

# 自适应光学控制系统的有效带宽分析\*

李新阳 姜文汉

(中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)

**摘 要** 分析了自适应光学控制系统中闭环带宽与对湍流校正的有效带宽的关系, 比较了采用比例积分控制和纯滞后补偿控制的自适应光学控制系统的带宽。分析结果认为自适应光学控制系统应当具有较高的有效带宽, 较低的闭环带宽, 系统中的时间延迟是限制自适应光学控制系统有效带宽的主要因素。

**关键词** 自适应光学, 控制, 有效带宽, 闭环带宽。

## 1 引 言

自适应光学技术用在透过大气的目标成像或激光大气传输的光学系统中, 实时校正由大气湍流扰动引起的随机波前相位畸变, 提高光束质量<sup>[1, 2]</sup>。由于大气湍流的变化速度较快, 要求自适应光学系统有足够高的控制带宽<sup>[3]</sup>。目前国际上的自适应光学系统普遍采用简单的比例积分(PI)控制器, 并且用闭环带宽作为衡量自适应光学系统对大气湍流校正能力的主要指标<sup>[4~9]</sup>。作者认为, 有必要研究自适应光学控制系统的带宽特点, 分析限制控制系统带宽的因素, 并且在不加大硬件复杂性的情况下, 研究合理的高带宽控制器。本文用有效带宽的概念取代闭环带宽, 分析了限制比例积分控制器有效带宽的原因, 讨论了一种纯滞后补偿控制算法提高有效带宽的可能性及局限性, 并给出了在实际系统上实验的结果。

## 2 自适应光学控制系统的有效带宽

### 2.1 自适应光学控制系统的模型<sup>[1, 4~9]</sup>

一个典型自适应光学系统变形反射镜(DM)控制回路的结构如图 1。其中  $r(s)$  为受大气湍流扰动波前信号,  $y(s)$  为变形反射镜补偿波前信号,  $e(s)$  为补偿残余波前信号,  $n(s)$  为波前探测器(WFS)噪声信号。波前探测器探测的残余波前经过波前复原计算(WRC)和控制算法计算(CC)得到控制电压。控制电压经数模

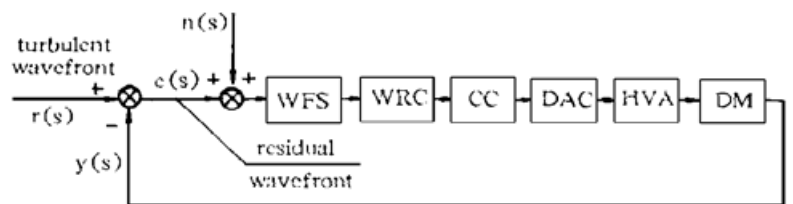


Fig. 1 Block diagram of a typical Adaptive Optics control system

\* 国家科委 863 高科技项目。

收稿日期: 1997 年 1 月 8 日; 收到修改稿日期: 1997 年 3 月 19 日

转换(DAC)、高压放大(HVA)驱动变形反射镜产生补偿波前。在一般情况下,高压放大和变形反射镜的带宽远大于控制闭环带宽,对控制系统的动态性能不产生显著影响<sup>[1, 4]</sup>。整个自适应光学系统是数字模拟混合控制系统。为了方便,在连续域中分析系统控制模型和设计控制器,然后再用零阶采样保持Z变换法得到离散的控制器的<sup>[10, 11]</sup>。本文以下部分在连续域中进行讨论,不考虑数模转换的零阶采样保持作用,所得到的结果与实际离散采样控制系统将是一致的。控制回路的开环传递函数可以写成是<sup>[1, 4]</sup>

$$G(s) = y(s)/e(s) = K_0\{[1 - \exp(-TS)]/TS\} \exp(-\tau_0 S) C(s) = G_0(s)C(s) \quad (1)$$

