第 17 卷　第 10 期　　光　学　学　报　　Vol. 17, No. 10
1997 年 10 月　　ACTA OPTICA SINICA　　October, 1997

超短脉冲激光在均匀等离子体中的一维演化

程　亚　徐至展　韩申生　张文琦　陈建文
(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘　要　研究了均匀等离体中超短脉冲激光在传输过程中的脉宽、峰值功率随时间、空间变化的解析式。结果表明, 对于 25 fs 左右的超短脉冲, 由等离体色散引起的脉宽变长及峰值功率降低效应是明显的。

关键词　等离子体,　超短脉冲激光,　传输。

随着超短脉冲激光技术的发展, 尤其是通过超短脉冲与气体靶相互作用可以得到 X 射线激光, 或产生大幅度的等离子尾波场用于加速电子以及利用其产生的高次谐波作短波长光源, 研究超短脉冲在均匀等离子体中的传播显得十分必要[1~3]。在已经研究过的短脉冲光束的三维传播问题中[5], 由于近似条件的限制, 只能计算光脉宽至少在十几个波长以上的光束的演化。但是目前短脉冲激光技术已经可以产生短至 20 fs 左右的激光, 脉宽可小于 10 个波长。对这类光束的演化, 其纵向脉宽变化较大, 原有结果需要重新考虑。

本文针对脉冲极短、焦斑半径较大的光束, 得到了一维近似下脉宽及峰值功率随时间的演化。该结果并不只限于密度极低的稀薄等离子体, 对密度较高的等离子体同样有效。

1　理论分析

作为初步的考虑, 如果研究的光束强度不太高, 可以不考虑激光对等离子体密度函数的改变而只需要研究线性形式的方程[4]:

$$[\nabla^2 - (1/c^2)(\partial^2/\partial t^2)]\boldsymbol{a} = k_p^2\boldsymbol{a} \tag{1}$$

式中 c 为真空中光速, k_p 为等离子体波矢。$\boldsymbol{a} = e\boldsymbol{A}_\perp/m_ec^2$ 为归一化的横向矢势。其中 e、m_e 分别为电子电荷及质量, $\boldsymbol{A}_\perp$ 为光波横向矢势。一般而言, k_p 是 $\boldsymbol{a}$ 的非线性函数。当 $|\boldsymbol{a}|^2 \ll 1$, 可近似认为 k_p 是常数。由于光束只能在等离子体频率低于光频的等离子体中传播, 有 $k_p^2 < |\boldsymbol{k}_0|^2$, $\boldsymbol{k}_0$ 为光波矢。由于是线性方程, 光波矢及频率 $\boldsymbol{k}$、ω 受色散关系约束:

$$\omega^2/c^2 - |\boldsymbol{k}|^2 = k_p^2, \qquad |\boldsymbol{k}|^2 = |\boldsymbol{k}_x|^2 + |\boldsymbol{k}_y|^2 + |\boldsymbol{k}_z|^2 \tag{2}$$

令初始光脉冲为 a_0, 其傅里叶变换为 $a(\boldsymbol{k})$, 函数 $a(\boldsymbol{k})$ 表征各平面波分量的强度。由于每个平面波均按色散关系(2) 独立传播, 任意时刻 t 之后的脉冲形状应当由该时刻所有的平面波之和决定. 即:

收稿日期: 1996 年 5 月 9 日; 收到修改稿日期: 1996 年 7 月 8 日

$$a(t)=\frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}a(\boldsymbol{k})\exp\left(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-ict\sqrt{|\boldsymbol{k}|^2-k_p{}^2}\right)\mathrm{d}\boldsymbol{k}$$

$$=\mathrm{FT}^{-1}\left[a(\boldsymbol{k})\exp\left(-ict\sqrt{|\boldsymbol{k}|^2+k_p{}^2}\right)\right] \tag{3}$$

考虑一超短脉冲激光, 设其焦斑半径远大于波长, 因此横向可近似认是均匀分布, 而纵向 (z 轴) 初始时为高斯分布, 即:

$$a_0=a_0\exp\left(-z^2/L^2\right)\exp\left(ik_0z\right) \tag{4}$$

从而其一维傅利叶变换为:

$$a(k)=\left(1/\sqrt{2}\right)\exp\left[L^2(k-k_0)^2/4\right] \tag{5}$$

将(5)式代入(3)式, 令 $k=k_0+\delta k$, 将(3) 式中指数因子的时间频率展开至 $\delta k/k_0$ 二阶项:

$$\sqrt{k^2+k_p^2}=\sqrt{k_0{}^2+2k_0\delta k+\delta k^2+k_p^2}=\sqrt{k_0^2+k_p^2}\left[1+\frac{1}{2}\frac{2k_0\delta k+\delta k^2}{k_0^2+k_p^2}-\frac{1}{8}\left(\frac{2k_0\delta k}{k_0^2+k_p^2}\right)^2\right] \tag{6}$$

