

傅里叶变换全息术中振动模糊的影响分析*

张需明 王桂英 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 在确定振动模糊影响满足高斯分布的基础上, 分析了傅里叶变换全息术中振动模糊对再现像的影响, 得出了判断全息图能否完全再现的判据, 并给出了实验和计算机模拟的验证结果。

关键词 傅里叶变换全息术, 振动模糊, 高斯分布。

1 引 言

在软 X 射线全息术中, 由于无透镜傅里叶变换全息术具有对记录介质分辨率要求较低、数字再现容易等独特的优点, 因而已经成为获得高分辨率软 X 射线全息再现像的主要方法。目前, 由于同步辐射软 X 射线的亮度仍然较低, 而使高分辨率的记录介质感光所需的能量较高, 记录一幅全息图, 往往需要几分钟到十几分钟, 甚至更长的时间^[1, 2]。在记录期间, 外界的振动将不可避免地使记录下的全息图产生模糊, 进而影响再现后的全息像的质量, 甚至无法获得再现像。对于影响 X 射线全息术的各种因素, 如时间相干性、记录介质分辨率、再现方式等等, 国内外的许多人都已进行了深入的研究^[3-10], 但是, 对于外界振动对全息图的影响的定量分析, 尚未见诸于报道。本文即利用无透镜傅里叶变换全息术来定量地分析振动对再现像的影响, 以及对全息图能够完全再现的减振要求, 最后阐明如何减小振动的影响。

2 理论分析

如图 1 所示, 如果振动的影响可以忽略, 则利用无透镜傅里叶变换全息术, 在记录面上将记录到全息图真实的光强分布 $I_0(x, y)$ 。但由于外界环境中存在着各种振动因素, 记录面上某像元 (x, y) 记录到的光强 $I(x, y)$ 必然受到邻近像元位置处光强 $I_0(x + \Delta, y + \delta)$ 的影响。随着偏移小量 $|\Delta|$ 和 $|\delta|$ 的增加, $I_0(x + \Delta, y + \delta)$ 对 $I(x, y)$ 的贡献将逐渐减小并趋于零。假设由于振动的影响, 真实全息图的某一点的值 $I_0(x + \Delta, y + \delta)$ 对振动模糊后的全息图上某一点的值 $I(x, y)$ 的影响系数, 满足以 x 方向的偏移量 Δ , y 方向的偏移量 δ 为参数的高斯分布

$$g(\Delta, \delta) = \frac{1}{2\pi ab} \exp \left[- \left[\frac{\Delta^2}{2a^2} + \frac{\delta^2}{2b^2} \right] \right] \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1996 年 9 月 26 日

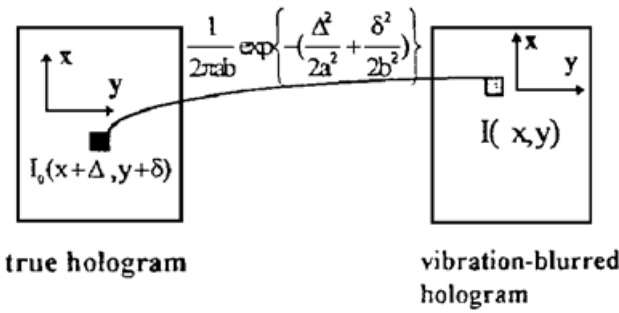


Fig. 1 Schematic diagram of how blur-vibrating hologram. $I_0(x + \Delta, y + \delta)$ is the intensity in point $(x + \Delta, y + \delta)$ of true hologram, $I(x, y)$ is the intensity in point (x, y) of blur-vibrating hologram, assume that the value of $I_0(x + \Delta, y + \delta)$ contributing to $I(x, y)$ abides by Gauss distribution

其中 a, b 是与振动有关的系数, 分别表示偏移量在 x, y 方向的标准差。影响 $I(x, y)$ 的邻域范围主要分布于 $(x \pm 3a, y \pm 3b)$ 区间内。由以上分析可得到振动模糊后的全息图光强分布

