

# 次条纹积分法解调位相的三维面形测量\*

王 鸣<sup>1</sup> 钟金刚<sup>2</sup> 李达成<sup>1</sup>

1, 清华大学精密仪器系, 北京 100084  
2, 南昌大学基础部, 南昌 336029

**摘 要** 提出一种新的条纹位相分析技术用于三维面形自动测量。将光栅图案投影于物体表面上, 投影像随物体三维面形变形, 形变的投影像用次条纹积分算法分析, 求出位相变化和相应的三维面形。

**关键词** 次条纹积分, 三维面形测量。

## 1 引 言

物体的三维面形的全场光学测量已经在许多领域得到应用。莫尔等高线<sup>[1]</sup>和傅里叶变换轮廓术(FTP)<sup>[2]</sup>是其中主要的两种方法。传统的莫尔等高线方法有许多固有缺点: 例如灵敏度低, 不能自动区分表面的凹凸, 等等。用相移技术改进的莫尔等高线方法<sup>[3]</sup>可以改进这些缺点, 但必须附加产生相移的机电装置, 拍摄多幅条纹图。虽然傅里叶变换轮廓术只用一幅变形光栅像, 但众所周知, 大量的傅里叶变换和滤波运算费很长运算时间。本文提出用光栅图案作载频信号, 用次条纹积分算法分析物面调制的光场, 获得三维物体面形的高度分布。次条纹积分算法是在空域内调制光场, 把条纹分段积分, 实现空间位相解调<sup>[4]</sup>。它具有结构简单、运算快、精度高之优点。

## 2 解调位相的次条纹积分算法

光路布局采用典型的交叉光轴光路, 如图 1 所示。假定参考平面  $R$  上的光场为正弦分布, 则由面形  $h(x, y)$  调制, 载频频率为  $f_0$  的变形光栅图像的光强分布可写为

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos [2\pi f_0 x + \mathcal{Q}(x, y)] \quad (1)$$

式中  $f_0 = 1/P_0$ ,  $P_0$  为参考面  $R$  上的光栅栅距。相对于空间频率  $f_0$  而言, 背景光  $a(x, y)$ 、振幅  $b(x, y)$  和位相  $\mathcal{Q}(x, y)$  变化缓慢, 在一个条纹周期内可视为常数。次条纹积分算法在计算点  $(x, y)$  位相时, 选取该点沿  $x$  方向的一个采样周期  $P_i$ , 在采样周期内各点坐标顺序为  $x, \dots, x + x', \dots, x + P_i$ , 如图 2 所示。该周期内的光强分别为

$$g_i(x + x') = a_i + b_i \cos [2\pi f_0 (x + x') + \mathcal{Q}] \quad (2)$$

\* 国家教委留学回国科研基金和南昌大学基础理论基金资助课题。

收稿日期: 1996 年 4 月 17 日; 收到修改稿日期: 1996 年 12 月 29 日

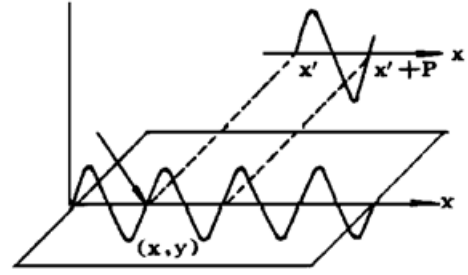
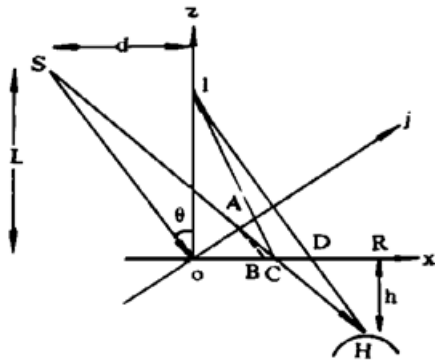


Fig. 1 Analysis of crossed-optical-axes system Fig. 2 Fringe signal of the subfringe integration method  
 根据次条纹积分算法原理, 按载频信号  $f_0$ , 将采样周期  $P_i$  分为 4 个等分区间(或 8 个等分区间), 计算各个区间的光强积分, 如图 3 所示。则在一个空间周期  $P_i$  内的光强积分为

$$Q_i(x, y) = \int_{-P_i/8}^{P_i/8} g(x + x') dx' + \int_{P_i/8}^{3P_i/8} g(x + x') dx' + \int_{3P_i/8}^{5P_i/8} g(x + x') dx' + \int_{5P_i/8}^{7P_i/8} g(x + x') dx' \quad (3)$$

