

# BaTiO<sub>3</sub>晶体中光束自陷的理论研究

王海宇 黄世华 虞家琪

(中国科学院长春物理所激发态物理开放实验室, 长春 130021)

**摘 要** 对聚焦光束通过有一定外加电场 BaTiO<sub>3</sub>晶体时的自陷现象进行了理论分析, 发现在正切割晶体中观察空间孤子是不合适的, 因仅利用了很微小的电光系数  $\chi_{33}$ 。对异型切割情况进行了讨论, 给出了维持光束自陷的外加电场范围和实际观察的最佳角度。

**关键词** 自陷, 光折变孤子, BaTiO<sub>3</sub>晶体。

## 1 引 言

光折变(PR)晶体其特有的非线性特点, 长期以来一直受到人们广泛地重视的研究。对于单束光在光折变晶体中的传播有很多报道, 但大部分工作都是针对零外加电场情况的, 如各向同性(e-e, o-o)及异性(e-o, o-e)的光感应散射等<sup>[1-3]</sup>。一聚焦光束通过光折变晶体时, 由于光束的横向振幅有一定分布, 使得光诱导的折射率在横向出现不均匀的改变, 产生复杂的类透镜效应, 这一过程可用入射光束的所有空间频率分量的平面波对的多两波作用来描述, 在零外场条件下, 一般说来形成的透镜主体上是凹的, 使光束产生自聚焦。近年来 Segev 等人首先从理论上分析了在一定的外加电场下, 光束通过 BaTiO<sub>3</sub>和 SBN 晶体产生自陷的可能性<sup>[4, 5]</sup>, 随后他们在 SBN 晶体中观察到了空间亮, 暗和涡旋孤子<sup>[6, 7]</sup>不同于传统的克尔(Kerr)介质中的孤子, 它不依赖入射光强, 可以在很低的光强(小于10  $\mu$ W)下存在, 这为在  $\mu$ W 级功率实现全光开关提供了良好的机会。本文通过理论分析发现, 在文献中描述的正切割条件下在 BaTiO<sub>3</sub>晶体中观察自陷现象是不合适的, 对异型切割情况给出理论结果。

## 2 正切割情况

一聚焦的激光束(振幅为  $A(\mathbf{r}, z)$ ) 平行于  $z$  轴正入射 BaTiO<sub>3</sub> 晶体中, 在  $x$  轴(平行于  $c$  轴) 方向加有外电场  $E_0$ , 传播方程可以表示为

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2k} \nabla_{\perp}^2\right) A(\mathbf{r}, z) = \frac{ik}{n} \delta n(\mathbf{r}, z) A(\mathbf{r}, z) \quad (1)$$

$\delta n(\mathbf{r}, z)$  是折射率调制, 所谓的自陷就是光束保持其横向振幅分布不变, 以空间孤子的形式传播, 光折变孤子的产生可以认为是光诱导的折射率改变对光束衍射的补偿作用, 单束光在光折变晶体中引起的折射率变化源于光束的所有空间频率分量的平面波对的多两波过程。简

单起见, 考虑两维  $(x, z)$  情况, 对于空间频率分量  $q_i$ 、 $q_j$  的两平面波作用, 折射率  $\delta n(q_i, q_j)$  可以表示为<sup>[3]</sup>

$$\delta n(q_i, q_j) = \frac{-\omega}{2c} n^3 \mathcal{Y}_{\text{eff}}(q_i, q_j) E_{sc}(q_i, q_j)$$

$$E_{sc}(q_i, q_j) = E_p(q_i, q_j) \frac{E_d(q_i, q_j) - iE_0}{E_0 + i[E_d(q_i, q_j) + E_p(q_i, q_j)]} \quad (2)$$

$E_0$  为外电场,  $E_p(q_i, q_j) = eN_{\text{eff}}/[\epsilon_0\epsilon(q_i - q_j)]$  为饱和电场,  $E_d(q_i, q_j) = k_B T(q_i - q_j)/e$  为扩散场。  $N_{\text{eff}}$  为有效陷阱密度,  $k_B$  为玻耳兹曼常数,  $T$  为温度,  $e$  为电子电荷,  $\epsilon$  为相对介电常数。 本文中所用的 BaTiO<sub>3</sub> 晶体参数为<sup>[1]</sup>: 电光系数  $\mathcal{Y}_{42} = 1640 \times 10^{-12}$  V/m,  $\mathcal{Y}_{33} = 80 \times 10^{-12}$  V/m, 介电常数  $\epsilon_a = 4300$ ,  $\epsilon_c = 106$ , 折射率  $n_0 = 2.49$ ,  $n_e = 2.42$ ,  $N_{\text{eff}} = 2 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ 。

