

# 光弹性测量中的位相展开\*

李继陶 苏显渝 李杰林 苏红军

(四川联合大学光电科学技术系, 成都 610064)

**摘 要** 根据调制度排序, 提出了一个新的用于模型全场光弹条纹级次测量的位相展开方法, 并进行了实验验证。在位相展开区域的边界上, 位相展开的路径由像素的强度调制决定。这个方法的优点是明显的, 即使在最坏情况下, 其误差也限制在局部最小区域上。

**关键词** 光弹性, 位相展开。

## 1 引 言

光测弹性是广泛用于应力分析的方法之一。现在, 位相移动技术已用于光测弹性<sup>[1]</sup>。然而, 这些算法都使位相的计算被限制在  $-\pi$  到  $\pi$  的范围内, 因此必须作位相展开以消除位相的跳跃。对于光测弹性来说, 要进行位相展开是一个相当困难的工作。1) 由于受检的光测弹性模型在物理上的不连续性(如开孔、裂缝等)常常造成光测弹性条纹图样的不连续; 2) 在感兴趣的应力集中区域, 位相的变化是极其迅速的, 如果相邻抽样点之间的位相变化大于  $\pi$ , 就可能出现展开错误, 位相展开本质上是一个积分过程, 在这种情况下位相展开的误差将沿着展开路径传播; 3) 若分析受检应力模型在不同载荷下的变化时, 所面临的将是一个三维位相展开问题, 因此, 尽管光测弹性是一种全场方法, 但在复杂条纹的情况下全场仅仅具有定性上的意义, 要对全场进行定量评价仍然是困难的。

位相展开技术<sup>[2-4]</sup>已几乎用于所有的光学条纹图像分析, 诸如全息术、莫尔术、轮廓术和散斑术。本文将调制度排序的位相展开方法<sup>[5]</sup>用于光测弹性条纹的评价, 既计算离散位相分布也计算强度调制, 通过分析强度调制直方图和设立感兴趣区域, 建立初步的二元控制模板。一个二元模板被初步用于评价有用和无用区域, 以控制下一步的位相展开和位相插入。在初步有用区域上位相展开的路径决定于在位相展开区域边界外层像素上的强度调制排序结果。因此, 这个方法是很好的, 即使在最坏情况下, 其误差也限制在局部最小区域上。对实验上得到的位相移动光测弹性图样的评价表明, 此方法可以成功地用于光测弹性中。

## 2 在光测弹性中的位相移动

包括光测弹性在内的许多光学技术, 都把光通过两个不同光程之间的位相差以强度变化

\* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1996 年 10 月 21 日

的形式记录下来。称为条纹图样, 在条纹图样上任一点的强度可写成

$$I(x, y) = I_a(x, y) + I_b(x, y) \cos [\Phi(x, y)] \quad (1)$$

式中  $I_a$  为背景强度,  $I_b$  为条纹图样对比,  $\Phi$  为表征实验技术特征的未知位相差, 是一个需要找出的参数。由(1)式可知, 为了求解  $\Phi(x, y)$  至少需要三个方程。这可以通过附加已知位相差而达到目的。于是可将强度分布写成下述一般形式

$$I(x, y) = I_a(x, y) + I_b(x, y) \cos [\Phi(x, y) + \delta] \quad (2)$$

式中  $\delta$  是已知的附加位相, 可在  $0$  到  $2\pi$  之间选择, 以给出求解  $\Phi(x, y)$  的必要方程。现已提出了各种算法, 如三步、四步和  $N$  步算法等。

在一个正交圆偏振场中进行光测弹性实验, 使偏振片的方向与模型的主应力方向一致。单独将分析器旋转一个角度  $\gamma$ , 则条纹场中的一点的合成强度可写成<sup>[1]</sup>

$$I(x, y) = I_a(x, y) + I_b(x, y) \cos [\Phi(x, y) - 2\gamma] \quad (3)$$

式中  $\Phi(x, y)$  是应力双折射所引入的位相移动, 它正比于主应力差  $(\sigma_1 - \sigma_2)$ 。在具体实验中  $\gamma$  用  $\pi/N$  表示, 这里  $N \geq 3$ , 是处理中使用的位相移动次数。合成的位相移动条纹图用一个 CCD 摄像机检出, 并使用 8 bit 的 PC 帧存储器模数转换成空间分辨率为  $256 \times 256$  像素。第  $n$  个位相移动条纹图为下式所表示

$$I(x, y) = I_a(x, y) + I_b(x, y) \cos [\Phi(x, y) - 2\pi n/N] \quad (4)$$

### 3 基于调制度排序的位相展开

利用  $N$  步位相移动条纹图, 位相函数  $\Phi(x, y)$  的恢复可独立于(4)式中的其他参数, 对于  $N$  幅相移图的一般情况,  $\Phi(x, y)$  可表示成

$$\Phi(x, y) = \arctg \left[ \frac{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \sin(2\pi n/N)}{\sum_{n=1}^N I_n(x, y) \cos(2\pi n/N)} \right] \quad (5)$$