(5) 式, (6) 式代入(3) 式计算后可得:

$$a(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[\frac{-L^2k-k_0)^2}{4}\right]$$

$$\times\exp\left\{-ict\sqrt{k_0^2+k_p^2}\left[1+\frac{1}{2}\frac{2k_0\delta k+\delta k^2}{k_0^2+k_p^2}-\frac{1}{8}\left(\frac{2k_0\delta k}{k_0^2+k_p^2}\right)^2\right\}\exp\left(ikz\right)\mathrm{d}k\right.$$

$$=a_0\frac{1}{\sqrt{M}}\exp\left[-\frac{L^2(z-ctk_0/\sqrt{k_0^2+k_p^2})^2}{L^4+4c^2t^2k_p^4/(k_0^2+k_p^2)^3}\right]$$

$$\times\exp\left[\frac{2ictk_p^2/\sqrt{k_0^2+k_p^2}}{L^4+4c^2t^2k_p^4/(k_0^2+k_p^2)^3}\right]\exp\left[ik_0z-ict\sqrt{k_0^2+k_p^2}\right] \tag{7}$$

式中 $$M=L^2+2ictk_p{}^2/\sqrt{(k_0{}^2+k_p{}^2)^3}$$

又令: $L^2\sqrt{(k_0{}^2+k_p{}^2)^3}/2k_p{}^2=Z_L$, Z_L 与衍射发散时常用的瑞利长度有相似的意义。利用公式:

$$\ln\left(a+ib\right)=\ln\sqrt{a^2+b^2}+i\tan^{-1}(b/a) \tag{8}$$

并设 $$ct/Z_L=\alpha_z,\qquad L\sqrt{1+\alpha_z^2}=L_s \tag{9}$$

可以得到最终的解析表达式为:

$$a(t)=a_0\sqrt{\frac{L}{L_s}}\exp\left[-\frac{L^2(z-ctk_0/\sqrt{k_0^2+k_p^2})}{L^4+4c^2t^2k_p^4/(k_0^2+k_p^2)^3}\right]\exp\left(i\phi\right) \tag{10}$$

其中 ϕ 表示波包演化过程中位相的变化:

$$\phi=k_0z-ct\sqrt{k_0^2+k_p^2}+\frac{2ctk_p^2/\sqrt{k_0^2+k_p^2}}{L^4+4c^2t^2k_p^4/(k_0^2+k_p^2)^3}-\frac{1}{2}\tan^{-1}\alpha_z \tag{11}$$

最后得到光波包络的演化情况为:

$$|a(t)|^2=a_0{}^2\frac{L}{L_s}\exp\left[-\frac{2L^2(z-ctk_0/\sqrt{k_0^2+k_p^2})}{L^4+4c^2t^2k_p^4/(k_0^2+k_p^2)^3}\right] \tag{12}$$

在本文的分析中采用了以下的近似: 1) 由于式中的根号展开只保留到第三项, 因此(6)

式展开式中的高阶小量的影响在传输距离足够长时将体现出来。这一点可从(6)、(7)式看出，只有当 $ct\delta k^3 k_p{}^2 k_0/2(k_0{}^2+k_p{}^2)^5/2 \ll 2\pi$ 时，本文的讨论才有效。式中 $\delta k \simeq 1/L$，这个不等式同时可用于确定衍射公式(10)、(11)的适用范围。2) 由于低于等离体频率的光不能传播，因此在(3)式中直接被滤去。实际情况是这些低频波在等离体中迅速衰减。所以本文考虑的初始光波与实验中所用的真实的初始波略有不同。但等离子体频率较低，滤去的部分比例很小。

结　论　对(3)、(5)两式进行数值处理是方便的。如果用麦克斯韦方程作数值计算，需要求解二阶偏微分方程，且必须从 $t=0$ 的初始时刻开始计算。而用本文的方法，可以直接求出任意时刻的光波形式，并且傅里叶积分的计算速度也较快。

从衍射长度 Z_L 的表达式可以看出等离子体频率越高、脉宽越短，则峰值功率随时间下降越快，脉宽变化也越剧烈。

由于短脉冲激光技术的不断进展，激光脉宽已可小于10个波长，因此研究这类波在色散介质中的传播具有实际意义。对低密度等离子体气体靶而言，当脉宽很短，激光功率密度不是十分高的情况，有质动力来不及改变等离子体密度分布，线性近似是有效的。而且这类激光具有实际的应用。当然，进一步的考虑应当包含相对论非线性及有质动力造成的等离子体不均匀。

参 考 文 献

[1] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, Nonlinear interaction of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(17)：2011~2014

[2] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, Nonlinear interaction of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **41**(8)：4463~4469

[3] A. Ting, E. Esarey, P. Sprangle, Nonlinear wake-field generation and relativistic focusing of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Fluids (B)*, 1990, **2**(6)：1390~1394

[4] E. Esarey, P. Sprangle, M. Pilloff *et al.*, Theory and group velocity of ultrashort, tightly focused laser pulses. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1995, **12**(9)：1695~1703

[5] 程　亚，徐至展，韩申生等，超短光脉冲在均匀等离子体中群速度的理论分析. 中国激光，1997，**A24**(2)：147~152

Analytical Solution of 1-D Maxwell Equation of Ultrashort Pulse Laser in Uniform Plasma

Cheng Ya　Xu Zhizhan　Han Shensheng
Zhang Wenqi　Chen Jianwen

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

(Received 9 May 1996; revised 8 July 1996)

Abstract　An exact integral solution of Maxwell equation for uniform plasmas is studied. In ultrashort pulse case, the 1-D laser pulse evolution expression is obtained by means of the integral solution.

Key words　plasmas, ultrashort laser pulse, transmission.