式中,  $s = j2\pi f$  是拉普拉斯(Laplace)算子,  $T$  为波前探测器的采样周期。第一项是控制回路总增益,包括了高压放大的控制电压比例放大作用;第二项为波前探测器的传递函数;第三项描述波前复原计算和控制算法计算的总计算时间延迟  $\tau_0$ 。这三项构成控制对象的传递函数  $G_0(s)$ 。 $C(s)$  为控制算法的传递函数。 $G_0(s)$  的相频特性

$$\Phi(f) = 2\pi f(T/2 + \tau_0) = 2\pi f\tau \quad (2)$$

其中  $\tau = T/2 + \tau_0$ 。即自适应光学系统是一个等效时间延迟  $\tau$  的相位纯滞后系统。

如果利用近似关系

$$[1 - \exp(-TS)]/TS \approx \exp[-(T/2)S] \quad (3)$$

即把波前探测器等效为纯时间延迟  $T/2$  的过程。得到系统的一个简化模型

$$G_0(s) = K_0 \exp(-\tau S) \quad (4)$$

(4)式的相频特性与(1)式中的  $G_0(s)$  完全一样,幅频特性在  $1/4T$  以内也可以认为是一样的。控制回路的闭环传递函数为

$$M(s) = y(s)/r(s) = G(s)/[1 + G(s)] \quad (5)$$

误差传递函数为

$$E(s) = c(s)/r(s) = 1/[1 + G(s)] \quad (6)$$

易得波前校正残余信号为

$$e(s) = E(s)r(s) - M(s)n(s) \quad (7)$$

## 2.2 自适应光学控制系统的有效带宽

控制系统对湍流扰动波前的校正残余方差  $\sigma_{\text{servo}}^2$  由(7)式得到<sup>[2]</sup>

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{servo}}^2 &= \int_0^{\infty} |E(j2\pi f)|^2 F_t(f) df + \int_0^{\infty} |M(j2\pi f)|^2 F_n(f) df \\ &= \sigma_{st}^2 + \sigma_{sn}^2 \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $F_t(f)$  为大气湍流的功率谱,近似服从  $-8/3$  规律,能量主要分布在低频部分<sup>[3]</sup>。探测噪声是白噪声,即探测噪声的功率谱  $F_n(f)$  为常数<sup>[2]</sup>。高通滤波器形式的误差传函  $E(j2\pi f)$  决定大气湍流校正残余方差  $\sigma_{st}^2$ ; 低通滤波器形式的闭环传函  $M(j2\pi f)$  决定探测噪声带来的方差  $\sigma_{sn}^2$ 。

国际上一些文献象通常的自动控制系统那样,以闭环带宽  $f_{3\text{dB}}$  作为控制器设计指标

$$|M(j2\pi f_{3\text{dB}})|^2 = 1/2 \quad (9)$$

但  $f_{3\text{dB}}$  只能反映自适应光学控制系统引入探测噪声的情况。误差传函的增益剪切频率  $f_c$  可以作为衡量控制系统对湍流抑制能力的指标之一

$$|E(j2\pi f_c)|^2 = 1 \quad (10)$$

但在  $f_c$  处,系统对湍流的抑制能力为 0 dB。从更严格的意义上,用误差传函增益  $-3$  dB 点的

频率  $f_{e3dB}$  衡量系统对湍流抑制能力。

$$|E(j2\pi f_{e3dB})|^2 = \frac{1}{2} \quad (11)$$

控制系统开环传函的增益剪切频率  $f_g$  与  $f_e$ 、 $f_{e3dB}$  很接近, 也可以衡量系统对湍流抑制能力

$$|G(j2\pi f_g)|^2 = 1 \quad (12)$$

本文中, 把  $f_g$ 、 $f_e$ 、 $f_{e3dB}$  统称为自适应光学系统的大气湍流有效校正带宽, 即有效带宽, 与闭环带宽  $f_{3dB}$  进行比较分析。有效带宽越大  $\sigma_{si}^2$  越小, 闭环带宽越大  $\sigma_{sn}^2$  越大, 所以自适应光学系统的控制器应该具有较高的有效带宽, 较低的闭环带宽。图 2 是开环、闭环、误差三种传递函数与闭环带宽、有效带宽的示意图。

