

有限高斯背景下空间暗光孤子 自诱导波导的模式分析*

陈险峰 陈英礼 李 劬

(上海交通大学应用物理系光学与光子学研究所, 上海 200030)

摘 要 从有限高斯背景下空间暗光孤子诱导折射率分布出发, 用等效衰减矢量法得到它所自诱导的波导的色散特性。并与理想情况的无限背景下空间暗光孤子诱导波导的色散方程进行了比较。结果表明, 当高斯背景越来越宽时, 它与无限背景下的结果越来越接近。为在全光器件中实际应用提出了理论依据。

关键词 高斯背景, 空间暗光孤子, 自诱导波导, 色散特性。

1 引 言

空间光孤子诱导波导由于其在光开关和集成光学中的重要应用价值, 成为近年来研究热点^[1-5]。空间光孤子可以象普通波导一样导波, 是因为它在非线性光克尔型介质中能诱导出介质波导类似结构的折射率轮廓。当一束信号光输入时, 它会沿此空间光孤子诱导波导同轴地传输, 所以研究这空间光孤子诱导波导的模式对将来全光器件的设计、应用都有很大意义^[6]。

空间暗光孤子诱导波导比空间亮光孤子诱导波导易于形成可“驾驭”波导^[2, 3], 且暗光孤子可在有限高斯背景下在三维体介质中以条纹孤子形式稳定存在^[7], 而空间亮光孤子则只可在准二维结构中稳定传输^[1]。为了研究空间暗光孤子波导在集成光学中的实际应用, 必须知道空间暗光孤子在有限高斯背景下诱导波导的色散方程和导模的场分布。

本文利用等效衰减矢方法, 研究了空间暗光孤子在有限高斯背景下诱导波导的色散方程, 并且与无限背景下的结果进行了比较。

2 理论模型

空间暗孤子解 $U(x, z)$ 在非线性的自散焦介质中传输所满足的非线性薛定谔方程的稳态解:

$$U(x, z) = U_0 [1 - B^2 \operatorname{sech}^2(\zeta)]^{1/2} \exp[(\pm i\phi)\zeta] \quad (1)$$

$$\phi\zeta = \sin^{-1}\{B \tanh(\zeta) / [1 - B^2 \operatorname{sech}^2(\zeta)]^{1/2}\} \quad (2)$$

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1996 年 7 月 12 日; 收到修改稿日期: 1996 年 10 月 17 日

$$\zeta = \kappa(x - x_0 - vz) \quad (3)$$

$$\kappa = (n_0 |n_2| k_0^2 B^2 U_0^2)^{1/2} \quad (4)$$

$$v = \pm (1 - B^2)^{1/2} (|n_2| U_0^2 / n_0)^{1/2} \quad (5)$$

其中 $U(x, z)$ 为场分布, U_0 为背景幅度, $\Phi(\zeta)$ 为孤子位相分布, k_0 为真空中波数, n_0 为介质线性折射率, n_2 为非线性折射率。空间暗孤子的灰度用 B 表示, 其中 B^2 为孤子强度($I_{\max} - I_{\min} = \Delta I$) 与背景强度(I_{\max}) 之比。它在介质中诱导的折射率分布为:

$$n(x) = n_0 + n_2 |U(x)|^2 \quad (6)$$

空间暗光孤子诱导在无限背景下的折射率平方分布可以写成:

$$n^2(x) = n_p^2 + (n_q^2 - n_p^2) \operatorname{sech}^2(x/a) \quad (7)$$

对于不同灰度的空间暗孤子, n_p , n_q 和 a 有不同的取值。

为了获得空间光孤子诱导波导的模式, 可把折射率平方分布代入到 TE 模所满足的亥姆霍兹波动方程中:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + [n^2(x)k_0^2 - \beta^2]\psi(x) = 0 \quad (8)$$

假设传输方向为 z 轴, 其中 ψ 为导模场 E_y , β 为导波的传播常数, k_0 为导波在真空中的波数。从(8)式出发, 可得到空间暗孤子诱导波导在无限背景下的色散方程和导模场分布^[6]。

孤子波导的色散方程为:

$$b = \left[\frac{(1 + 4V^2)^{1/2} - (2n + 1)}{2V} \right], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

其中 $V = k_0 a (n_q^2 - n_p^2)^{1/2}$, $b = \frac{(\beta/k_0)^2 - n_p^2}{n_1^2 - n_p^2}$ 分别是孤子波导的归一化频率和归一化传输常数。