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\Delta, \delta) I_0(x + \Delta, y + \delta) d\Delta d\delta \tag{2}$$

对(2)式两端进行傅里叶变换, 利用傅里叶变换的时延特性^[11], 可得到下式

$$F(u, v) = F_0(u, v) \exp[-2\pi^2(a^2u^2 + b^2v^2)] \tag{3}$$

其中 $F(u, v), F_0(u, v)$ 分别表示 $I(x, y), I_0(x, y)$ 的傅里叶变换, u, v 是与 x, y 对应的傅里叶频域面的坐标。设

$$F_0(u, v) = A_0(u, v) \exp[j\Phi_0(u, v)] \tag{4}$$

$A_0(u, v), \Phi_0(u, v)$ 分别表示 $F_0(u, v)$ 的振幅和位相。由(3)和(4)两式, 可得到下式:

$$F(u, v) = A_0(u, v) \exp[-2\pi^2(a^2u^2 + b^2v^2)] \exp[j\Phi_0(u, v)] \tag{5}$$

对于傅里叶变换全息术, 由于物光的空间分布与记录光强的分布呈傅里叶变换关系^[12], 因而 $F_0(u, v)$ 就是要获得的再现像, $A_0(u, v), \Phi_0(u, v)$ 就是要获得的再现像的振幅和位相的空间分布。由(5)式可知, 振动模糊仅使再现像的振幅衰减一个指数因子 $\exp[-2\pi^2(a^2u^2 + b^2v^2)]$, 如果可以测得 a, b 的值, 就可以利用(5)式准确地得到 $F_0(u, v)$ 。在 X 射线全息图的数字再现中, 通常直接对记录到的 $I(x, y)$ 进行傅里叶变换, 把获得的 $F(u, v)$ 作为再现像^[2]。当 a, b 的值都很小, 而且整个再现像范围内指数因子 $\exp[-2\pi^2(a^2u^2 + b^2v^2)]$ 都接近于 1 时, 这种方法是可行的。但是, 当 a, b 的值较大时, 对于 u, v 值较大的高频部分, 指数因子的衰减作用将使得高频部分的振幅变得很小, 甚至接近或小于噪声的量级, 从而使得实际上高频部分的振幅信息无法再现出来。从(5)式看来, 振动模糊似乎对位相分布没有影响, 但是, 如果振幅部分的信息湮没于噪声之中, 位相信息也无法得到。由此可见, 在 X 射线全息实验中, 采取良好的减振设施, 减小振动模糊的影响, 是非常必要的。

在 X 射线全息实验中, 设光源波长为 λ , 记录距离为 Z_0 , 样品的尺度为 D_0 , 样品与参考点光源的最近距离为 L_0 。要使再现像中 ± 1 级衍射像与 0 级衍射像完全分离, 必须满足 $L_0 \geq D_0$ ^[8]。如果要求 ± 1 级衍射像能完全地再现, 即对距离原点为 $(L_0 + D_0)$ 的点, 由振动模糊引起的衰减因子 $\exp[-2\pi^2(a^2u^2 + b^2v^2)]$ 要大于一个容许的值, 假设取 e^{-1} , 再现像中 ± 1 级衍射像分布在 u 轴上, 如图 2 所示, 则 a, b 应满足以下限制条件:

$$a \leq \frac{\sqrt{2} Z_0 \lambda}{2\pi(D_0 + L_0)}, \quad b \leq \frac{\sqrt{2} Z_0 \lambda}{2\pi(D_0 + L_0)} \sqrt{3 + \frac{4L_0}{D_0}} \tag{6}$$

如果 ± 1 级衍射像分布在 v 轴上, 类似地可推导出:

$$a \leq \frac{\sqrt{2} Z_0 \lambda}{2\pi(D_0 + L_0)} \sqrt{3 + \frac{4L_0}{D_0}}, \quad b \leq \frac{\sqrt{2} Z_0 \lambda}{2\pi(D_0 + L_0)} \tag{7}$$