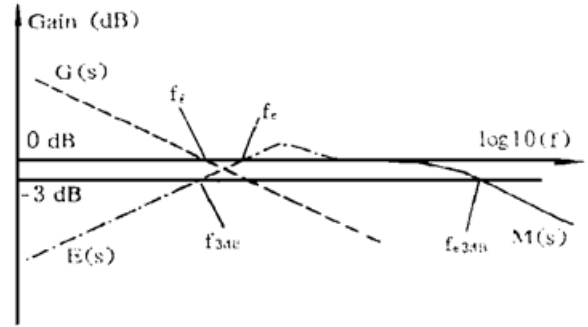


Fig. 2 Sketch diagram of close-bandwidth and effective-bandwidth in an Adaptive Optics control system

### 3 比例积分控制器的有效带宽

自适应光学系统中的控制器部分采用较简单的算法可以简化系统设计。目前, 世界上实用的自适应光学系统普遍采用结构简单、容易调整并且对大气湍流的低频扰动有良好抑制作用的比例积分控制器

$$C(s) = K_c/S \quad (13)$$

用(4)式作为自适应光学系统的模型, 则控制系统开环传递函数为

$$G(s) = [K \exp(-S\tau)]/S \quad (14)$$

式中,  $K = K_c K_0$  为控制系统总的比例增益因子。根据(12)式  $f_g$  的定义

$$f_g = K/2\pi \quad (15)$$

由(5)、(6)式分别可得比例积分控制器的闭环传递函数和误差传递函数为

$$M(s) = \frac{K \exp(-S\tau)}{S + K \exp(-S\tau)}, \quad E(s) = \frac{S}{S + K \exp(-S\tau)} \quad (16)$$

根据(9)、(10)、(11)式对  $f_{3dB}$ 、 $f_e$ 、 $f_{e3dB}$  的定义, 并利用指数函数的一阶近似

$$\exp(-S\tau) \approx 1 - s\tau \quad (17)$$

得到比例因子  $K$  与  $f_{3dB}$ 、 $f_e$ 、 $f_{e3dB}$  间的近似关系为

$$f_{3dB} \approx K/[2\pi(1 - K\tau)], \quad f_e \approx K/[2\pi \sqrt{1 - (1 - K\tau)^2}], \\ f_{e3dB} \approx K/[2\pi \sqrt{2 - (1 - K\tau)^2}] \quad (18)$$

在本文讨论的带宽处频率较低,  $K\tau$  值很小, (17)式近似精度足够。从(15)及(18)式看,  $K$  越大, 比例积分控制器的带宽也越大。但当  $K$  增大到一定值时, 比例积分控制器的稳定性将不能保证。根据(14)、(15)式可得控制系统的开环相位裕量  $\gamma$  与增益  $K$  的关系为

$$\gamma = \pi + \phi(f_g) = \pi/2 - 2\pi f_g \tau = \pi/2 - K\tau \quad (19)$$

随着  $K$  的增大,  $\gamma$  下降得很快。闭环控制没有振荡时的稳定性条件为<sup>[10, 11]</sup>

$$\gamma \geq \pi/3 \quad (20)$$

则比例增益  $K$  受到时间延迟  $\tau$  的限制  $K \leq \pi/6\tau$  (21)

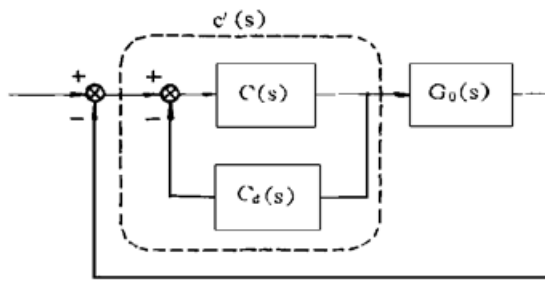
从而, 比例积分控制器的有效带宽  $f_g$ 、 $f_e$ 、 $f_{e3dB}$  和闭环带宽  $f_{3dB}$  都受到限制

$$f_g \leq 1/12\tau, \quad f_e \leq 1/10.6\tau, \quad f_{e3dB} \leq 1/16\tau, \quad f_{3dB} \leq 1/5.7\tau \quad (22)$$

