

受扰动的光纤孤子间的相互作用*

董光炯 刘中柱

(华中理工大学物理系, 武汉 430074)

摘 要 基于含扰动的非线性薛定谔方程, 发展了高登(Gordon)的光孤子相互作用理论, 直接从近似的二孤子解得到描述实际光纤孤子通讯中孤子间的相互作用的解析公式。公式表明在实际的通讯系统中光纤孤子间的相互作用不仅依赖于它们之间相对相差, 而且依赖于它们的相对能量、速度差随传输距离的变化。本文还利用这个扩展的理论一般性地讨论了扰动对孤子相互作用的影响, 对 1987、1989、1990 年在 Optics Letters 上所报道关于相互作用的实验现象加以定性解释。

关键词 孤子, 光纤孤子通讯, 孤子相互作用, 含扰动的非线性薛定谔方程。

实验中的光纤孤子通讯为未来的大容量远程通讯提供了一种可能, 但是理论和实验表明, 孤子间的相互作用会限制孤子通讯系统的通讯能力。早期文献[1~ 4]指出这种相互作用是短程、相位相关的。实验中的确观察到了预期的相互作用^[5~ 7], 但也观察到一些意外的现象: 1986 年发现, 当相互吸引的脉冲开始重叠时, 吸引力转为斥力, 没有出现理论所预言的对穿现象^[5]; 1989 年, 在实验中发现了一种长程、相位无关的相互作用^[6]; 1990 年, 实验测得的相互作用强度数值化理论预期值大了约 40%^[7]。这些现象不能被已有的相互作用理论所解释, 因为它们的出发点都是无微扰的非线性薛定谔方程(NLS), 而在实际通讯中, 孤子所受的扰动必须考虑。人们在理论上考虑了拉曼散射引起的自频移^[8]及双光折射、电致伸缩引起的辐射^[6, 9, 10], 从而解释了一些现象, 但并未讨论 1990 年的实验现象, 而且这些理论也未讨论究竟哪些未知的微扰因素对超长距离孤子通讯有什么影响, 因此从理论上进一步研究孤子间的相互作用是十分必要的。

早期对光孤子相互作用的研究各有特色, 如 Karpman, Solov'ev 采用微扰的方法^[1], 高登直接从二孤子解出发进行讨论^[2], Anderson 等采用变分的方程^[3], 陈陆君等使用粒子理论^[4], 其中以高登的方法简单、直接闻名。本文基于受扰动的非线性薛定谔方程, 把高登相互作用理论^[2]推广到有扰动的情形, 直接从近似的二孤子解出发给出了描述孤子相互作用的公式, 然后讨论了微扰对孤子传输的影响和上述实验现象。

1 推广的高登相互作用理论

实际的孤子传输应由受扰动的非线性薛定谔方程描述:

* 国家自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1995 年 10 月 27 日

$$iu_t = \frac{1}{2}u_{xx} + |u|^2u + i\epsilon f[u] \quad (1)$$

式中 $u = \sqrt{DY T_0^2} A$, $t = z/L_D$, $x = T/T_0$, A 为电场的包络, 变量 z 和 T 分别代表群速坐标系中沿光纤的坐标及时间, 散射长度 $L_D = T_0^2 D$, D 为二阶色散系数, γ 为非线性系数, T_0 为入射脉冲半宽度, $f[u]$ 为 u 的泛函, ϵ 为一个实的小参数。当 $\epsilon = 0$, 方程(1)正是无微扰的非线性薛定谔方程。本文研究了二孤子解。为方便, 选择一质心坐标系而且使孤子平均振幅为 1, 则谱参数 λ_1, λ_2 可表示为 $\lambda_1 = (1+a) + iv(1-a)$, $\lambda_2 = (1-a) - iv(1+a)$ 。这表明孤子相对能量差为 $2a$, 相对速度差为 $2v$ 。

利用基于逆散射变换的微扰理论, 采用零级绝热近似, 二孤子解近似为

$$\frac{u \exp(-i\theta)}{2[(1+v^2)(1+a^2)]^{1/2}} = \frac{\rho \exp x \cosh(z - \beta^* - i\phi) + \rho^* \exp(-x) \cosh(z + \beta + i\phi)}{|\rho|^2 \cosh 2x + (1-v^2) \cosh 2z + (1-a^2) \cos 2\phi} \quad (2)$$

这里,

$$\begin{aligned} \theta &= -avx + (1+a^2)(1-v^2)t/2 + \theta_0, & z &= ax + (1-a^2)(b_0 - vt) \\ \phi &= vx + a(1+v^2)t + \phi_0, & \rho &= a + iv, & \beta &= \tanh^{-1}[\rho/(1+ia)] \end{aligned} \quad (3)$$

