

# 隧道电离产生的高次谐波

沈百飞 余 玮 曾贵华 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘 要** 用隧道电离模型, 研究了激光和气体相互作用中, 不同气体密度及激光强度下, 气体电离及激光能量损耗的过程, 并研究了这种效应引起的高次谐波。

**关键词** 隧道电离, 高次谐波, 强激光。

## 1 引 言

实验表明, 强激光和气体相互作用可以产生高次谐波。实验获得的谐波甚至高达 100 多次, 从而有可能获得短波长的相干辐射<sup>[1, 2]</sup>。在理论上, 人们用各种模型试图解释高次谐波的产生。理论大体上可分为两种, 1) 激光和等离子体相互作用产生高次谐波, 2) 激光和原子相互作用产生的高次谐波。激光和等离子体作用时, 通常认为相对论效应和有质动力的相互作用起决定作用<sup>[3-5]</sup>, 也有认为电子和离子碰撞产生的逆韧致辐射起主要作用<sup>[1, 6]</sup>。在研究激光和原子相互作用时, 通常是解薛定谔方程, 由原子的非线性响应产生高次谐波<sup>[2]</sup>。本文则考虑由隧道电离所产生的高次谐波。高次谐波的隧道电离模型最初由 Brunel 提出<sup>[7]</sup>, Rae<sup>[8]</sup> 给出较详细的讨论, 在他们所讨论的模型中, 隧道电离产生的电子在激光场中运动, 由于产生电子的数量和激光场的瞬态场强相关, 电子在激光场中运动产生的电磁波受到周期性调制, 从而存在高频成份。从另一个角度研究这一问题, 即激光场由于隧道电离, 将损失一部份能量, 并周期性地改变激光波形, 文中将研究改变后的波形中所包含的高频成份。

## 2 数学描述

考虑一强度为  $I$ 、脉宽为  $\tau$ 、波长为  $\lambda$  的激光和密度为  $n$ 、长度为  $L$  的气体靶相互作用。设激光场为线偏振  $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$ , 为讨论方便, 进行坐标变换, 令  $\zeta = x - ct$ , 激光场为

$$E = E_0 \cos k\zeta \quad (1)$$

场强振幅和激光强度的关系为

$$E_0 = (4I/\epsilon c)^{1/2} = 38.8I^{1/2} \quad (2)$$

式中电场强度  $E_0$  的单位为  $V/cm$ , 激光强度  $I$  的单位为  $W/cm^2$ 。定义

$$Y = (E_i/2E_{quiv})^{1/2} = 1.2 \times 10^6 E_i^{1/2} I^{-1/2} \lambda \quad (3)$$

式中  $E_i$  为原子电离能, 单位是 eV,  $E_{quiv}$  为电子在激光场中的平均颤动能, 激光强度  $I$  单位为  $W/cm^2$ , 波长  $\lambda$  单位为  $\mu m$ 。当  $Y < 1$  时, 可以用隧道电离公式计算电离速率, 隧道电离速率

系数为<sup>[8, 6]</sup>

$$R(t) = 4\omega_i(E_a/E) \exp(-2E_a/3E), \quad \omega_i = \omega_u(E_i/E_h), \quad E_a = E_{at}(E_i/E_h)^{3/2} \quad (4)$$

式中  $E_i$ 、 $E_h$  分别为所研究原子和氢原子的电离能,  $\omega_u = me^4/h^3 = 3.96 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$ ,  $E_{at} = m^2e^5/h^4 = 5.1 \times 10^9 \text{ V/cm}$ 。由此可以得到离子密度随时间的变化

$$dn_i(t)/dt = R[n - n_i(t)] \quad (5)$$

假如在激光和气体靶相互作用期间都有  $n_i(t) \ll n$ , 则上式简化为

$$dn_i(t)/dt = Rn \quad (6)$$

假设在激光和气体靶相互作用期间(作用时间为  $T$ ), 激光被吸受能量不多, 且假定气体电离后, 初始动能为零, 则激光被吸受能量为

$$W_i = nR(\zeta)TE_i \quad (7)$$

由电场能量密度公式  $W = \epsilon_0 E^2/2$  可知激光场的变化由下式决定,

$$(\epsilon_0 E^2/2) - (\epsilon_0 \bar{E}^2/2) = W_i \quad (8)$$

式中  $E$ 、 $\bar{E}$  分别为激光通过气体靶前后的电场强度,  $\epsilon_0$  为介电常数。

由上面的讨论知道, 当一脉冲激光通过一气体靶时, 对一个激光周期来讲, 场强最强的地方, 由于电离速率系数最大, 因而场强的变化最大, 对整个激光脉冲来说, 如果整个过程中气体没有被电离很多, 则各个激光周期将经历同样的情形, 因而激光场将周期性的受到调制。下面将对这种情形进行计算。如果由于激光脉冲比较长或激光强度更高, 很大部分气体被电离, 甚至不止有一阶电离, 还有高阶电离, 则激光场强改变的周期性将变坏, 所得到的谐波谱宽变大、效率变低。需要说明的是, 这里所考虑的是气体电离过程中所产生的高次谐波<sup>[7, 8]</sup>, 不是和未电离气体相互作用产生的高次谐波<sup>[2]</sup>, 也不是和等离子体相互作用过程中所产生的高次谐波<sup>[3, 5]</sup>。