因为(5)式是反正切函数, 所以由它定义的位相在  $-\pi$  到  $\pi$  区间处截断。为获得全场定量分析, 需要作位相展开。如果离散位相随处都是可靠的, 那么无论在哪里相邻像素之间的最大位相变化均小于  $\pi$ , 不存在位相展开问题。然而, 如引言中所述, 在光测弹性中位相展开常有较大误差。目前已引入了某些位相展开方法, 它们可以成功地应付某些范围的条纹图样。但它们中的大部分都是根据一个二元控制模板, 用洪水填充算法完成在有效区域内的位相展开。当情况更复杂时, 二元模板不可能完全覆盖无用区域。因为位相展开本质上是一个积分过程。所以它的误差将沿着位相展开路径传播。本文将调制度排序的位相展开算法用于光测弹性条纹图样分析。调制度定义为

$$M(x, y) = \frac{2}{N} \sqrt{\left[ \sum_{n=1}^N I_n(x, y) \sin(2\pi n/N) \right]^2 + \left[ \sum_{n=1}^N I_n(x, y) \cos(2\pi n/N) \right]^2} \quad (6)$$

可从任一用户指定的点开始位相展开。通常把图像的中心点选作起始点。在位相展开区域的边界外层上, 通过比较每个像素调制度, 产生一个像素队列, 使调制度最高的像素处于队列的顶端。这个顶端的像素是为下一个位相展开而选择的。此方法的优点是位相展开的路径总是沿着从调制度高的像素到调制度低的像素的一个方向进行。由于强度调制和位相数据可靠性之间存在强有力的相关, 这个位相展开的新方法是建立在位相数据可靠性基础之上的。在每一个区域内的位相展开都是从高到低。因此, 即使在最坏情况下, 误差也只出现于局部的最小区域内。

## 4 实验演示

本文所采用的实验装置是一个标准的圆偏振光测弹性装置。实验样品是一个两侧有开孔的平板，平板尺寸为  $200\text{ mm} \times 80\text{ mm} \times 6\text{ mm}$ ，平板所受的拉伸载荷为  $200\text{ N}$ 。光测条纹图样由一个 CCD 摄像机采集，并通过帧捕获器将条纹图样转变为数字图像存入 PC486 微机作数据处理。CCD 摄像机前装有一个中心波长为  $546.1\text{ nm}$  的窄带滤波器。实验中采用 5 帧相移图像，分别对应检偏器的方位角为  $0^\circ$ 、 $36^\circ$ 、 $72^\circ$ 、 $108^\circ$ 、 $144^\circ$ 。图 1(a) 是 5 帧相移图像之一，在平板两侧的开孔处可以观察到明显的应力集中。图 1(b) 是截断位相分布。图 1(c) 是按照调制度排序方法进行位相展开过程的一个中间阶段，图中白色的区域是已经展开的区域，可以看出位相展开的路径已成功地绕过应力集中区域，使得位相展开的路线总是从调制度高的区域指向调制度低的区域。从而使可能的误差限制在最小区域内。图 2 是全场位相展开的结果，并且已将位相转移为条纹级次。其中图 2(a) 是位相场的假三维显示；图 2(b) 是位相等高线；图 2(c) 是靠近开孔处的水平剖面上的位相分布；图 2(d) 是用灰度表示的全场位相分布。由于本文主要讨论光弹条纹图像的位相展开，文中没有涉及应力分布的进一步计算。

