

高速调幅光束的光折变两波耦合 的理论研究*

李 焱 周忠祥 姜永远 孙万钧 许克彬
(哈尔滨工业大学应用物理系, 哈尔滨 150001)

摘 要 对高速调幅光束的光折变两波耦合进行了理论研究, 给出了复耦合系数为任意值时两波耦合方程的解析解, 讨论了耦合系数对高速调幅光束的光折变两波耦合的影响。

关键词 高速调幅光束, 光折变两波耦合。

1 引 言

近年来, 利用慢响应的光折变效应实现高速调幅光相互作用已不断引起人们的兴趣^[1-10]。理论研究指出, 当入射双光束周期性地高速变化时, 由于光折变晶体的响应时间长, 表现出来的是一种平均效应, 干涉场振幅的高速变化不会引起空间电荷场分布规律的显著变化, 因此可以实现高速调幅光束间的稳定耦合。1987年 Cronin-Golomb^[1]首次给出了泵浦非耗竭, 信号随时间变化时两波耦合的解析解。Hamel de Monchenault 等^[2-3]在耦合系数为实数, 小信号近似时讨论了高速调幅信号在两波耦合过程中的放大特性, 并将这一过程应用到光学零差探测中。过巳吉等^[4-8]从理论和实验上对高速调幅光束的两波耦合进行了研究, 在耦合系数为实数和纯虚数两种情况下分别给出了耦合方程的解析解。本文从高速调幅双光束的两波耦合稳态方程组出发, 给出了耦合系数为任意复数时方程组的解析解, 讨论了复耦合系数对两波耦合的影响。

2 理论分析

如图 1 所示, 设两束入射光是偏振方向为 Y 方向的平面波, 场强具有以下形式:

$$E_j(\mathbf{r}, t) = E_j(z, t) \exp[-i(\omega t - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r})] + c.c., \quad j = 1, 2$$

入射泵浦光强为 $I_{10}(t) = |E_{10}(t)|^2$, 入射信号光强为 $I_{20}(t) = |E_{20}(t)|^2$, 其中 $E_{10}(t) = E_1(0, t)$, $E_{20}(t) = E_2(0, t)$ 。

在载流子小量近似、准平衡近似、一阶光栅近似和慢变化包络近似条件下, 忽略热激发效应, 考虑到入射光束周期性高速变化和空间电荷场的时间平均效应, 可以得到高速调幅双光束的光折变两波耦合稳态方程组^[4]:

* 本课题得到航天基金资助。

收稿日期: 1996 年 3 月 3 日

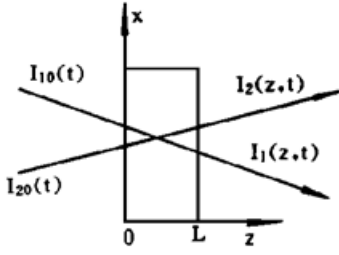


Fig. 1 Sketch of two-wave-mixing

$$\frac{\partial E_1(z, t)}{\partial z} = -(\Gamma_1 + i\Gamma_2) \frac{\overline{E_1(z, t) E_2^*(z, t)}}{|E_1(z, t)|^2 + |E_2(z, t)|^2} \times E_2(z, t) - \frac{\alpha}{2} E_1(z, t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_2(z, t)}{\partial z} = (\Gamma_1 - i\Gamma_2) \frac{\overline{E_1^*(z, t) E_2(z, t)}}{|E_1(z, t)|^2 + |E_2(z, t)|^2} \times E_1(z, t) - \frac{\alpha}{2} E_2(z, t) \quad (2)$$

式中 $\Gamma = \Gamma_1 + i\Gamma_2$ 为等效复耦合系数, α 为等效吸收系数。 $\overline{(\cdot)}$ 表示该物理量在光折变晶体响应时间内的时间平均值, 对周期为 T 的时变量 $X(z, t)$, 则有 $\overline{X(z, t)} = \frac{1}{T} \int_0^T X(z, t) dt$ 。对 (1)、(2) 式进行简单的数学运算, 可得到如下关系式:

$$\overline{|E_1(z, t)|^2} = \frac{1}{2} [I_0 - C_0 \tanh(\gamma_{1z} - C_1)] \exp(-\alpha z) \quad (3)$$

$$\overline{|E_2(z, t)|^2} = \frac{1}{2} [I_0 + C_0 \tanh(\gamma_{1z} - C_1)] \exp(-\alpha z) \quad (4)$$

$$\overline{E_1(z, t) E_2^*(z, t)} = \frac{1}{2} C_0 \operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1) \exp(-\alpha z) \exp[i\mathcal{Q}(z)] \quad (5)$$