### 3 数值计算

研究隧道电离过程, 即不同激光强度下, 电离率随相互作用时间的变化, 对(5)式进行数值求解, 得如图 1 所示。在计算中, 激光波长为  $1 \mu\text{m}$ , 且假定只有一个电子被电离。图 1 针对氦原子(电离能为  $24.6 \text{ eV}$ ) 进行计算, 由(3)式可以知道, 当激光强度  $I > 3.5 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$  时, 隧道电离公式适用。由图 1 可以看到, 当激光强度为  $1 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  时, 经过 300 个激光周期, 电离离子  $< 5\%$ , 当激光强度为  $2 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  时, 经过约二百个激光周期, 大部分原子被电离, 因此当激光强度小于  $2 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  时, 气体都要经过很多个周期, 才能被充分电离, 也即激光不是很强时, (6)式成立。图 2 针对类氢 Li 离子(电离能为  $75.6 \text{ eV}$ ) 计算, 同样由(3)式可以知道, 当激光强度  $I > 1.1 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$ , 隧道电离公式适用。对  $\text{Li}^+$ , 只有当激光强度  $I < 6 \times 10^{16} \text{ W/cm}^2$  时, 才需要足够多的激光周期来充分电离。

同时, 还研究气体密度基本不变的情况下, 电场的变化及电离原子占相互作用原子的比例。计算电离原子数时, 假设只有  $1/4$  时间, 电场和气体相互作用, 这是为了更接近激光场和气体相互作用的实际情况。图 3 中, 激光强度为  $2 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$ , 气体(He)密度分别为  $10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 、 $10^{19} \text{ cm}^{-3}$ 。图 4 中, 激光强度为  $1 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$ , 气体密度为  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$ 。计算中用的初始电场强度为相互作用前激光场的电场振幅。由图可以看到, 在一定的气体密度下, 电场强度不是很强时, 被电离的原子不多, 且电场变化不大, 这证实了上面的讨论。

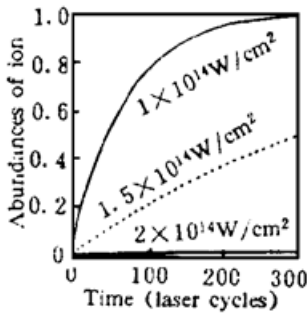


Fig. 1 Abundances of He<sup>+</sup> ions, as a function of time in laser cycles at different laser intensity

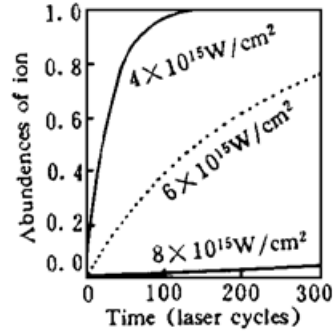


Fig. 2 Abundances of Li<sup>2+</sup> ions, as a function of time in laser cycles at different laser intensity

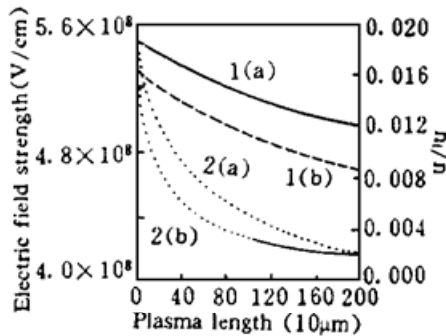


Fig. 3 Electric field strength (a) and abundences of He<sup>+</sup> ions (b) as a function of interaction plasma length at different gas density, 1.  $n = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ , 2.  $n = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . The laser intensity is  $I = 2 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$

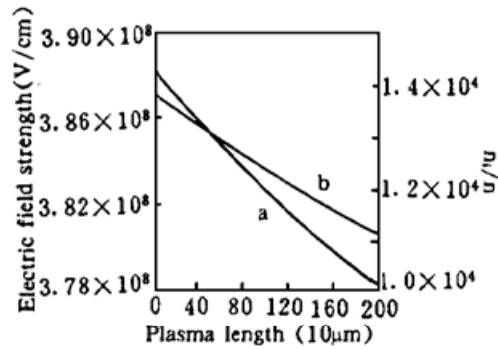


Fig. 4 Electric field strength (a) and abundences of He<sup>+</sup> ions (b) as a function of interaction plasma length at gas density  $n = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ . The laser intensity is  $I = 1 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$

