

部分偏振散斑引起的像强度中心 漂移的理论计算

李继陶 苏显渝 李万松 苏红军

(四川联合大学光电科学技术系, 成都 610064)

摘 要 从部分偏振散斑光场的统计理论出发, 对像斑强度中心漂移进行了计算, 导出了测量的基本不确定度的表达式, 指出了在部分偏振光照明下有利于提高测量精度。

关键词 激光散斑, 部分偏振, 距离传感。

1 引 言

在许多距离传感和三维面形处理中, 测量的精度除技术上的因素外, 误差的极限或基本不确定度是来自激光散斑这种物理上的原因^[1, 2], 降低激光散斑的影响, 提高像斑强度中心的检测精度, 一直是人们关心的问题^[3, 4]。在非相干照明条件下, 物面上一个均匀照明的圆域, 在像面上也成一个有均匀照度的圆域, 其强度中心与几何中心是重合的。由于激光散斑的存在, 像斑强度中心与几何中心不再重合。给对应物空间的位置测量带来误差。作者曾在强散射屏模型下, 针对几种不同的光瞳函数, 就偏振激光散斑计算了测量的基本不确定度^[5]。但由于入射到物面的激光束一般并不是线偏振的, 此外由于散射时的退偏振效应, 所以物面出射面处的光场是部分偏振光场, 由它们形成的散斑是部分偏振散斑。基于统计光学理论, 本文提出在部分偏振照明条件下像斑强度中心漂移的计算方法, 通过计算部分偏振情况下的强度自相关函数导出了位置测量的基本不确定度的解析表达式, 指出了部分偏振照明有利于提高测量精度。

2 部分偏振情况下的强度自相关函数^[6]

在图 1 中, 物面坐标为 (x_0, y_0) , 出瞳面坐标为 (ζ, η) , 像面坐标为 (x, y) 。只要物面上的照明面积大于成像系统点扩展函数的有效覆盖面积, 则像面上的散斑可以看成是由成像系统出瞳面上的散斑光场通过自由空间传播而在像面上形成的。由于出瞳面上是部分偏振散斑场, 所以把出瞳上任一点 (ζ, η) 处的光场分解成一对空间正交的线偏振分量。一般说来这两分量之间可能存在一定的相关性, 这种相关性是用相干矩阵来描述的。由于相干矩阵是厄密矩阵, 它总可以通过一个幺正变化将其对角化。矩阵对角化后, 消除了原光场之间的一切

相关关系。这样一来, 在出瞳面上两个正交的原始分量经过么正变换后得出两个新的相互正交的互不相关的偏振分量 $A_1(\zeta, \eta)$ 和 $A_2(\zeta, \eta)$ 。部分偏振散斑场的这种分解是唯一的。这两个场再经自由空间传播而在像面上形成各自的正态散斑场 $I(x, y)$ 可表为这两个正交的正态散斑光强之和, 即

$$I(x, y) = I_1(x, y) + I_2(x, y) \quad (1)$$

若用 $\langle \rangle$ 表示集平均, p 表示偏振度, 则光强的自相关函数可写成

$$\langle I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \rangle = \langle I \rangle^2 \left[1 + \frac{1+p^2}{2} |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 \right] \quad (2)$$

式中

$$|\mu_A(\Delta x, \Delta y)| = \frac{\left| \iint_{\infty} |P(\zeta, \eta)|^2 \exp [j \frac{2\pi}{\lambda z} (\zeta \Delta x + \eta \Delta y)] d\zeta d\eta \right|}{\iint_{\infty} |P(\zeta, \eta)|^2 d\zeta d\eta} \quad (3)$$

其中 $P(\zeta, \eta)$ 为出瞳的光瞳函数, z 为成像系统的出瞳面到像面的距离。

3 基本不确定度的计算

仍然用像斑中心漂移的方差或标准偏差来估计测量的基本不确定度。设像斑中心坐标为 x_c , 其定义为:

$$x_c = \frac{\iint_{\infty} I(x, y) x dx dy}{\iint_{\infty} I(x, y) dx dy} \quad (4)$$