近轴条件下的两波作用光栅波矢是很小的, 外加电场很容易满足  $E_d \ll E_0 \ll E_p$ , 这时, 空间电荷场的虚部可以忽略, 起作用的非线性相耦合部分(实部)可简化成:

$$E_{sc}(q_i, q_j) \cong \frac{-E_0}{1 + [E_0/E_p(q_i, q_j)]^2} \quad (3)$$

考虑  $A(x, z) = U(x) \exp(i\mathcal{Y}z)$  的空间孤子解, 代入方程(1)中得到

$$(z - \frac{1}{2k} \frac{\partial}{\partial x}) U(x) = \frac{k}{nU^*(x)} \iint U(x - x') U^*(x + x'') g(x', x'') dx' dx'' \quad (4)$$

$$\delta n(q_i, q_j) = \iint g(x', x'') \exp[-i(q_i x + q_j x'')] dx' dx''$$

代入有效电光系数  $\mathcal{Y}_{\text{eff}}$ , 以微小量  $d/l$  对上面的方程进行泰勒展开, 保留到二阶, 光折变空间孤子方程可以表示为<sup>[4, 5]</sup>:

$$aU \frac{d^2 U}{dx^2} - b(\frac{dU}{dx})^2 - \mathcal{Y}U^2 = 0$$

$$a = (k/n)(2d^2 B - 2MB/k^2) + (1/2k), \quad b = - (k/n)(2d^2 B + 2MB/k^2) \quad (5)$$

$B = \mathcal{Y}_{33} n^3 E_0 / 2$ ,  $d = E_0 \epsilon_0 \epsilon_c / eN_{\text{eff}}$ ,  $M = \mathcal{Y}_{42} / \mathcal{Y}_{33}$ 。 注意到并没有略去很小的  $\mathcal{Y}_{33}$ ,  $2d^2 B$  和  $2MB/k^2$  分别来源于  $\mathcal{Y}_{33}$  和  $\mathcal{Y}_{42}$ 。 方程存在着两个系列的解, 分别为  $[\text{sech}(\alpha x)]^D$  和  $\exp(-\alpha^2 x^2)$ 。 对双曲正割型, 解的存在条件为  $D > 0$ , 即:  $0 < (a/b) < 1$ , 由此条件可以得到:

$$- [n/4k^2(d^2 - M/k)] < B < - n/8k^2 d^2, \quad E_{\text{min}} = (\lambda^2 e^2 N_{\text{eff}}^2 / 16\pi^2 \mathcal{Y}_{33} n^4 \epsilon_0^2 \epsilon_c^2)^{1/3} \quad (6)$$

$E_{\text{min}}$  是形成光束自陷的最小外加电场, 取波长为  $0.5 \mu\text{m}$ ,  $E_{\text{min}} = 1.6 \text{ kV/cm}$ ,  $d = 1.9 \mu\text{m}$  大于波长, 比较  $\mathcal{Y}_{33}$  和  $\mathcal{Y}_{42}$  的贡献, 实际上  $2d^2 B$  的绝对值要大于  $2MB/k^2$  的绝对值, 就是说起主要作用的是  $\mathcal{Y}_{33}$ , 对于第二类解, 同样得到:

$$B = - n/8k^2 d^2, \quad \mathcal{Y} = (2d^2 B + 2MB/k) k \alpha^2 / n \quad (7)$$

这时外加电压仅和  $\mathcal{Y}_{33}$  有关,  $\mathcal{Y}_{42}$  只和传播因子相关。 总之, 在正入射的情况下, BaTiO<sub>3</sub> 晶体的  $\mathcal{Y}_{42}$  虽然远远大于  $\mathcal{Y}_{33}$ , 但是在光折变空间孤子的形成中起决定作用的为很微小的  $\mathcal{Y}_{33}$ , 因此, 用正切割的晶体观察光束的自陷是不合适的。 为了充分利用最大的电光系数  $\mathcal{Y}_{42}$ , 应考虑采用异型切割的晶体。