上述所有参数与文献[2]相似。然而根据微扰理论, 它们是与传输距离 t 有关的。众所周知, 由逆散射变换的微扰理论可确定谱参数随传输距离 t 的变化关系^[11], 这样上述参数随传输距离的变化关系也确定下来了。条件 $|\rho| \ll 1$ 在实际传输中总能满足, 因此由(2)式有

$$\begin{aligned} M \approx & \exp[i(\theta + q_t)] \{ (1 - \psi_t) \operatorname{sech}[(1 - \psi_t)x - q] \exp[i(q_1x - \psi)] \\ & + (1 + \psi_t) \operatorname{sech}[(1 + \psi_t)x + q] \exp[i(\psi - q_1x)] \} \end{aligned} \quad (4)$$

这里实参量 q, ψ 满足

$$\rho \exp(q + i\psi) = 2 \cosh \zeta \quad \zeta = b_0 - vt + i(\phi_0 + at), \quad (5)$$

由(4)式看出, 对充分分开的两孤子其间距为 $2q$, 相对相差为 2ψ , 振幅为 $1 \pm \psi_t$ 。

考虑到 ρ, a, v 皆与传输距离 t 有关, 由(5)式得到

$$q_t = i \tanh(\zeta) (\rho + t\rho_t) - \psi_t - \rho_t/\rho \quad (6)$$

$$q_u = \frac{\rho_t^2}{\rho^2} - \frac{\rho_u}{\rho} - 4(1 + t \frac{\rho_t}{\rho})^2 \exp(-2q - 2i\psi) + i \tanh(\zeta) (2\rho_t + t\rho_{tt}) - i\psi_u \quad (7)$$

在理想传输情形, $\rho_t = 0$, 上式即为高登的结论^[2]。略去这些随传输距离 t 变化的项就意味着由微扰引起的积累效应也被略去。这样, 可把高登相互作用理论推广到有微扰的情形。从(6)式可得到

$$\rho|_{t=0} = [4 \exp(-2q_0 - i2\psi_0) + (\psi_t - iq_t)^2]^{1/2}|_{t=0}, \quad (8)$$

$$b_0 + i\psi_0 = \tanh^{-1}[(\psi_t - iq_t)/\rho]|_{t=0} \quad (9)$$

可见(9)式与高登理论^[2]相符合, 而(8)式仅在 $t = 0$ 时才一致。

2 微扰对孤子对传输的影响

考虑两种情形:

1) $t \ll |\rho/\rho_t|, t \ll |\rho_u^{-1}|$, 相应于短程传输, (7)式近似为

$$q_u \approx -4 \exp(-2q - 2i\psi) - i\psi_u \quad (10)$$

上式即高登的结论^[2], 因此高登理论能较好地解释不太长的传输现象。

2) $t \gg |\rho/\rho_i|$, $t \gg |\rho_u^{-1}|$, 相应于长程传输, (7) 式近似为

$$q_u \approx -4(t\rho_i/\rho)^2 \exp(-2q - 2i\psi) + i \tanh(\zeta)(2\rho_i + t\rho_u) - i\psi_u \quad (11)$$

经过超长距离传输, 当 $t \rightarrow \infty$, 上式第一项 $t^2 \exp(-2\theta)$ 可趋于一有限值, 然而, 第二项除非 $\rho_u = 0$, 否则因 $|t\rho_u| \rightarrow \infty$ 而发散, 即(11)式右端发散, 这表明即使最微小的扰动只要它引起孤子的参数随传输距离改变, 其对超长距离通讯都是极为有害, 所以减小或消除扰动是相当重要的。可见为提高超长距离孤子通讯质量, 有必要保持此条件

$$|\rho_i/\rho| \ll 1 \quad \text{或} \quad \frac{a_i^2 + v_i^2}{a^2 + v^2} \ll 1 \quad (12)$$

由于 $|\rho| \ll 1$, 上式表明为保证孤子通讯系统的超长距离通讯质量, 应尽量保持相对能量差、速度差不变, 同时对能量损耗的补偿也应该非常缓慢。

3 对实验现象的解释

3.1 对 1986 年短距离 (t 相当小) 传输实验现象的解释

在 1986 年的实验中发现, 由于拉曼效应, 等幅同相入射的孤子对, 初始间距小于一临界值, 孤子间有排斥力, 而并非文献[2]所预言的吸引力; 而等幅反相入射的孤子对, 当初始间距较小时, 相互作用强度的理论计算值比实验测得数据小。文献[8]已从理论上给出计算拉曼效应对二孤子速度、能量的影响的积分公式, 由于数学上的困难, 难以用该公式对实验现象加以解释, 只有数值计算其对相互作用的影响。这里用推广的高登相互作用理论对实验作一直观的解释。