积分遍及像斑存在的区域, 这里只考虑了 x 方向这一维情况, 而 y 方向可作类似处理。现在研究一下像斑中心坐标的性质。上式分母 $\iint_{\infty} I(x, y) dx dy$ 是像斑的总强度, 由于像斑内包含了许多散斑点, 所以这个总强度应等于散斑平均强度 $\langle I \rangle$ 乘以像斑面积, 即:

$$\iint_{\infty} I(x, y) dx dy = \langle I \rangle \iint_{\infty} dx dy \quad (5)$$

所以像斑中心坐标的平均值 $\langle x_c \rangle$ 为

$$\langle x_c \rangle = \frac{\iint_{\infty} \langle I(x, y) \rangle x dx dy}{\langle I \rangle \iint_{\infty} dx dy} = \frac{\langle I \rangle \iint_{\infty} x dx dy}{\langle I \rangle \iint_{\infty} dx dy} = \frac{\iint_{\infty} x dx dy}{\iint_{\infty} dx dy} \quad (6)$$

像斑中心坐标方差为:

$$D[x_c] = \langle x_c^2 \rangle - \langle x_c \rangle^2 \quad (7)$$

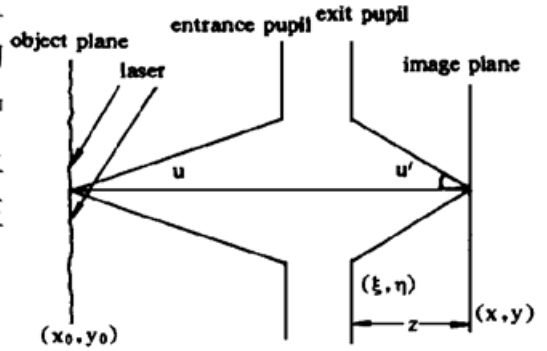


Fig. 1 Imaging geometry for speckle foemation

若取像斑中心坐标的均值为计算起点, 则 $\langle x_c \rangle = 0$, 即 $\iint x \, dx \, dy = 0$, 于是:

$$D[x_c] = \langle x_c^2 \rangle = \frac{\iiint \langle I(x_1, y_1) I(x_2, y_2) \rangle x_1 x_2 dx_1 dy_1 dx_2 dy_2}{\langle I \rangle^2 (\iint dx \, dy)^2} \quad (8)$$

现将(2)式代入(8)式, 并注意到 $\iint x \, dx \, dy = 0$, 最后得:

$$D[x_c] = \frac{1+p^2}{2} \iint |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x \, d\Delta y \frac{\iint x^2 dx_1 dy_1}{(\iint dx \, dy)^2} \quad (9)$$

$$\delta x_c = \sqrt{D[x_c]} = \sqrt{\frac{1+p^2}{2}} \left[\iint |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x \, d\Delta y \frac{\iint x^2 dx \, dy}{(\iint dx \, dy)^2} \right]^{1/2} \quad (10)$$

只要针对具体情况完成上述积分便可求得 δx_c 。

4 结 论

1) 由(10)式可知, 线偏振与部分偏振情况相比, 后者只多了一个小于 1 的因子 $\sqrt{(1+p^2)/2}$ 。当 $p = 1$ 时, $\sqrt{(1+p^2)/2} = 1$, 由部分偏振回到了线偏振。也就是说(10)式具有广泛意义, 线偏振只是它的一个特例。

2) 由(10)式还可以知道, 部分偏振时的不确定度 δx_c 比线偏振时小, 最小时为线偏振的 0.707。即部分偏振的情况优于线偏振的情况。

3) 可以导出部分偏振散斑产的对比度^[7]:

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} = \sqrt{(1+p^2)/2} \quad (11)$$

式中 σ_I 为散斑强度的标准偏差。于是(10)式可改为:

$$\delta x_c = C \left[\iint |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x \, d\Delta y \frac{\iint x^2 dx_1 dy_1}{(\iint dx \, dy)^2} \right]^{1/2} \quad (12)$$