### 4 纯滞后补偿控制器的有效带宽

上面的分析说明时间延迟是带宽受限的主要因素，补偿时间延迟造成的相位滞后可以提高控制稳定性和带宽<sup>[10, 11]</sup>。在流水线型控制计算机中

实现的纯滞后补偿控制器结构如图 3 所示，其中  $C(s)$  仍为(13)式的比例积分控制器，利用它低频增益高的优点； $C'(s)$  为纯滞后补偿器传递函数， $G_0(s)$  为(4)式的纯时间延迟对象。令



$$C_d(s) = K_0[1 - \exp(-s\tau)] \tag{23}$$

则控制系统开环传递函数为

$$G'(s) = C'(s)G_0(s) = K \exp(-s\tau) / \{s + K[1 - \exp(-s\tau)]\} \tag{24}$$

Fig. 3 Block diagram of a pure time delay compensative controller

闭环传递函数和误差传递函数分别为

$$M'(s) = \frac{K \exp(-s\tau)}{s + K}, \quad E'(s) = \frac{s + K[1 - \exp(-s\tau)]}{s + K} \tag{25}$$

根据(9)式，纯滞后补偿控制器的闭环带宽  $f'_{3dB}$  为

$$f'_{3dB} = K/2\pi \tag{26}$$

注意到此时的三种传递函数形式和带宽特性与比例积分控制算法时不同。随着  $K$  值的增大，闭环控制始终稳定，闭环带宽可以比比比例积分控制器高许多。根据(17)式和(24)、(25)式，得到纯滞后补偿控制器的有效带宽  $f'_g$ 、 $f'_e$ 、 $f'_{e3dB}$  近似为

$$f'_g \approx K/[2\pi(1 + K\tau)], \quad f'_e \approx K/[2\pi \sqrt{(1 + K\tau)^2 - 1}], \tag{27}$$

$$f'_{e3dB} \approx K/[2\pi \sqrt{2(1 + K\tau)^2 - 1}]$$

图 4 是纯滞后补偿控制器的归一化的时间延迟 ( $2\pi\tau f'_{3dB}$ ) 与归一化有效带宽 ( $f'_g/f'_{3dB}$ 、 $f'_e/f'_{3dB}$ 、 $f'_{e3dB}/f'_{3dB}$ ) 间的关系。在一定时间延迟下，随着闭环带宽的增加，有效带宽与闭环带宽的比值迅速变小。这说明当  $K$  增加时，有效带宽的增加不如闭环带宽的增加快。

比较(26)、(27)和(22)式，令  $p = f'_{3dB}/f_{3dB}$ ，则得到

$$f'_g/f_g = 2.1p/(1 + 1.1p), \quad f'_e/f_e = 1.845p/\sqrt{(1 + 1.1p)^2 - 1}, \tag{28}$$

$$f'_{e3dB}/f_{e3dB} = 2.8p/\sqrt{2(1 + 1.1p)^2 - 1}$$

图 5 是纯滞后补偿控制器与比例积分控制器相比，闭环带宽提高倍数与有效带宽提高倍

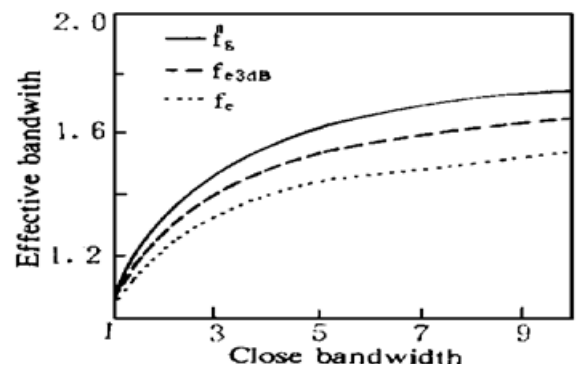
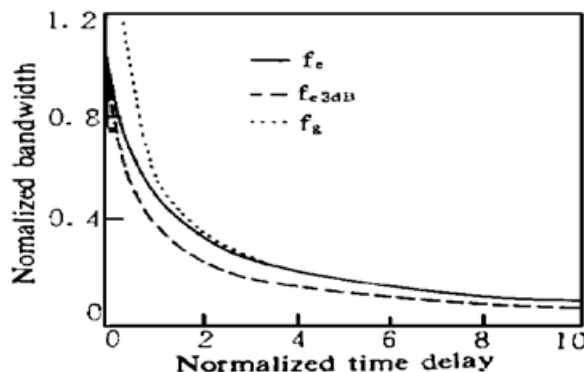