式中入射总光强 $I_0 = \overline{|E_{10}(t)|^2} + \overline{|E_{20}(t)|^2}$, $C_0 = \{4[\overline{|E_{10}(t)E_{20}(t)}|^2 + [\overline{|E_{10}(t)|^2} - \overline{|E_{20}(t)|^2}]^2]\}^{1/2}$, $C_1 = \tanh^{-1}\{[\overline{|E_{10}(t)|^2} - \overline{|E_{20}(t)|^2}]/C_0\}$, 常数 I_0 、 C_0 和 C_1 均由初始条件决定。约化的等效耦合系数 $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2 = C_0\Gamma/I_0$, 其中 $\gamma_1 = C_0\Gamma_1/I_0$, $\gamma_2 = C_0\Gamma_2/I_0$ 。干涉场时间平均值的相位 $\mathcal{Q}(z) = (\gamma_2/\gamma_1) \ln[\operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1)/\operatorname{sech} C_1] + \mathcal{Q}_0$ 。

由 (3) 和 (4) 式可以看出, 双光束光强的时间平均值只与复耦合系数的实部有关。当入射双光束恒定不变时, $2\Gamma_1$ 就是光强耦合系数, 而 Γ_2 就是相位耦合系数。如果入射光束是高速调幅光, 尽管 $\Gamma_1 = 0$ 时光强的时间平均值没有耦合, 但从以下的分析中可以看出, 双光束之间始终存在能量转移, 这与恒定光强的两波耦合是不同的。

如果令初相位 \mathcal{Q}_0 为零, 利用上述关系式, (1)、(2) 式可化为:

$$\frac{\partial E_1(z, t)}{\partial z} = -\frac{\gamma_1 + i\gamma_2}{2} \operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1) \exp\left[\frac{i\gamma_2}{\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1)}{\operatorname{sech} C_1}\right] E_2(z, t) - \frac{\alpha}{2} E_1(z, t) \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_2(z, t)}{\partial z} = \frac{\gamma_1 - i\gamma_2}{2} \operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1) \exp\left[-\frac{i\gamma_2}{\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1)}{\operatorname{sech} C_1}\right] E_1(z, t) - \frac{\alpha}{2} E_2(z, t) \quad (7)$$

(6)、(7) 式就是高速调幅双光束两波耦合的基本方程。当 $\Gamma_1 = 0$ 或 $\Gamma_2 = 0$ 时, 求解相对简单, 而 Γ_1 和 Γ_2 均不为零时求解过程比较复杂。本文在 Γ_1 和 Γ_2 取任意值时得到该方程组的解析解。首先进行如下替换:

$$E_1(z, t) = [\operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1)]^{1/2} \exp\left[\frac{i\gamma_2}{2\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1)}{\operatorname{sech} C_1}\right] \exp\left[\frac{-\alpha z}{2}\right] A_1(z, t) \quad (8)$$

$$E_2(z, t) = [\operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1)]^{1/2} \exp\left[-\frac{i\gamma_2}{2\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_{1z} - C_1)}{\operatorname{sech} C_1}\right] \exp\left[\frac{-\alpha z}{2}\right] A_2(z, t) \quad (9)$$

将(8)、(9)式代入(6)、(7)式, 得:

$$\frac{2}{\gamma_1 + i\gamma_2} \frac{\partial A_1(z, t)}{\partial z} - \tanh(\gamma_1 z - C_1) A_1(z, t) = -\operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1) A_2(z, t) \quad (10)$$

$$\frac{2}{\gamma_1 - i\gamma_2} \frac{\partial A_2(z, t)}{\partial z} - \tanh(\gamma_1 z - C_1) A_2(z, t) = \operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1) A_1(z, t) \quad (11)$$