孤子波导 TE 导模场是连带勒让德函数, 基模和一阶模场分别为:

$$\begin{aligned} \psi_0 &\sim (\operatorname{sech}(x/a))^s \\ \psi_1 &\sim (\operatorname{sech}(x/a))^{s+1} \sinh(x/a) \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $s = \alpha(\beta^2 - k_0^2 n_p^2)$ 为归一化衰减系数。

在未来全光器件实际使用时, 空间暗孤子不可能形成理想的无限宽背景下的诱导波导, 一般来说, 用激光作为信息载体时, 空间暗孤子存在有限宽的高斯背景, 因而不存在严格意义上的空间暗光孤子。实验证明^[4], 有限的高斯背景下, 空间暗孤子可以稳定的传输, 并且孤子空间轮廓与理论解非常吻合。所以可认为高斯背景上的暗光轮廓与理论上孤子解一致。但与无限背景下理论上孤子解不同的是, 由于存在有限宽的高斯背景, 因而它形成不同于无限宽背景下的诱导波导结构。不考虑高斯背景对本底折射率 n_0 的影响, 它诱导的折射率分布可以写成:

$$n^2(x) = n_p^2 + (n_q^2 - n_p^2) \operatorname{sech}^2\left(\frac{x}{a}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{C^2}\right) \quad (11)$$

其中 C 为高斯背景的宽度。

把(11)式代入(8)式:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \left[\left[n_p^2 + (n_q^2 - n_p^2) \operatorname{sech}^2\left(\frac{x}{a}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{C^2}\right) \right] k_0^2 - \beta^2 \right] \psi(x) = 0 \quad (12)$$

无法通过求解上式的解析解, 以得到色散方程。近年, 一种用来求解任意折射率分布下波导色散方程的等效衰减矢方法^[8]取得了非常好的结果, 本文也采用这个方法。

3 计算结果与讨论

等效衰减矢方法是把转折点外的衰减场用一指数衰减场来近似, 从而推出任意折射率分布波导下的色散方程及导模场。文献[8]用此方法研究可精确求解的几种折射率分布情况。通过计算机模拟, 得到的解与精确解非常接近, 误差远小于用 WKB 方法得到的结果。本文首先用此方法求解了无限背景下空间暗孤子诱导波导的色散方程解, 结果与分析解误差小于 0.1%。因为不同的背景宽度对应于不同的波导折射率分布。而折射率分布是对称的, 故可先计算出该折射率分布下两端的转折点。再把转折点外的衰减场用一指数衰减场来近似, 从而可解析地得到波导色散的递推方程。然后根据此式从一端的转折点处出发, 递推到另一端的转折点处。改变归一化频率 V , 计算出不同 V 值下的归一化传播常数 b 大小, 从而获得不同背景下孤子波导的色散方程。

图 1 为无限背景及有限背景下, 空间暗孤子诱导的折射率分布。由于高斯背景的影响, 诱导波导的折射率分布向中心压缩, 而且随背景宽度的减小, 折射率分布变得更“瘦”, 从而导致空间暗孤子诱导波导模式的变化。

选取计算参数: $n_p = 2.117$, $n_q^2 - n_p^2 = 0.187$, 用计算机计算出不同宽度高斯背景下空间暗孤子诱导波导模式的色散关系。

图 2 为在一定归一化频率 V 下, 对于基模 TE_0 , 不同背景宽度 C 与归一化传播常数 b 的关系曲线。其中 V 分别为 1.0, 3.0, 6.0。从图中可以看到, 当背景宽度 C 很大时, 孤子诱导波导的基模归一化传播常数 b 与在无穷背景下一致; 当背景宽度 C 变小时, 归一化传播常数 b 越来越偏离无穷背景下孤子诱导波导的归一化传播常数 b 值。这说明了由于有限高斯背景, 孤子诱导波导的折射率分布发生了变化, 并且当背景宽度变小时, 这种影响将越越明显。图 3 为在一定归一化频率 V 下, 不同背景宽度 C 与归一化传播常数相对变化 b/b_0 的关系曲线, 其中 b_0 为此归一化频率 V 下, 无限背景下归一化传播常数值。可明显

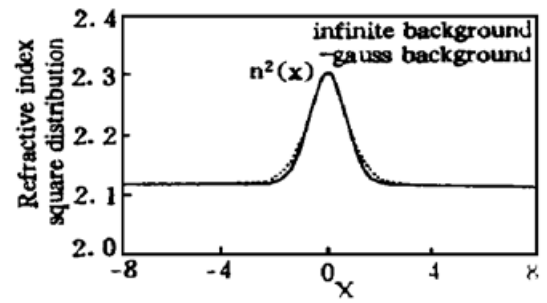


Fig. 1 Refractive index distribution of dark spatial soliton-induced waveguide under infinite and Gauss background