Fig. 4 Relationship between normalized time delay and normalized bandwidth

Fig. 5 Relationship of bandwidth between PI controller and Pure time delay compensative controller

数的关系。有效带宽的提高程度与时间延迟无关。当纯滞后补偿控制器的闭环带宽  $f_{3\text{dB}}$  比比例积分控制器提高三倍时,  $f_g$ 、 $f_e$ 、 $f_{e3\text{dB}}$  可以提高约 47%、32%、40%。但因为比例积分控制器的有效带宽本身受时间延迟限制, 纯滞后补偿控制器的有效带宽仍然与时间延迟有关, 受到限制。

## 5 61 单元自适应光学系统的控制带宽

以上讨论的两种控制算法都在作者研制的 61 单元自适应光学系统上实现。系统采用 61 个驱动器的变形镜, CCD 帧频 838 Hz 的 H-S 型波前探测器; 波前复原计算和控制算法计算由流水线型数字计算机实现, 计算延迟约 1.9 ms, 等效时间延迟  $\tau = 2.5$  ms, 约 2 个 CCD 周期。图 6(a) 和图 6(b) 分别是实际测量比例积分控制器和纯滞后补偿控制器的频率响应图。测量出比例积分控制器有效带宽  $f_{e3\text{dB}} = 27$  Hz,  $f_g = 35$  Hz,  $f_e = 39$  Hz, 闭环带宽  $f_{3\text{dB}} = 75$  Hz。按(21)式计算结果是  $f_{e3\text{dB}} = 25$  Hz,  $f_g = 33.3$  Hz,  $f_e = 37.7$  Hz,  $f_{3\text{dB}} = 70.2$  Hz。采用纯滞后补偿控制器后有效带宽提高到  $f_{e3\text{dB}} = 40$  Hz,  $f_g = 50$  Hz,  $f_e = 53$  Hz, 闭环带宽  $f_{3\text{dB}} = 200$  Hz。按(27)式计算结果是  $p = 2.7$ ,  $f_{e3\text{dB}} = 37$  Hz,  $f_g = 50$  Hz,  $f_e = 50.7$  Hz。考虑到测量误差, 实验结果与近似计算结果基本一致。

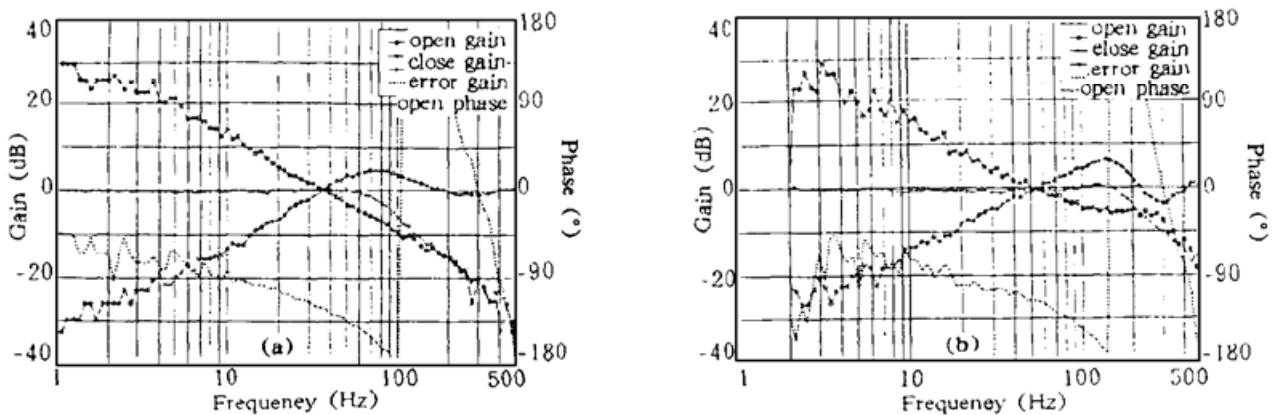


Fig. 6 Diagram of measured frequency response of the 61 elements Adaptive Optics control system. (a) PI controller. (b) Pure time delay compensative controller