从(10)、(11)式消去 $A_1(z, t)$ 或 $A_2(z, t)$, 得到

$$\frac{\partial^2 A_1(z, t)}{\partial z^2} - \left[\frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2)\right]^2 A_1(z, t) = 0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial^2 A_2(z, t)}{\partial z^2} - \left[\frac{1}{2}(\gamma_1 - i\gamma_2)\right]^2 A_2(z, t) = 0$$

其通解为

$$A_1(z, t) = C_3 \cosh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2)z\right] + C_4 \sinh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2)z\right] \quad (12)$$

$$A_2(z, t) = C_5 \cosh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 - i\gamma_2)z\right] + C_6 \sinh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 - i\gamma_2)z\right] \quad (13)$$

(12)和(13)式中的四个系数只有两个是独立的, 利用初始条件 $E_1(0, t) = E_{10}(t)$, $E_2(0, t) = E_{20}(t)$ 以及方程(10)和(11)得到:

$$C_3 = \sqrt{\operatorname{sech} C_1 \cosh C_1} E_{10}(t), \quad C_4 = -\sqrt{\operatorname{sech} C_1} [\sinh C_1 E_{10}(t) + E_{20}(t)]$$

$$C_5 = \sqrt{\operatorname{sech} C_1 \cosh C_1} E_{20}(t), \quad C_6 = -\sqrt{\operatorname{sech} C_1} [\sinh C_1 E_{20}(t) - E_{10}(t)]$$

综合以上各式, 最后求出光场振幅的解析表达式为:

$$E_1(z, t) = \{E_{10}(t) \cosh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2)z - C_1\right] - E_{20}(t) \sinh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2)z\right]\} \\ \times [\operatorname{sech} C_1 \operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)]^{1/2} \exp\left[\frac{i\gamma_2}{2\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)}{\operatorname{sech} C_1}\right] \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \quad (14)$$

$$E_2(z, t) = \{E_{20}(t) \cosh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 - i\gamma_2)z - C_1\right] + E_{10}(t) \sinh\left[\frac{1}{2}(\gamma_1 - i\gamma_2)z\right]\} \\ \times [\operatorname{sech} C_1 \operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)]^{1/2} \exp\left[-\frac{i\gamma_2}{2\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)}{\operatorname{sech} C_1}\right] \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \quad (15)$$

以上两式就是耦合系数为任意值时光场的表达式。(14)和(15)还可以进一步改写, 为此设

$$\cos \delta_1(z) = [\operatorname{sech} C_1 \operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)]^{1/2} \cosh(\gamma_1 z/2 - C_1)$$

$$\sin \delta_1(z) = [\operatorname{sech} C_1 \operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)]^{1/2} \sinh(\gamma_1 z/2)$$

$$\cos \delta_2(z) = [\operatorname{sech} C_1 \operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)]^{1/2} \cosh(\gamma_1 z/2)$$

$$= \operatorname{sech} C_1 \cos \delta_1(z) + \tanh C_1 \sin \delta_1(z)$$

$$\sin \delta_2(z) = [\operatorname{sech} C_1 \operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)]^{1/2} \sinh(\gamma_1 z/2 - C_1)$$

$$= \operatorname{sech} C_1 \sin \delta_1(z) - \tanh C_1 \cos \delta_1(z) \quad (16)$$

由此得到光场的另一种表达式, 即

$$E_1(z, t) = \{E_{10}(t) [\cos \delta_1(z) \cos(\gamma_2 z/2) + i \sin \delta_2(z) \sin(\gamma_2 z/2)] \\ - E_{20}(t) [\sin \delta_1(z) \cos(\gamma_2 z/2) + i \cos \delta_2(z) \sin(\gamma_2 z/2)]\} \\ \times \exp\left[\frac{i\gamma_2}{2\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)}{\operatorname{sech} C_1}\right] \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \quad (17)$$