隧道电离所产生的高次谐波，可以通过对变化了的激光场进行傅里叶级数变换，或积分变换得到。假设激光场不是很强，且气体密度不是很高，可以由(7)式得到被吸收的激光能量，其中相互作用时间  $T = L/c$  ( $L$  为气体靶长度， $c$  为光速)。假定激光脉宽足够长，即包含相当多的激光周期，且假定为方脉冲，由(8)式得到变化后的场强后，可以通过傅里叶级数展开。假设激光被吸收能量不多，由(8)式得

$$E = (E^2 - 2W_i/\epsilon_0)^{1/2} \approx E(1 - W_i/\epsilon_0 E) \tag{9}$$

因此， 
$$\Delta E/E_0 = - W_i/\epsilon_0 E E_0 = - (4nTE_i\omega_0 E_a/\epsilon_0 E^2 E_0) \exp(-2E_a/3E) \tag{10}$$

现在考虑波长为  $1 \mu\text{m}$ 、强度为  $1 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  的激光和长度为  $2 \text{ mm}$ 、密度为  $1 \times 10^{19} \text{ cm}^3$  的氦靶相互作用。图 5 为空间各处电场强度的变化。并将此进行傅里叶级数变换就能得到各次谐波(图 6)。可以看到，各阶谐波的强度开始时迅速减小，后来则有许多谐波的强度基本相同，并可得到很高次的谐波。

**结 论** 本文的计算表明，隧道电离过程可引起激光场的周期性改变，从而导致高次谐波的产生，文中得到谐波转换效率还较低，通过选择合始的激光强度及气体密度等，有可能得到更高的谐波转换效率。

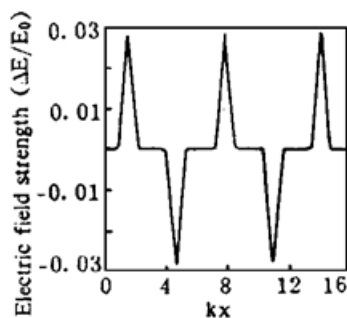


Fig. 5 Variation of electric field strength of laser at different space position after the laser gas interaction. The laser is of intensity  $1 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$  and wavelength  $1 \mu\text{m}$ . The gas target is of density  $1 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  and length of 2 mm

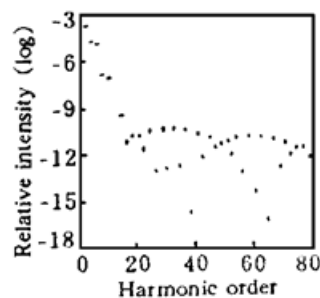


Fig. 6 Relevant strength of harmonic strength spectrum obtained from Fourier transform of electric field plotted in Fig. 5

### 参 考 文 献

- [1] C. J. Joshi, P. B. Corkum, Interactions of ultra-intense laser light with matter. *Phys. Today*, 1995, **48** (1) : 36~ 43
- [2] J. L. Krause, K. J. Schafer, K. C. Kulander, High-order harmonic generation from atoms and ions in the high intensity regime. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(24) : 3535~ 3538
- [3] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, Nonlinear interaction of intense laser in plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(17) : 2011~ 2014  
E. Esarey, A. Ting, P. Sprangle *et al.*, Nonlinear analysis of relativistic harmonic generation by intense laser in plasmas. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1993, **21**(1) : 95~ 104  
J. M. Rax, N. J. Fish, Third harmonic generation with ultra-high intensity laser pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(5) : 772~ 775
- [4] S. C. Wilks, W. L. Kruer, W. B. Mori, Odd harmonic generation of ultra-intense laser pulse reflected from an overdense plasma. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1993, **21**(1) : 120~ 124
- [5] Baifei Shen, Wei Yu, Guihua Zeng *et al.*, Relativistic harmonic generation by intense laser in plasmas. *Phys. Plasma*, 1995, **2**(12) : 4631~ 4634
- [6] P. B. Corkum, Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71** (13) : 1994~ 1997
- [7] F. Brunel, Harmonic generation due to plasma effects in a gas undergoing multiphoton ionization in the high-intensity limit. *J. Opt. Soc. Am(B)*, 1990, **7**(4) : 521~ 526
- [8] S. C. Rae, K. Burnett, Harmonic generation and phase matching in the tunneling limit. *J. Phys. (B)*, 1993, **26**(8) : 1509~ 1518

## Harmonic Generation by Tunnelling Ionization

Shen Baifei    Yu Wei    Zeng Guihua    Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 18 September 1995; revised 18 December 1995)

**Abstract** Ionization dynamics is investigated for intense laser-gas interaction, in which tunnelling ionization is assumed to be the dominant process. The electric field periodic variations of laser by tunnelling ionization is calculated. The harmonics obtained by Fourier series decomposition.

**Key words** tunnelling ionization, high-order harmonic, intense laser.