$$= Q_1(x, y) + Q_2(x, y) + Q_3(x, y) + Q_4(x, y)$$

经积分运算求得各个区间强度积分

$$Q_1 = P_i \left[ \frac{a_i}{4} + \frac{\sqrt{2} b_i}{2\pi} \cos(\varphi + 2\pi f_0 x) \right],$$

$$Q_2 = P_i \left[ \frac{a_i}{4} - \frac{\sqrt{2} b_i}{2\pi} \sin(\varphi + 2\pi f_0 x) \right],$$

$$Q_3 = P_i \left[ \frac{a_i}{4} - \frac{\sqrt{2} b_i}{2\pi} \cos(\varphi + 2\pi f_0 x) \right],$$

$$Q_4 = P_i \left[ \frac{a_i}{4} + \frac{\sqrt{2} b_i}{2\pi} \sin(\varphi + 2\pi f_0 x) \right]. \quad (4)$$

由以上 4 个公式可求得条纹初相, 即坐标  $(x_i, y_i)$  点的计算位相  $\varphi$

$$\varphi = \arctan \frac{Q_4 - Q_2}{Q_1 - Q_3} \quad (5)$$

由于实际的光学系统配置, 使得作为载频的条纹信号在参考面上不是等间距分布。如主射线在共轭面上的像点为 A, 则 A 点的参考面上的投影在平行光情况下为 B, 在发散光情况下为 C, 因此引入了初始位相调制  $\mathcal{Q}(x, y)$ 。 $\mathcal{Q}(x, y)$  的求解有两种方法: 1) 是按理论公式求解<sup>[2]</sup>; 2) 是实验求解, 即先测量参考平面 R 上的光强分布[对应  $h(x, y) = 0$ ]

$$g_0(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \left[ \frac{2\pi}{P_0} x + \mathcal{Q}(x, y) \right] \quad (6)$$

再按(3)式、(4)式和(5)式求解  $\mathcal{Q}(x, y)$ 。实际的面形调制的位相  $\Delta\varphi$  应是  $\mathcal{Q}_x(x, y)$  与  $\mathcal{Q}(x, y)$  之差

$$\Delta\mathcal{Q}(x, y) = \mathcal{Q}_x(x, y) - \mathcal{Q}(x, y) = 2\pi f_0 \overline{CD} = 2\pi f_0 \Delta x \quad (7)$$

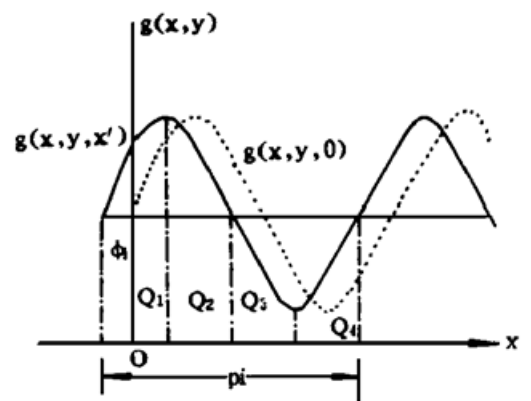


Fig. 3 Principle of subfringe integration algorithm

$\Delta x$  为参考面上  $C$  点的座标增量  $\overline{CD}$ 。

次条纹积分算法要求条纹信号须按空间正弦分布, 否则(3)式、(4)式和(5)式计算有效大误差。用朗奇(Ronchi)光栅的投影图案作载频信号, 其理论透射光强为矩形分布

$$g(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp \{ i2\pi n f_0 [x + n\mathcal{Q}(x, y)] \} \tag{8}$$

由于实际的光栅边缘并没有理想的那么锐利, 加上适当的离焦, 所以条纹图案中的高次谐波可忽略, 此时透射光强近似为正弦分布<sup>[5]</sup>。

### 3 实验和结果

实验装置如图 4 所示, 投影仪 ( $f = 100 \text{ mm}$ ) 将  $5 \text{ l/mm}$  的朗奇光投影到待测面形上作载频信号。经表面轮廓调制的变形像由 CCD 摄像机接收(焦距  $f = 12.5 \sim 75 \text{ mm}$ ), 图像卡帧存体为  $512 \times 512 \times 8 \text{ bit}$ 。图中参数  $l = 1340 \text{ mm}$ ,  $d = 200 \text{ mm}$ , 光栅图案的载频周期  $T$  为  $12 \text{ pixel}$ 。