$$E_2(z, t) = \{E_{20}(t) [\cos \delta_1(z) \cos\left(\frac{1}{2}\gamma_2 z\right) - i \sin \delta_2(z) \sin\left(\frac{1}{2}\gamma_2 z\right)]$$

$$\begin{aligned}
 &+ E_{10}(t) \left[\sin \delta_1(z) \cos \left(\frac{1}{2} \gamma_{2z} \right) - i \cos \delta_2(z) \sin \left(\frac{1}{2} \gamma_{2z} \right) \right] \\
 &\times \exp \left[- \frac{i\gamma_2}{2\gamma_1} \ln \frac{\operatorname{sech}(\gamma_1 z - C_1)}{\operatorname{sech} C_1} \right] \exp \left(- \frac{\alpha z}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{18}$$

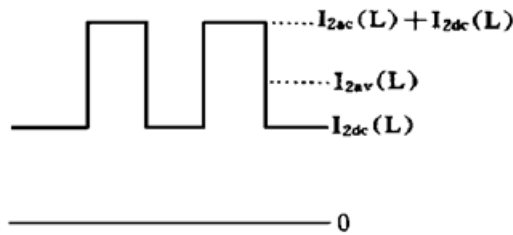
不难验证, 当 $\Gamma_2 = 0$ 或 $\Gamma_1 = 0$ 时, (17) 和(18) 式可以回到文献[4] 的(16)、(17) 式或(18)、(19) 式。

3 耦合系数对两波耦合的影响

从光场的表达式可以看出, 复耦合系数的实部和虚部对高速调幅光束的两波耦合的能量转移均有影响, 但影响的程度有很大差别。设入射的泵浦是连续光, 即 $E_{10}(t) = E_{10}$, 信号的幅度是方波调制的, 即

$$E_{20}(t) = E_{20}\alpha(t), \quad \alpha(t) = \begin{cases} 1, & nT \leq t \leq nT + T/2 \\ 0, & nT + T/2 \leq t \leq (n+1)T \end{cases}$$

通过对(17) 和(18) 式进行运算, 可以得到信号光传输放大特性的关系曲线, 计算中取耦合长度 $L = 0.2\text{cm}$, 吸收系数 $\alpha = 0.1\text{cm}^{-1}$, 入射光强比 $\beta = E_{10}^2/E_{20}^2$ 。输出光强的变化部分也是随时间方波变化的, 如图 2 所示。三种放大倍数的定义如下:



$$\begin{aligned}
 \text{交流放大倍数 } g_{ac} &= I_{2ac}(L)/E_{20}^2; \\
 \text{直流放大倍数 } g_{dc} &= I_{2dc}(L)/E_{20}^2; \\
 \text{平均放大倍数 } g_{av} &= I_{2av}(L)/E_{20}^2,
 \end{aligned}$$

Fig. 2 Intensity of transmitted signal

其中 $I_{2av}(L)$ 是一个周期内输出光强的平均值。

为了保证晶体内双光束始终满足小信号近似, 复耦合系数的实部 Γ_1 不能太大。在以下的计算中 Γ_1 的取值不超过 10。

3.1 放大倍数随 Γ_2 的变化

由图 3 可知, Γ_1 固定时, g_{ac} 随 Γ_2 起伏变化, β 增加, g_{ac} 的极大值增加, 变化部分越接近周期函数。如果 $\Gamma_1 = 0$, 无论 β 多大, g_{ac} 的变化部分都是 Γ_2 的周期函数。 $\Gamma_2 = 0$ 时, g_{ac} 最大。

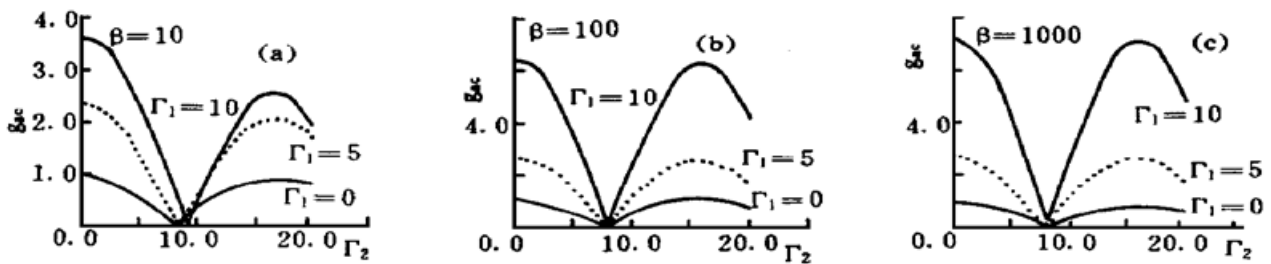


Fig. 3 Alternating component amplification g_{ac} versus Γ_2 :