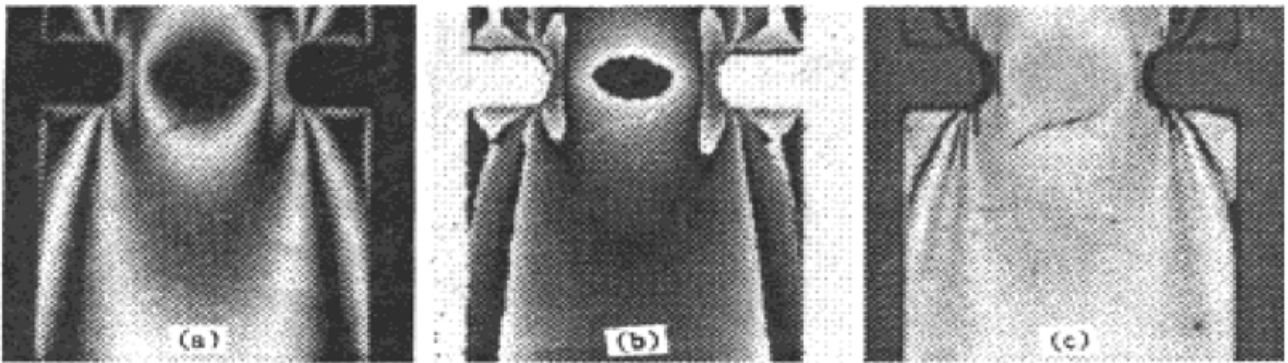


Fig. 1 (a) Fringe pattern for photoelasticity, (b) Wrapped phase, (c) Intermediate stage of phase unwrapping, the white area has been unwrapped

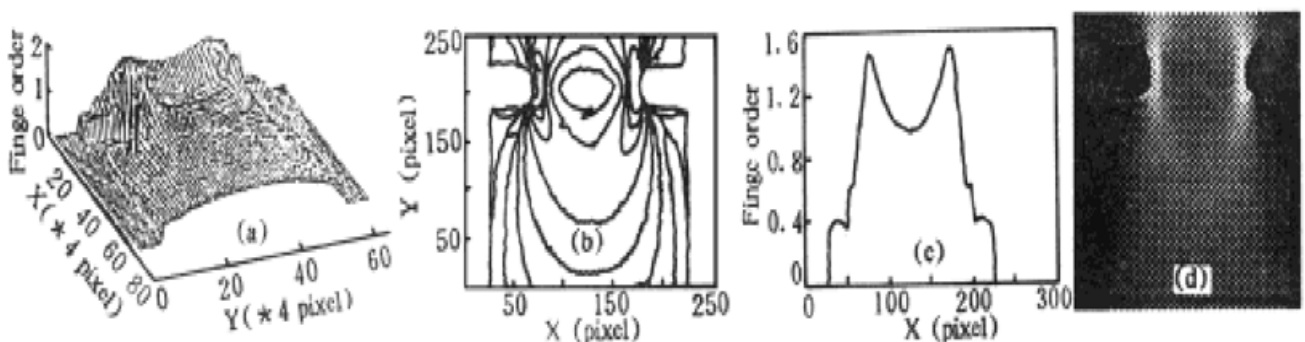


Fig. 2 (a) 3-D display of the unwrapped phase map. The scale at  $x$  and  $y$  axis is given in pixels, and  $z$  axis in fringe number, (b) Contour plot of phase map, (c) Stress distribution, in fringe order, along the horizontal direction, (d) Phase map with gray scale presentation

**结 论** 对于光测弹性条纹图样的全场分析，必须依赖于正确的全场位相展开。本文提出在光弹条纹图样中基于调制度排序的位相展开方法，并给出了实验论证。这种方法的主要优点在于位相展开的路径总是从可靠性较高的像素指向可靠性较低的像素。因此，在最坏情况下，误差也局限在最小的区域内。

## 参 考 文 献

- [1] A. Asundi, Phase shifting in photoelasticity. *Exp. Techn.*, 1993, January/February : 19~ 23
- [2] T. R. Judge, P. J. Bryanston-Cross, A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis. *Opt. and Lasers in Engng.*, 1994, **21**(4) : 199~ 239
- [3] D. W. Robinson, G. T. Reid, *Interferogram Analysis*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1993
- [4] Xian-Yu Su, G. von Bally, D. Vukicevic, Phase-stepping grating profilometry: utilization of intensity modulation analysis in complex objects evaluation. *Opt. Commun.*, 1993, **98**(1~ 3) : 141~ 150
- [5] Xian-Yu Su, Wen-Shen Zhou, Complex object profilometry and its application for dentistry. *Proc. SPIE.*, 1994, **2132** : 484~ 489

## Phase Unwrapping in Photoelasticity

Li Jitao    Su Xianyu    Li Jielin    Su Hongjun

(*Opto-Electronics Department, Sichuan Union University, Chengdu 610064*)

(Received 21 October 1996)

**Abstract** Based on the modulation ordering, a novel phase unwrapping algorithm for measurement of photoelastic fringe orders in the whole field of a model is put forward. The path for phase unwrapping is determined by the intensity modulation in the pixels on the boundary of the phase unwrapped areas. The algorithm is very superior, and in the worst case the error, if any, is limited to local minimum areas.

**Key words** photoelasticity, phase unwrapping.