如果 ± 1 级衍射像不是分布在 u 轴或 v 轴上, 则 a, b 的上限值介于 $\frac{\sqrt{2} Z_0 \lambda}{2\pi(D_0 + L_0)}$ 和 $\frac{\sqrt{2} Z_0 \lambda}{2\pi(D_0 + L_0)} \sqrt{3 + \frac{4L_0}{D_0}}$ 之间。由以上分析, 可以得出减小振动影响的方法: 1) 样品尺度 D_0 要尽可能地小, 在保证 $L_0 \geq D_0$ 的前提下, 样品与参考点光源应尽量接近, 这样可以降低减振要求; 2) 记录距离 Z_0 越大, 容许的振动模糊也越大, 这是远场记录的优点; 3) X 射线傅里叶变换全息实验中, 样品和参考点光源相对于工作台面的位置不同, 对各个方向减振的要求也不同。一般说来, 外界振动主要通过地基传递到工作台, 垂直于工作台面的方向上振动幅度较大, 而平行于工作台面的方向上振动幅度较小。将样品与参考点光源平行于工作台面布置, 可最大限度地减小振动的影响。

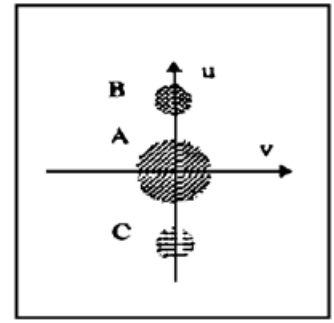


Fig. 2 Schematic diagram of digital reconstructed image of Fourier transform hologram. A, B, C represent 0, ± 1 order diffraction-al images respectively

3 实验与计算机模拟

图 3 是振动影响模型的检测装置——光纤传感振动测量系统的示意图。准直后的 He-Ne 光束 A, 经滤波板 B 上的小孔滤波后, 投射到固定在纳米定位器 D 上的光纤探头 C 的接收端面上。经光电耦合器 E 转换为电信号后, 再由模数转换器 F 转换为数字量, 输入到计算机 G。同时, 计算机 G 发出控制信号, 驱动纳米定位器 D 作微位移扫描, 由此可以测得滤波板 B 与纳米定位器 D 之间由于外界振动而引起的对于不同位置记录到的光强的影响, 也就是得到了像元邻域偏移量 Δ 不同的各个位置的光强对该像元记录光强的影响曲线——振动模糊影响系数曲线。

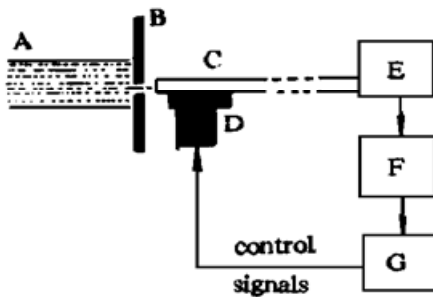


Fig. 3 Schematic diagram of Optic Fiber Sensor for Vibration Measurement.

- A: He-Ne laser beam; B: filter plate; C: optic fiber; D: nanometer positioner; E: photo-electric coupler; F: D/A converter; G: computer

图 4(a) 的点线是在夜深人静、外界振源较少的情况下测得的振动模糊影响系数曲线, 细实线是拟合的高斯曲线, 拟合误差为 4%。横坐标为位置偏移量 Δ , 纵坐标为该偏移位置光强对记录光强的影响系数 $g(\Delta)$, 虚线位置 $\Delta = 0$ 。图 4(b) 的点线是在白天外界振源较多又有意增加振源的情况下测得的振动模糊影响系数曲线, 细实线是拟合的高斯曲线, 拟合误差为 9%。采用人员走动、轻拍工作台等方法以增加振源。