(a) $\beta = 10$, (b) $\beta = 100$, (c) $\beta = 1000$

由图 4 可知, g_{dc} 变化趋势与 g_{ac} 相反, β 增加, g_{ac} 的最大值增加, 变化部分越接近周期函数。当 $\Gamma_1 = 0$, g_{dc} 是 Γ_2 的周期函数。 $\Gamma_2 = 0$ 时, g_{dc} 最小。

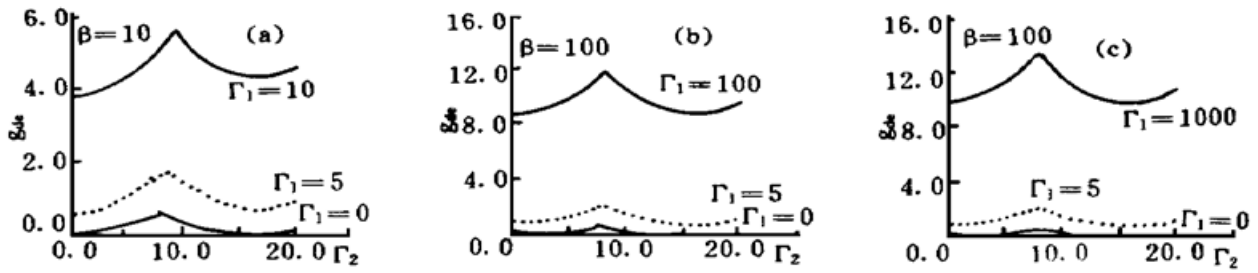


Fig. 4 Direct component amplification g_{dc} versus Γ_2 :
(a) $\beta = 10$, (b) $\beta = 100$, (c) $\beta = 1000$

从图 5 可知, g_{av} 只由 Γ_1 决定, 与 Γ_2 无关, 虽然 $\Gamma_1 = 0$ 时也有放大作用, 但平均放大倍数 g_{av} 不超过 0.5。这个结果也能从(4) 式中看出, 当 $\Gamma_1 = 0$ 时, 由(4) 式得到 $|E_2(z, t)|^2 = |E_{20}(t)|^2 \exp(-\alpha z)$, 表明 g_{av} 不能超过 0.5。

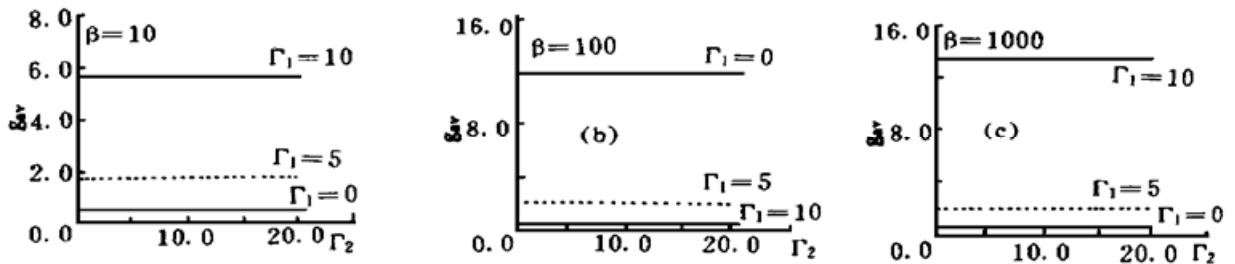


Fig. 5 Average amplification g_{av} versus Γ_2 :
(a) $\beta = 10$, (b) $\beta = 100$, (c) $\beta = 1000$