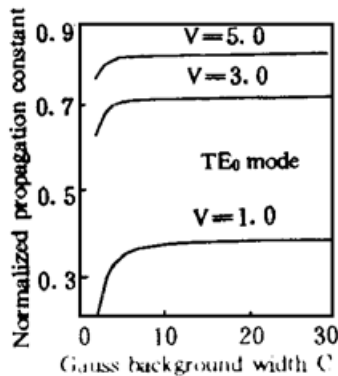


Fig. 2 Relations between normalized propagation constant b of TE_0 guide-mode of dark spatial soliton-induced waveguide and Gauss background width C . The given normalized frequency V are 1.0, 3.0 and 5.0, respectively

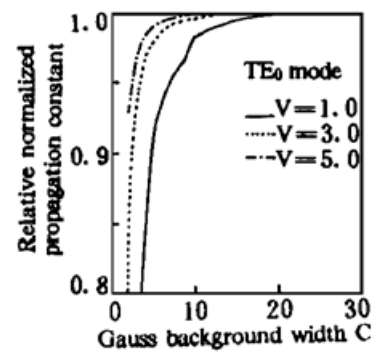


Fig. 3 Relations between relative normalized propagation constant b/b_0 of TE_0 guide-mode of dark spatial soliton-induced waveguide and Gauss background width C . The given normalized frequency V are 1.0, 3.0 and 5.0, respectively

地看出,在同样的背景宽度下,较小归一化频率 V 下的归一化传播常数偏差要大于较大归一化频率 V 下的情形。由于 $V = ka(n_q^2 - n_p^2)^{1/2}$, 所以较小的 V 对应于较小的波导宽度或波导折射率差(即对应孤子波的宽度和峰值功率)。而且,同样宽度的背景对孤子诱导折射率分布的影响随 V 的减少而增加。对于图 3 中三种 V 情况,计算了相对变化为 1% 时的背景宽度,当 V 分别为 1.0, 3.0 和 6.0 时,背景宽度分别为 20.0, 7.5 和 5.4。在单导模情况下,即 $V \leq \sqrt{2}$ 时,当背景宽度大于 20 时,对孤子诱导波导的归一化传播常数 b 的影响小于 1%。

当 $V > \sqrt{2}$ 时,孤子波导中将可能激发出高阶导模。图 4 为一阶导模 TE_1 的情况,其中 V 分别为 3.0、4.5、6.0。从图中可以看到,当背景宽度 C 很大时,孤子诱导波导的归一化传播常数 b 与在无穷背景下一致。与基模分析类似,图 5 为一定归一化频率 V 下,不同背景宽度 C 与归一化传播常数相对变化 b/b_0 的关系曲线。可以看出随着背景宽度的增加,一阶导模 TE_1 模越来越偏离无限背景下的孤子诱导波导的一阶导模参数。另外,同样的背景宽度 C 下,对于一阶导模,与基模情况一样,较小归一化频率 V 下的归一化传播常数偏差要大于较大归一化频率 V 下的情形。

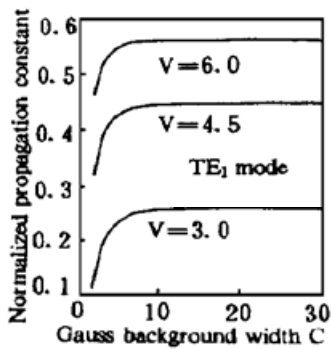


Fig. 4 Relations between normalized propagation constant b of TE_1 guide-mode of dark spatial soliton-induced waveguide and Gauss background width C . The given normalized frequency V are 3.0, 4.5 and 6.0, respectively

图 6 为 $V = 6.0$ 下 TE_0 和 TE_1 模归一化传播常数相对变化 b/b_0 随背景宽度 C 变化的比较曲线,对于相同的归一化频率 V ,背景对高阶模的影响大于低阶模。

为了得到在一定有限背景宽度下孤子波导的色散方程,作者计算了当背景宽度 C 分别为无穷大及 10、5 时,波导的归一化频率 V 与归一化传播常数 b 的关系曲线,如图 7 所示。随着背景宽度的增加,色散曲线越来越接近无限背景下的色散曲线。这说明当背景宽度与孤子的宽度相比足够大时,可以认为该孤子波导就是理想的暗孤子波导,可用理想波导的解析公式来描述。在本文所取计算条件下,当背景宽度大于 20 以上时,两种暗孤子波导的色散参数相差很小,可以认为在波导中传播导模场分布相差非常小。