对初始态 $u_0 = \text{sech}(x - q_0) + \text{sech}(x + q_0)$, 它表示等幅同相入射。由(8)、(9)式得

$$b_0 = \phi_0 = v_0 = 0 \quad (13)$$

再从(5)式得

$$\exp(q - q_0) = 2a_0[\cos^2(at) + \sinh^2(vt)/(a^2 + v^2)]^2 \quad (14)$$

如果没有微扰, $v = v_0$, (14) 式与文献[2]结果一致; 实际上 $v \neq v_0$, 即避免了文献[2]中当 $\cos at = 0$ 时公式中出现的奇异。

令 $a = a_0 + \Delta a$, $v = v_0 + \Delta v = \Delta v$, 则(14)式近似为

$$\exp(q - q_0) \approx 2a_0\{[\cos^2(at) + \sinh^2(\Delta vt)]/(a^2 + v^2)\}^{1/2} \quad (15)$$

物理上, 由于拉曼效应, q_0 愈小, 孤子重叠越多, 速度改变越大。因此有

$$\begin{aligned} q &\approx q_0 + \ln [2a_0 |\sinh(\Delta vt)| / (a^2 + \Delta v^2)^{1/2}], & q_0 \ll q_{0c}, \\ q &\approx q_0 + \ln [2a_0 |\cos(at)| / (a^2 + \Delta v^2)^{1/2}], & q_0 \sim q_{0c}, \\ q &\approx q_0, & q_0 \gg q_{0c}, \end{aligned} \quad (16)$$

可见理论上能预言初始临界距离 q_{0c} 的存在, 这与文献[5]报道的实验现象相符。

对等幅反相入射, $u_0 = \text{sech}(x - q_0) + i \text{sech}(x + q_0)$, 使用同样的步骤得

$$\begin{aligned} q &= q_0 + \ln \{2v_0[\cos^2(at) + \sinh^2(vt)]/(a^2 + v^2)\}^{1/2} \\ &\approx q_0 + \ln \{2v_0[(\cos^2(\Delta at) + \sinh^2(v_0 t))/(\Delta a^2 + v_0^2)]^{1/2}\} \end{aligned} \quad (17)$$

如果没有微扰, $\Delta a = 0$, 上式同文献[2]。但实际上微扰不能忽略, $a \neq a_0 = 0$, $\cos^2 at + \sinh^2 vt \leq \cosh^2 vt$, 因此当 q_0 不太大时, 计算得到的 q 值比高登计算的小。文献[5]指出实际测得 q 值比高登预言的小, 可见此公式能更好地与实验相符。(16)式在 $q_0 \ll q_{0c}$ 时与(17)式在形式

上相似, 因此在此两种情形下入射, 当 q_0 很小时测得 $q - q_0$ 曲线应相似, 参照文献[5]可见此结果是合理的。

3.2 1989、1990 年长距离 (t 足够大) 传输实验现象的解释

对长程传输, $|\tanh(\zeta)| \approx 1$, (6) 式近似为 $q_t = -i(\rho + t\rho_t) - i\Psi_t - (\rho_t/\rho)_t$, 则有

$$q_t = -v - tv_t - \operatorname{Re}(\rho_t/\rho)_t \quad (18)$$

这里 Re 表示取复数的实部。

令 $q = q_s + q_p$, 这里 q_s, q_p 分别代表高登提出的相互作用和微扰引起的相互作用, 这样

$$(q_s)_t = -v, \quad (q_p)_t = -v_t - \operatorname{Re}(\rho_t/\rho)_t \quad (19)$$

1989 年实验中发现的长程、相位无关的相互作用是由于双光折射引起的辐射, 以及电致伸缩效应所致^[7, 9, 10]。文献[10]已证明电致伸缩导致的折射率的改变是孤子初始间距的周期衰减函数, 因此相对速度的改变也是孤子初始间距的周期衰减函数。等幅同相入射的孤子对, 在无微扰时其初始相对速度差为零, 但由于电致压缩效应的影响使相对速度差有一改变, 因此有此扰动后, 初始孤子速度是孤子初始间距的周期衰减函数。故令 $v = v_0L(t)$, 这里 v_0 是孤子初始间距 q_0 的周期衰减函数, $L(t)$ 表示演化关系, $L(0) = 1$ 。

t 足够大, (19) 式右边第二项可略去, 而且 $v_u = v_0L_u$, 对较大 q_0 值, v_0 衰减很快, v_u 极小, v_t 是一慢变量, 因此

$$q_p = -v_t t^2/2 \quad (20)$$

上式表明, t 一定, q_p 是孤子初始间距 q_0 的周期衰减函数, 这与文献[6]图 3 相符。 v_t 视为一慢变量, 当 $t_1/t_2 = 1/2$ 时, $q_{p1}/q_{p2} \approx 1/4$, 根据文献[6]图 2 量得 $T_0/\tau = 8.0$ 时。在 400 km 及 2000 km 处, q_p 的比值为 4.5, 因此经过 200 km 的传输, v_t 仅增加了 11%, 可见把 v_t 视为一慢变量是合理的。