3.2 放大倍数随 Γ_1 的变化

由图 6 可知, Γ_2 固定时, Γ_1 的变化对放大倍数的影响很大。 $\Gamma_2 = 0$ 时的 g_{ac} 大于 $\Gamma_2 \neq 0$ 时的 g_{ac} 。 β 越大, Γ_2 的影响越小。因此, 为了使交流放大倍数最大, 应适当选择耦合系数。

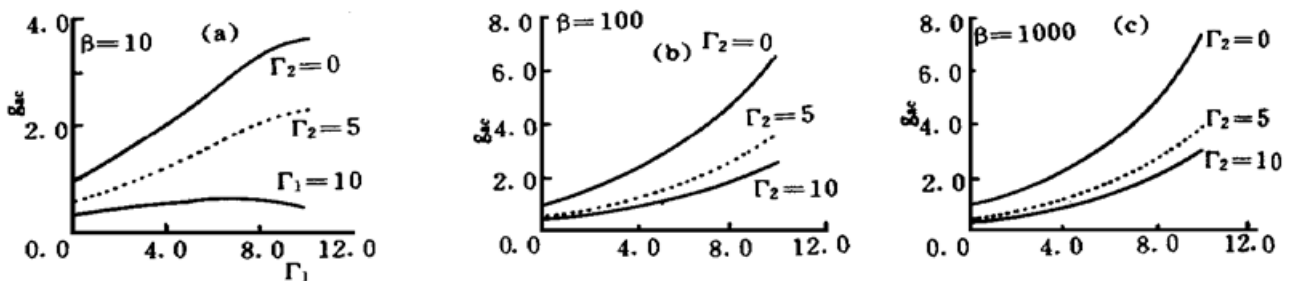


Fig. 6 Alternating component amplification g_{ac} versus Γ_1 :
(a) $\beta = 10$, (b) $\beta = 100$, (c) $\beta = 1000$

由图 7 看出, g_{dc} 随 Γ_1 增加基本是单调增加的, β 越大, Γ_2 的影响越小。 $\Gamma_2 = 0$ 时的 g_{dc} 小于 $\Gamma_2 \neq 0$ 时的 g_{dc} 。

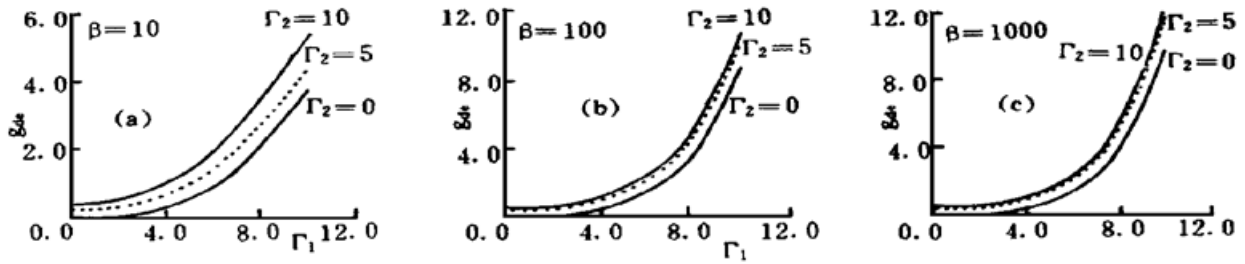


Fig. 7 Direct component amplification g_{dc} versus Γ_1 :

(a) $\beta = 10$, (b) $\beta = 100$, (c) $\beta = 1000$

从图 8 可知, g_{av} 与 Γ_2 无关, 而且随 Γ_1 增加单调增加。因为从(4) 式中看出, g_{av} 的变化趋势与信号和泵浦均不调制的情况类似。实际上, 当 $C_0/I_0 = 1$, 即 $\gamma_1 = \Gamma_1$, $\gamma_2 = \Gamma_2$ 时, (4) 式就回到信号和泵浦均不调制的情况。