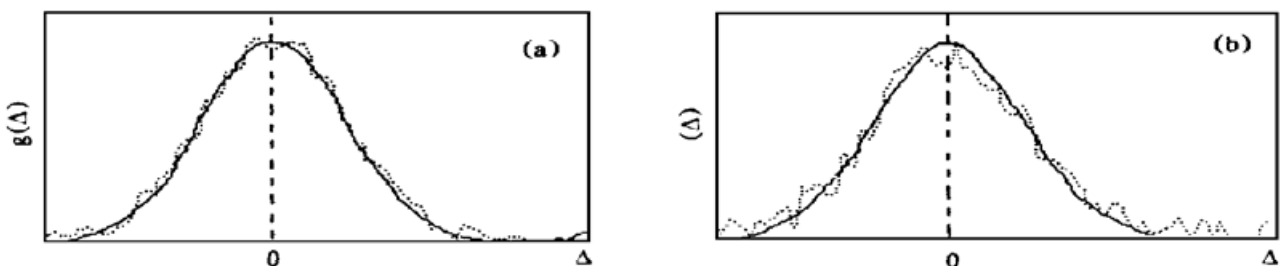


Fig. 4 The curve of vibration-blurring coefficient. (a) while vibrating sources is fewer; (b) while vibrating sources is more; dot line: the measured curve; solid line: the fitted Gauss curve

由图 4 可以看出: 1) 在振源较少、振动幅度较小的情况下, 振动模糊影响系数曲线是比较接近高斯曲线的; 2) 在像元的邻域较小的范围内, 振动模糊的影响系数曲线也是比较接近高斯曲线的, 而离该像元较远的区域, 与高斯曲线有些偏离。总体上, 本文中开始时假设振动模糊影响系数曲线满足高斯分布是可行的。

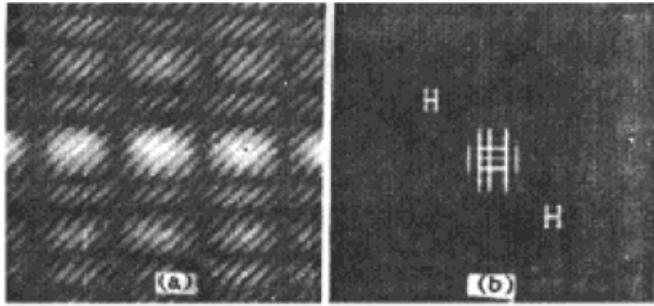


Fig. 5 Computing Fourier Transform hologram ofalphabet H [showed in (a)] and its digital reconstructed image [showed in (b)]

图 5(a) 是字母 H 的傅里叶变换计算全息图, 图 5(b) 是全息图的数字再现像。从图 5(b) 中可以看到完全分离的 0 级、+ 1 级和- 1 级衍射像。图 6(a)、图 7(a) 都是在计算机上对图 5(a) 进行高斯型振动模糊处理后得到的图像, 模糊因子 a , b 分别都为 1 个像素宽度和 2 个像素宽度。图 6(b)、图 7(b) 分别是图 6(a)、图 7(a) 的再现像。

由(6)式、(7)式可以得到, 只有当 $a < 1.6$ 个像素宽度、 $b < 1.2$ 个像素宽度时, 振动模糊的图像才可以完全再现。因而图 6(a) 中的全息图可完全再现, 而图 7(a) 中的全息图无法完全再现, 图 6(b)、图 7(b) 验证了(6)式、(7)式是正确的。

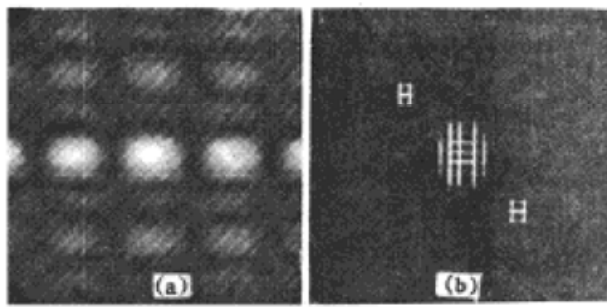


Fig. 6 Vibration-blurred image of the hologram in Fig. 5 while $a= b= 1$ pixel width (showed in a) and its digital reconstructed image (showed in b)