此外, 散斑图样的均方根信噪比 $(S/N)_{\text{rms}}$ 定义为:

$$(S/N)_{\text{rms}} = \langle I \rangle / \sigma_I = 1/C \quad (13)$$

所以, (12)式也可表示为:

$$\delta x_c = \left[\left[\frac{S}{N_{\text{rms}}} \right] \right]^{-1} \left[\iint |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x \, d\Delta y \frac{\iint x^2 dx_1 dy_1}{(\iint dx \, dy)^2} \right]^{1/2} \quad (14)$$

因线偏振散斑图样的对比度 $C = 1$, $(S/N)_{\text{rms}} = 1$, 对比度大, 信噪比小; 部分偏振散斑图样的对比度 $C < 1$, $(S/N)_{\text{rms}} > 1$, 对比度小, 信噪比大。因此, 用部分偏振激光照明可以提高测量精度。

4) 线偏振散斑场、部分偏振散斑场、空间部分相干散斑场、时间部分相干散斑场, 它们的差别是多方面的, 也集中表现在它们的对比度各不相同上。因此, (12) 式和(14) 式的写法具有普遍意义。各种不同的散斑图样表现出不同的对比度 C 或均方根信噪比 $(S/N)_{\text{rms}}$, 也就表现出了不同程度的平滑化, 这种平滑等价于对散斑的抑制, 有利于提高测量精度。可以认为对各种不同的散斑场, 为求其测量的不确定度, 在已知线偏振时 δx_c 的情况下, 只需再求出对应的 C 或 $(S/N)_{\text{rms}}$ 即可。例如, 对于光瞳函数为 $\text{circ}(r/a)$ 的圆形孔径, 其 δx_c 为:

$$\delta x_c = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\lambda z}{a} \right] = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\lambda}{\sin u'} \right] \quad (15)$$

于是, 对于部分偏振和部分相干可分别写成:

$$\delta x_c = C \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\lambda}{\sin u'} \right] = \left[\left[\frac{S}{N} \right]_{\text{rms}} \right]^{-1} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\lambda}{\sin u'} \right] \quad (16)$$

$$\delta x_c = C \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\bar{\lambda}}{\sin u'} \right] = \left[\left[\frac{S}{N} \right]_{\text{rms}} \right]^{-1} \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\bar{\lambda}}{\sin u'} \right] \quad (17)$$

式中 $\bar{\lambda}$ 表示平均波长或中心波长。

参 考 文 献

- [1] R. Baribeau, M. Rioux, Influence of speckle on laser range finders. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(20) : 2873 ~ 2878
- [2] Rainer G. Dorsch, Gerd Hausler, Jurgen M. Herrmann, Laser triangulation: fundamental uncertainty in distance measurement. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(7) : 1306~ 1314
- [3] R. G. Dorsch, G. Hausler, J. M. Herrman, Laser triangulation: fundamental uncertainty in distance measurement. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(7) : 1306~ 1314
- [4] Jie-Lin Li, Xian-Yu Su, Wen-Shen Zhou, 3-D sensing using laser sheet projection: influence of speckle. *Optical Review*, 1995, **2**(2) : 144~ 147
- [5] 李继陶, 苏显渝, 李杰林等, 激光散斑引起像强度中心漂移的理论计算. *光电工程*, 1996, **23**(4) : 32 ~ 39
- [6] 刘培森, 散斑统计光学基础. 北京, 科学出版社, 1987 : 80~ 81
- [7] 陈家璧, 方强, 统计光学(基本概念和习题). 武汉, 华中理工大学出版社, 1992 : 98~ 99

Theoretical Calculation for Centroid Fluctuation of Image Due to Partial Polarization Laser Speckle

Li Jitao Su Xianyu Li Wansong Su Hongjun
(*Opto-Electronics Department, Sichuan Union University, Chendu 610064*)

(Received 27 January 1996; revised 3 May 1996)

Abstract The statistic theory of partial polarization speckle field is employed to analyze the centroid fluctuation of irradiance distribution of the spot image. The analytic expression of fundamental uncertainty of the measurement is derived. It is shown that partial polarization projection is advantageous to the improvement of measurement accuracy.

Key words laser speckle, range sensing, partial polarization.