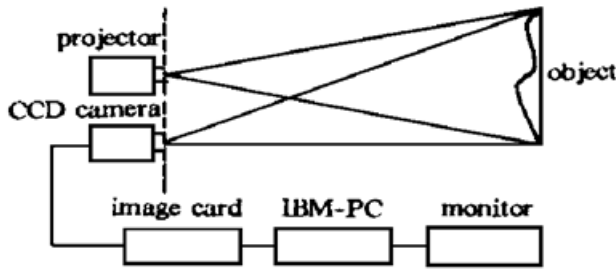


Fig. 4 Schematic diagram of optical setup

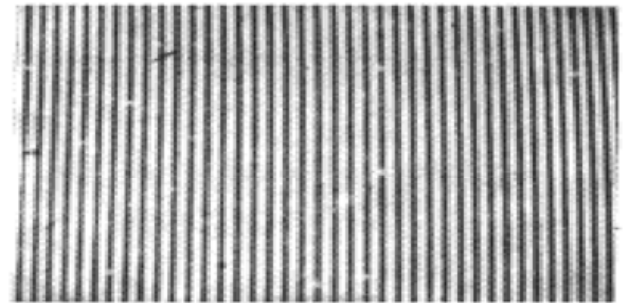


Fig. 5 Carrier grating pattern

测试模型为一塑料瓶底, 图 5 给出了参考面  $R$  上的光栅图像, 图 6 是面形调制后的变形光栅图像, 计算出的三维面形分布如图 7 所示。模型底半径为  $70 \text{ mm}$ , 凸部离参考面最大高度是  $24 \text{ mm}$ , 凹部离参考面最小高度是  $14 \text{ mm}$ 。

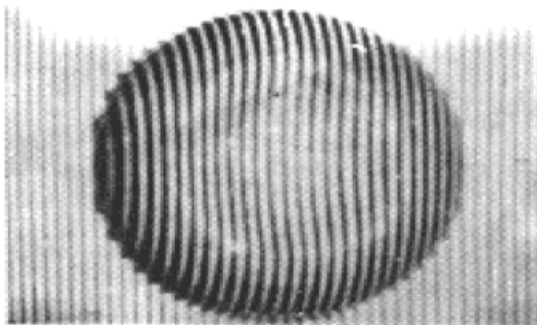


Fig. 6 Deformed grating pattern

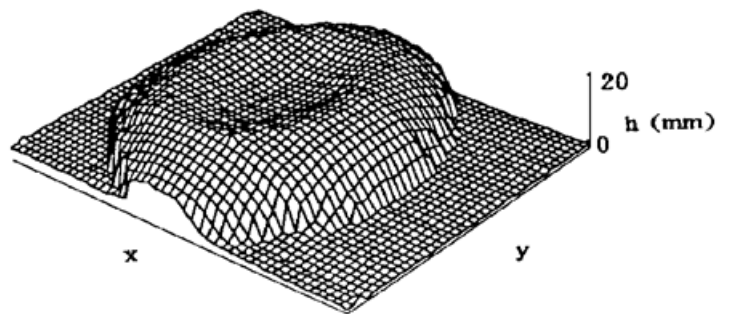


Fig. 7 Three-dimensional profile of the measured object

**结 论** 本文用光栅像作载频信号, 变形的条纹信号用次条纹积分算法解调位相, 测得三维面形。结果表明, 次条纹积分算法运算快, 实验简便, 系统易于实现自动, 高速、高精度测试。

### 参 考 文 献

[ 1 ] H. Takasaki, Moire topography. *Appl. Opt.*, 1970, 9(6) : 1467~ 1472

[ 2 ] M. Takeda, K. Mutoh, Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes. *Appl. Opt.*, 1983, 22( 24) : 3977~ 3982

[ 3 ] T. Yoshizawa, T. Tomisawa, Shadow Moire topography by means of the phase-shift method. *Opt.*

*Engng .*, 1993, **32**(7) : 1668~ 1674

[4] 王鸣, 戚小平, 邹春华, 次条纹积分干涉计量。光学学报, 1995, **15**(12) : 1601~ 1606

[5] M. Kujawinska, J. Wojciak, Spatial phase-shifting technique of fringe pattern analysis in photomechanics. *Proc. SPIE .*, 1993, 1554B : 503~ 513

## Subfringe Integration Profilometry for the Measurement of 3-D Object Shapes

Wang Ming<sup>1</sup>      Zong Jinggang<sup>2</sup>      Li Dacheng<sup>1</sup>

1, *Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084*  
2, *Basic Department, Nanchang University, Nanchang 330029*

(Received 17 April 1996; revised 29 December 1996)

**Abstract** A new technique of fringe analysis is proposed to measure the 3-D object shape. A grating pattern is projected onto an object, and the grating pattern deforms in accordance with the 3-D object shape. This deformed grating image is analyzed by means of subfringe integration algorithm. The phase distribution and profile of the object shape are given.

**Key words** subfringe integration, three-dimensional shape measurement.