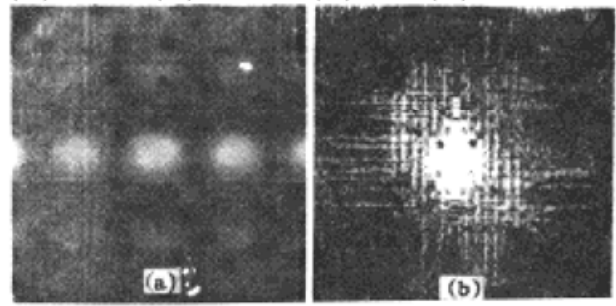


Fig. 7 Blur-vibrating image of the hologram in Fig. 5 while $a= b= 2$ pixel widths (showed in a) and its digital reconstructed image (showed in b)

结束语 从信号分析的角度来看, 外界振动引起记录的全息图模糊, 使全息图的高频信息受到损失。对于傅里叶变换全息术, 由于再现像和全息图呈傅里叶变换关系, 全息图高频信息的损失, 使得再现像的带宽减小。如果再现像中的有用信息—— ± 1 级衍射像部分或全部处于带宽以外, 则再现像不能完全再现。

本文中讨论的外界振动的影响, 只考虑了记录面相对于样品和参考点光源的平行错动。而实际中, 外界振动还会引起记录距离的变化, 甚至引起记录面在三个自由度方向上的转动。它们如何影响全息图的再现像, 怎样利用数字再现来减弱甚至消除它们的影响, 有待于进一步的研究。

衷心感谢范志峰硕士和丁志华博士经常给予的细致的讨论, 以及黄柳红助工在实验等多方面的热情帮助和支持。

参 考 文 献

- [1] S. Aoki, S. Kikuta, X-ray holography microscopy. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1974, **13**(9): 1385~ 1392
- [2] I. McNulty, J. Kirz, C. Jacobson *et al.*, High-resolution imaging by Fourier transform X-ray holography. *Science*, 1992, **256**(5): 1009~ 1012
- [3] A. Kozma, J. S. Zelenka, Effect of film resolution and size in holography. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(1): 34~ 43
- [4] 李敬宏, 彭惠民, 张国平, X 射线激光全息的可见光再现. *强激光与粒子束*, 1995, **7**(4): 623~ 627
- [5] R. A. London, M. D. Rosen, J. E. Trebes, Wavelength choice for soft X-ray laser holograph of biological samples. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(15): 3397~ 3404
- [6] A. V. Baez, A study reference to X-ray, *J. Opt. Soc. Am.*, 1952, **42**(10): 756~ 762
- [7] J. C. Solem, G. F. Chapline, X-ray biomicroholography. *Opt. Engin.*, 1984, **23**(2): 193~ 203
- [8] 朱佩平, 徐至展, 陈建文等, 相干性对 X 光全息图分辨率的影响. *光学学报*, 1994, **14**(11): 1166~ 1171
- [9] 朱佩平, 陈建文, 徐志展, X 全息术的记录方式对其分辨率的影响. *光学学报*, 1993, **13**(8): 717~ 722
- [10] 肖体乔, 徐志展, 陈建文等, 全息图的数字重现. *光学学报*, 1995, **15**(2): 129~ 134
- [11] 张彦仲, 沈乃汉, 快速傅里叶变换及沃尔什变换. 第一版, 北京, 航空工业出版社, 1989: 8~ 30
- [12] J. W. 顾德门著, 詹达三, 董经武, 顾本源译, 傅里叶光学导论. 第一版, 北京, 科学出版社, 1976, 257~ 260

Analysis of Vibration-Blurring Effect on Fourier Transform Holography

Zhang Xuming Wang Guiying Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 26 September 1996)

Abstract Based on the assumption that the vibration effect complies with Gauss distribution, the effect of blur-vibrating on the reconstructed image of Fourier transform hologram is analysed, A criterion for determining whether the hologram can be fully reconstructed is given. The experimental result and computer simulation support our conclusions.

Key words Fourier transform holography, vibration blurring, Gauss distribution.