以上讨论的都是控制十分稳定, 闭环频率响应无谐振峰的情形。实际工作时允许有一定的谐振峰值( $< 3$  dB), 这时, 控制系统的带宽还可以提高。对 61 单元自适应光学系统, 比例积分控制时有效带宽可到 40 Hz, 闭环带宽可到 100 Hz 左右; 采用纯滞后补偿控制时, 有效带宽可到 60 Hz, 闭环带宽可到 250 Hz 左右。

**结 论** 本文分析了自适应光学系统中控制带宽的特点, 认为自适应光学系统控制器应具有较高的有效带宽, 较低的闭环带宽。有效带宽和闭环带宽互相联系, 系统设计时要统一考虑。

时间延迟是限制控制带宽的决定性因素。由 H-S 型波前探测器、数字波前处理机组成的自适应光学系统, 一般存在约 2 倍 CCD 采样周期的时间延迟<sup>[1, 4~7]</sup>。则这类系统采用比例积分控制器, 有效带宽只有 CCD 帧频的 1/30~ 1/20 左右, 闭环带宽只有 CCD 帧频的 1/10 左右。采用纯滞后补偿控制器后, 有效带宽比例积分控制器有所提高, 但闭环带宽提高更多。当噪声水平不高时, 这种控制器比例积分控制器有效。在噪声水平较高的自适应光学系统上, 这种控制器是否有效还有待进一步的研究和实验。要从根本上提高自适应光学系统的有

效带宽,应设法缩短系统的时间延迟,如采用速度更快的 CCD 和计算机,用模拟电路代替数字电路等。

在工作中得到中国科学院光电研究所的吴旭斌、鲜浩、王春红、李梅、张德良等同事的大力支持和帮助,在此表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] Wenhan Jang *et. al.*, A 37 elements adaptive optics system with H-S wavefront sensor. *ICO-16 Satellite Conference on Active and Adaptive Optics, ESO proc*, 1993, **48**: 127~ 134
- [2] R. Parenti, Richard. J. Sasiela, Laser-guide-star systems for astronomical applications. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(1): 288~ 309
- [3] D. P. Greenwood, Bandwidth specification for adaptive optics systems. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1977, **67**(3): 390~ 393
- [4] M. Demerle, P. Y. Madec, G. Russet, Servo-loop analysis for adaptive optics. in *Adaptive Optics for Astronomy*, Kluwer Academic Publisgers, Printed in the Netherlands, 1994: 73~ 88
- [5] J. P. Gaffard, C. Boyer, Adaptive optics: transfer function molding. *Proc. SPIE*, 1991, **1542**: 46~ 61
- [6] J. P. Gaffard, C. Boyer, Adaptive optics: effect of sampling rate and time lags on the closed loop bandwidth. *Proc. SPIE*, 1990, **1271**: 33~ 50
- [7] C. Boyer, V. Michon, G. Rousset, Adaptive optics: Interaction matrix measurements and real time control algorithms for the COME-ON project. *Proc. SPIE*, 1990, **1237**: 64~ 83
- [8] Francois Rigant, Review of astronomical adaptive optics systems on medium-sized(1.5~ 5 m) telescopes. *from OSA's Summer Toptic Meeting on Adaptive Optics*, Maui, Hawaii, USA. July 7~ 12, 1996
- [9] 周仁忠主编, 自适应光学, 北京, 国防工业出版社, 1996: 348~ 390
- [10] 曹柱中, 徐微莉编著, 自动控制理论与设计, 上海, 上海交通大学出版社, 1991: 142~ 232
- [11] 赵长安主编, 控制系统设计手册(上册), 北京, 国防工业出版社, 1991: 250~ 381

## Effective Bandwidth Analysis of Adaptive Optics Control System

Li Xinyang      Jiang Wenhan

(*Institute of Optics & Electronics, The Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209*)

(Received 8 January 1997; revised 19 March 1997)

**Abstract** The relationship between the effective bandwidth and the close bandwidth in adaptive optics (AO) control systems is discussed. The bandwidth of an adaptive optics control system is compared with PI controller or pure time delay compensative controller too. The conclusion is that the time delay in AO system is the limitation of Bandwidth, and an AO control system should have higher Effective Bandwidth and lower Close Bandwidth.

**Key words** adaptive optics, control, effective bandwidth, close bandwidth.