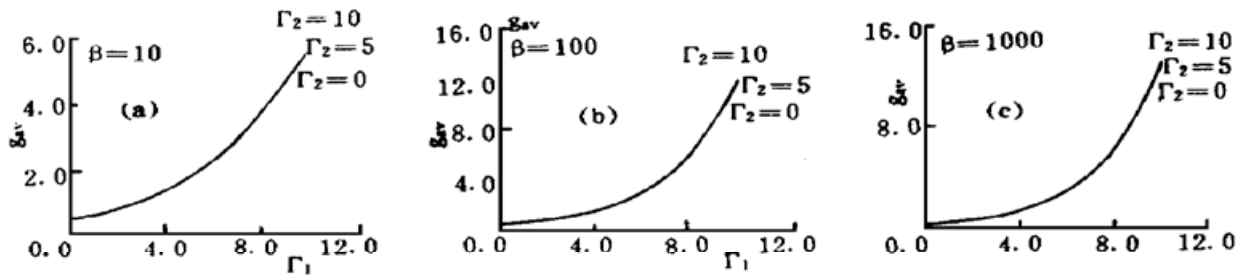


Fig. 8 Average amplification g_{av} versus Γ_1 :

(a) $\beta = 10$, (b) $\beta = 100$, (c) $\beta = 1000$

结 论 从高速调幅双光束的两波耦合稳态方程组出发, 给出了耦合系数为任意复数时方程组的解析解, 讨论了复耦合系数对两波耦合的影响。理论分析和数值计算表明, 由于 Γ_1 和 Γ_2 对 g_{ac} 、 g_{dc} 和 g_{av} 的影响不相同, 在实际应用过程中, 应根据不同目的加以选择。

参 考 文 献

- [1] M. Cronin-Golomb, Analytic solution for photorefractive two beam coupling with time varying signal. *Photorefractive Materials, Effects, and Devices*, 1987 OSA Technical Digest Series, 1987, **17** : 142~145
- [2] G. Hamel de Montchenault, B. Loiseaux, J. P. Huignard, Amplification of high bandwidth signals through two-wave mixing in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals. *Appl. Phys. Lett.*, 1987, **50**(25) : 1794 ~ 1796
- [3] G. Hamel de Montchenault, J. P. Huignard, Two-wave mixing with time-modulated signal in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ theory and application to homodyne wave-front detection. *J. Appl. Phys.*, 1988, **63**(3) : 624~ 627
- [4] 过巴吉, 石顺祥, 关义春等, 光致折射晶体中高速调制光束传输和放大的理论研究. *光学学报*, 1990, **10**(4) : 299~ 305
- [5] 石顺祥, 关义春, 过巴吉, 高速振幅调制光束在光折变晶体中的耦合理论. *光学学报*, 1990, **10**(4) : 306~ 312
- [6] 石顺祥, 关义春, 刘 娟等, 光折变晶体中高速调制光放大特性的研究. *光学学报*, 1991, **11**(9) : 805 ~ 809

- [7] 关义春, 石顺祥, 安毓英等, 光致折射晶体中高速调制光束的DFWM理论. 中国激光, 1989, **16**(11) : 668~ 673
- [8] 过巴吉, 汪家友, 王立军等, 高速调制光束的互泵浦相位共轭器的研究. 中国激光, 1995, **A22**(10) : 751~ 756
- [9] 余卫龙, 何穗荣, 汪河洲等, 光折变晶体中两波耦合光强依赖皮秒光脉冲整形. 物理学报, 1995, **44**(11) : 1761~ 1765
- [10] She Weilong, Wu Qi, Yu Zhenxin, Theory of intensity dependent two wave mixing with high speed amplitude modulated beams in photorefractive crystal. *Chinese J. Lasers*, 1995, **B4**(3) : 235~ 240

Theoretical Study on Photorefractive Two-Wave Mixing of High Speed Amplitude Modulated Beams

Li Yan Zhou Zhongxiang Jiang Yongyuan Sun Wangun Xu Kebin
(*Department of Applied Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001*)
(Received 3 March 1996)

Abstract The photorefractive two-wave mixing (TWM) of high speed amplitude modulated beams is studied theoretically. The analytical solutions of the coupling equations are given with any arbitrary complex coupling coefficient. The effect of the complex coupling coefficient on photorefractive TWM is discussed.

Key words photorefractive two-wave mixing, high speed amplitude modulated beams.