结 论 利用连续折射率分布波导的等效衰减矢量法,对有限背景下空间暗孤子诱导波导的模式进行了分析,计算出它的色散曲线。结论是,有限背景宽度下,孤子波导产生与无限背景下理想孤子波导不同的色散特性,且随着背景宽度的增加,孤子波导与无限背景下理想孤子波导越来越接近。为未来空间暗孤子在全光器件中实际使用提出了依据。

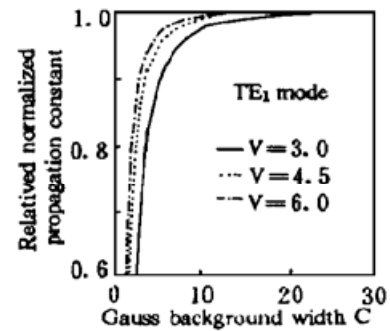


Fig. 5 Relations between relative normalized propagation constant b/b_0 of TE_1 guide-mode of dark spatial soliton-induced waveguide and Gauss background width C . The given normalized frequency V are 3.0, 4.5 and 6.0, respectively

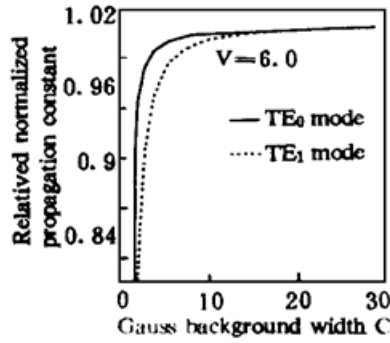


Fig. 6 Relations between normalized propagation constant b/ω and Gauss background width C of TE_0 and TE_1 guidemode of dark spatial soliton-induced waveguide. Normalized frequency V is 6.0

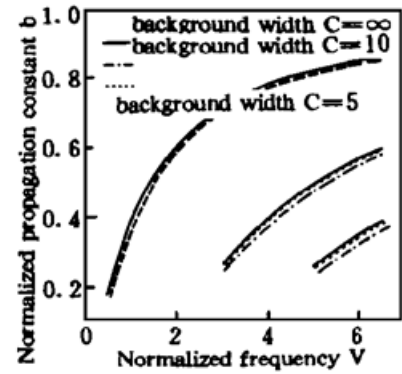


Fig. 7 Relations between normalized propagation constant b and normalized frequency V with various order guidemode of dark spatial soliton-induced waveguide. Gauss background width C are infinite, 10 and 5, respectively

参 考 文 献

- [1] S. Maneuf, R. Desaily, C. Froehly, Stable self-trapping of laser beams: observation in a nonlinear planar waveguide. *Opt. Commun.*, 1988, **65**(3) : 193~ 198
- [2] P. A. Belacgerand, P. Mathien, Dark soliton in Kerr defocusing medium. *Opt. Lett.*, 1987, **26**(1) : 111~ 113
- [3] X. Yang, B. L. Davies, W. Krdikowski, On the properties of waveguide X-junctions written by spatial solitons. *International J. of NL Optics Physics*, 1993, **12**(3) : 339~ 352
- [4] C. Bosshard, G. I. Stegeman, G. I. Stegeman, All-optical steering of dark spatial soliton arrays and the beams guided by them. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(2) : 90~ 92
- [5] 陈险峰, 陈英礼, 李 劬, 波前扰动产生空间暗孤子及孤子演化的实验研究. *光学学报*, 1996, **16**(7) : 952~ 957
- [6] D. R. Andersen, D. E. Hooton, G. A. Swartzlander, *et al.*, Direct measurement of the transverse velocity of dark spatial solitons. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(14) : 783~ 785
- [7] 曹庄琪, 非均匀平板波导的色散方程. *光学学报*, 1994, **14**(11) : 1223~ 1226

Mode Analysis of Optical Dark Spatial Soliton-Induced Waveguide under Limited Gauss Background

Chen Xianfeng Chen Yingli Li Qu

(Institute of Optics and Photonics, Department of Applied Physics
Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030)

(Received 12 July 1996; revised 17 October 1996)

Abstract We use the equal-attenuation-vector method, to numerically study dispersion characters of dark spatial soliton-induced waveguide under limited background. The results are different from that of infinite background dark soliton-induced waveguide. But when of background is wide enough, the difference can be neglected. The study will be useful to the utility and design of all optical soliton-induced waveguide.

Key words Gauss background, dark spatial soliton, soliton-induced waveguide, dispersion characters.