在(20)式两端恢复量纲,

$$T_p = \operatorname{const.} \times DP_0^2V\tau z^2 \quad (21)$$

这里, T_p 和 V 分别表示恢复量纲后由扰动引起的孤子间距的改变及速度, P_0 代表入射脉冲的峰值强度, 这里还利用到基孤子的一个性质: $P_0T_0^2 = \operatorname{const.} \times D$, $\operatorname{const.}$ 为一常数^[10]。 z^2 的系数是与距离有关, 并非常数, 这将更符合实验现象。由(21)式可见降低初始入射强度 P_0 及二阶色散系数 D 可以降低相位无关的相互作用。1990 年的实验表明, 降低 D 参数的确可以降低相位无关的相互作用。

在 1990 年, 由于实验条件的改进, 由辐射引起的扰动极小, (19) 式中 $v_t t$ 项可忽略, $q_p \approx -\operatorname{Re}(\frac{\rho_t}{\rho})_t$, $q_s \approx q_0 - vt$, 因此 $\frac{q_p}{q_s} \approx \frac{-\operatorname{Re}(\rho_t/\rho)_t}{q_0/t - v} \approx \frac{\operatorname{Re}(\rho_t/\rho)_t}{v}$ (t 极大), 由于 v 及 $\operatorname{Re}(\rho_t/\rho)_t$ 视为慢变量, q_p/q_s 近似为常数, 这与文献[7]所报道的实验现象一致。

作者衷心感谢黄念宁教授对本工作的指导。

参 考 文 献

- [1] V. I. Karpman, Soliton evolution in the presence of perturbation. *Physica Scripta*, 1979, **20**(3) : 462 ~ 478
- [2] J. P. Gordon, Interaction forces among solitons in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1983, **8**(11) : 596~ 598
- [3] D. Anderson, M. Lisak, Bandwidth limits due to mutual pulse interaction in optical soliton communication systems. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(3) : 174~ 176
- [4] 陈陆君, 梁昌洪, 吴鸿适, 光纤中双孤子相互作用的等价粒子理论. 光学学报, 1994, **14**(2) : 113~ 117
- [5] K. Smith, L. F. Mollenauer, Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(5) : 355~ 357
- [6] K. Smith, L. F. Mollenauer, Experimental observation of soliton interaction over long fiber paths: discovery of a long-range interaction. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(22) : 1284~ 1288
- [7] L. F. Mollenauer, M. J. Neubelt, S. G. Evangelides *et al.*, Experimental study of soliton transmission over more than 10,000 km in dispersion-shifted fiber. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(21) : 1203~ 1205
- [8] Y. Kodama, K. Nozaki, Soliton interaction in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(12) : 1038~ 1040
- [9] E. M. Dianov, A. V. Lucknikov, A. N. Pilipetskii *et al.*, Electrostriction mechanism of soliton interaction in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(6) : 314~ 316
- [10] E. M. Dianov, A. V. Lucknikov, A. N. Pilipetskii *et al.*, Long-range interaction of picosecond solitons through excitation of acoustic waves in optical fibers. *Appl. Phys. B.*, 1992, **54**(180) : 175~ 180
- [11] 黄念宁, 陈宗蕴, 光纤孤子理论基础. 武汉, 武汉大学出版社, 1991 : 72~ 96

Interaction Among Perturbed Solitons in Optical Fiber

Dong Guangjiong Liu Zhongzhu

(Department of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

(Received 27 October 1995)

Abstract On the basis of the nonlinear schr dinger equation with the perturbation, the formulas are obtained directly from the approximative 2-soliton solution to describe the soliton interaction in the practical optical fiber soliton communication. These formulas show that the soliton interaction in practical communication not only depends on their relative phase difference but also on the changes of their energy and velocity difference with the transmission distance. The extended soliton interaction theory can be applied to discuss generally how the perturbations impose effects on the interaction. And the extended theory also can give explanations to the experimental phenomenon about the short-range interaction and long-range interaction reported in Optical Letters in 1987, 1989, 1990.

Key words soliton, optical soliton communication, interaction, nonlinear Schr dinger equation with perturbation.