mm}$ 。这表明用普通 CCD 摄像机再现全息图的空间分辨率为亚毫米数量级, 并且  $y$  方向的分辨率高于  $x$  方向。

上述数字再现方法的  $z$  向(轴向)分辨率与波长, 被再现物体的尺寸、形状, CCD 靶面的大小、像素数目等许多因素有关, 理论上精确地分析比较困难。但可以定性地说明  $z$  向分辨率与波长的关系。当物体一定时, 波长越长物体尺寸与波长相比越小, 物光传播时衍射效应越明显。也就是说, 只要再现的层面略微离开物体所在位置, 则由于明显的衍射效应再现像会变得模糊, 即波长越长景深越小,  $z$  向分辨率越高。相反, 波长越短, 衍射效应越不明显。再现的层面在物体位置附近较大范围内移动时, 再现像都比较清晰, 即波长越短景深越大,  $z$  向分辨率越低。

## 3 例 子

下面给出一个利用上述方法通过计算机模拟再现理想三维物场的例子。图 3 表示了这一理想三维物场的记录光路。物场是由准直光照射平面物体 1 和物体 2 形成的, 参考光是理想的平面波。经过数字采样的全息图如图 4(a) 所示。再现过程的第一步是对全息图面上的强度分布进行傅里叶变换、滤波、反傅里叶变换。经过这一步的再现结果如图 4(d) 所示。在获得滤波后频谱的基础上, 其它面上的强度分布便可由(6)式和(7)式算出。因此借助于这种逐层分析的方法可研究整个三维物场的一些特性, 如物体在其中的位置等。图 4(e), (f) 和(g) 是几个层面上的再现像。从中可以清楚地看到随着距离的变化, 物体的聚焦和散焦。

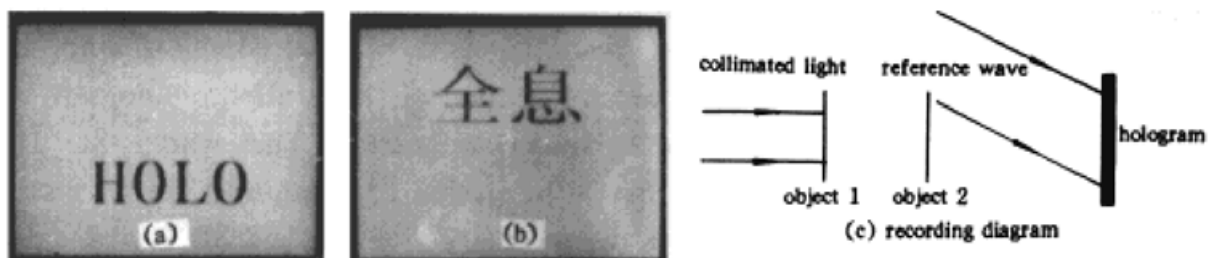


Fig. 3 The recording of an ideal 3D field. (a) object1; (b) object2; (c) recording diagram

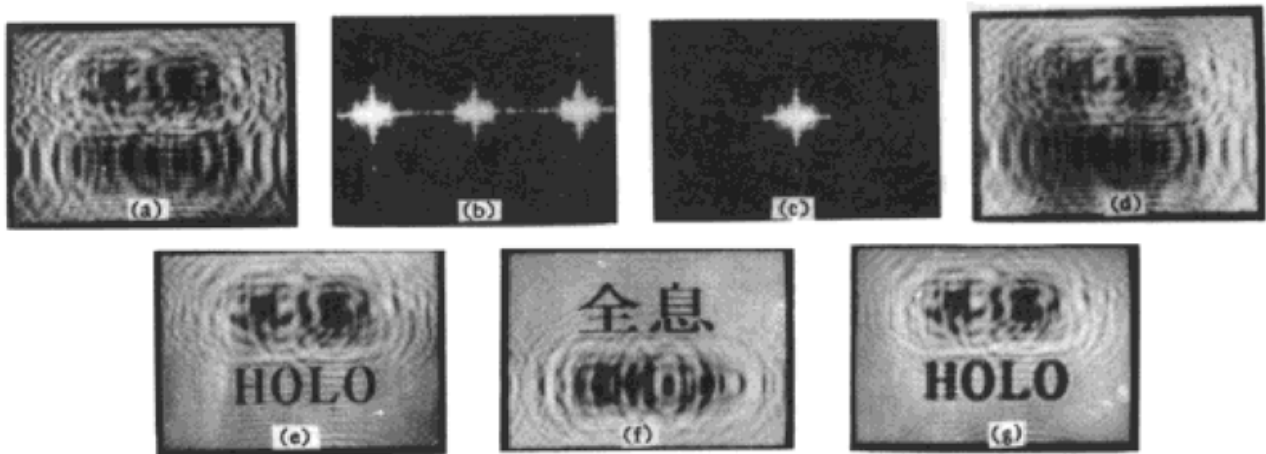


Fig. 4 Reconstruction of whole 3D field by frequency filtering and layer-by-layer analysis

(a) hologram; (b) spectrum distribution of hologram; (c) spectrum after filtering; (d) reconstructed image at hologram plane; (e) reconstructed image at plane where object 1 is located in; (f) reconstructed image at plane where object 2 is located in; (g) reconstructed image at plane near object 1

**结 论** 1) 本文所述数字再现和逐层分析的方法可快速、定量化地再现整个三维物场;  
2) 由于 CCD 摄像机与干版相比分辨率仍较低, 此法的空间分辨率只有亚毫米数量级;  
3) 当不同层面物体在平面相互重叠时, 因存在互成噪声, 再现物场的清晰度受到影响;  
4) 在其它条件相同时, 用不同波长记录同一物场(再现采用与记录时相同的波长), 则波长越长再现过程的  $z$  向分辨率越高。

5) 随着 CCD 芯片的不断发展, 这一方法的分辨率将大大提高。使其应用于全息干涉计量及医学诊断等领域是极有可能的。

### 参 考 文 献

- [1] H. Chen, Y. Chen, D. Dilworth *et al.*, Two dimensional imaging through diffusing media using 150-fs. gated electronic holography techniques. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(7): 487~ 489  
[2] R. J. Collier, C. B. Burckhardt, L. H. Lin, *Optical Holography*, New York and London, Academic Press, 1971, Chap. 8

## Reconstruction of 3D Field by Electronic Holography

Cheng Duo Hao Zhiqi Wang Shuyan Feng Shan Wang Guozhi

(State Key Laboratory of Transient Optics and Technology, Xian Institute of Optics and Precision Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Xian 710068)

(Received 18 February 1996; revised 12 August 1996)

**Abstract** A quantitative layer-by-layer analysis method of 3D field is described. Electronic holography techniques are adopted in the method. It includes 1) digital recording of hologram, 2) numerical reconstruction of the complex amplitude at hologram plane, 3) calculating of the intensity at other plane parallel to hologram surface by diffraction formula in the spatial frequency domain. The whole 3D field is reconstructed by the above three steps. Spatial resolution of this numerical reconstruction is given theoretically. An example shows the reconstruction of ideal 3D field formed by computer simulation.

**Key words** layer-by layer analysis/ display, numerical/ digital reconstruction.