### 3 异型切割情况

入射光仍定义为  $z$  轴, 和  $c$  轴夹角为  $\theta$ , 外加电场加在空间电荷场方向。 对空间频率分量是  $q_i$ 、 $q_j$  (与  $c$  轴夹角分别为  $\alpha$ 、 $\alpha'$ ) 的两波作用, 有效电光系数的表达式为<sup>[3]</sup>:

$$(\mathcal{Y}_{\text{eff}})_{ij} = \frac{1}{n_0 n_e^3} \{ n_e^4 \mathcal{Y}_{33} \sin \alpha \sin \alpha + 2 n_e^2 n_0^2 \mathcal{Y}_{42} \cos^2 [(\alpha + \alpha)/2] + n_0^4 \mathcal{Y}_{13} \cos \alpha \cos \alpha \} \sin [(\alpha + \alpha)/2] \quad (8)$$

把  $\alpha$ ,  $\alpha$  表示成一个微小量  $\beta_i$ 、 $\beta_j$  与  $\theta$  的和。略去微小量  $\mathcal{Y}_{13}$  和  $\mathcal{Y}_{33}$  项, 把  $(\mathcal{Y}_{\text{eff}})_{ij}$  进行泰勒展开, 取到一阶:

$$(\mathcal{Y}_{\text{eff}})_{ij} = \frac{\mathcal{Y}_{42}}{n_0 n_e^3} [\sin 2\theta \cos \theta + (2 \cos 2\theta \cos \theta - \sin 2\theta \sin \theta)(\beta_i + \beta_j)] \quad (9)$$

相对介电常数为  $\epsilon = \epsilon_o \cos^2 \theta + \epsilon_e \sin^2 \theta$ , 相应的折射率变化  $\delta n(q_i, q_j)$  取到1级可以表示为:

$$\delta n(q_i, q_j) = \frac{n^3}{2} \mathcal{Y}_{42} E_0 \frac{\sin 2\theta \cos \theta + (2 \cos^2 2\theta + \cos 2\theta - 1)(q_i + q_j)/k}{1 + d^2(q_i - q_j)^2 \cos^2 \theta} \quad (10)$$

所以, 在异型切割的情况下, 考虑到0级时 BaTiO<sub>3</sub> 的  $\delta n(q_i, q_j)$  和正入射时 SBN 晶体的一致, 只是  $\mathcal{Y}_{33}$  用  $\mathcal{Y}_{42} \sin 2\theta \cos \theta$  来代替。同样得到对双曲正割类解, 维持自陷的外加电场范围是:

$$\left( \frac{\lambda^2 e^2 N_{\text{eff}}^2}{16\pi^2 \mathcal{Y}_{42} \sin 2\theta \cos^2 \theta n^4 \epsilon_o \epsilon_e} \right)^{\text{漏}} < E_0 < \left( \frac{\lambda^2 e^2 N_{\text{eff}}^2}{8\pi^2 \mathcal{Y}_{42} \sin 2\theta \cos^3 \theta n^4 \epsilon_o \epsilon_e} \right)^{\text{漏}} \quad (11)$$

对  $\theta$  求导可以得到充分利用  $\mathcal{Y}_{42}$  的角度(入射光和  $c$  轴夹角) 为 27 度, 相当正切割时等效  $\mathcal{Y}_{33}$  值是  $939 \times 10^{-12}$  V/m, 取波长为  $0.5 \mu\text{m}$ , 有  $703 \text{ V/cm} < E_0 < 866 \text{ V/cm}$ 。简单地考虑(10)式中一级项的作用, 从(10)式可以看到零级项是空间对称的, 而一级项是反对称的, 由于孤子一般是空间对称的, 所以一级项起破坏作用, 应使其尽量小。容易得出当  $\theta = 30^\circ$  时, 一级项为 0, 这个角度与充分利用  $\mathcal{Y}_{42}$  的角度比较接近, 因而  $\theta$  取在  $27^\circ$  是比较合理的。

**结 论** 对在 BaTiO<sub>3</sub> 晶体中形成光束的自陷的过程进行了理论研究, 结果表明正切割时由于仅利用了很微小的电光系数  $\mathcal{Y}_{33}$ , 对实际观察自陷现象是不合适的, 对异型切割情况分析得到入射光和  $c$  轴的最佳夹角是  $27^\circ$ 。

## 参 考 文 献

- [1] J. Feinberg, Asymmetric self-defocusing of an optical beam from the photorefractive effect. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1) ·46~ 51
- [2] O. V. Lybomudrov, V. V. Shkunov, Self-bending specklons in photorefractive crystals. *J. Opt. Soc. Am.*, 1994, **B11**(8) ·1403~ 1408
- [3] M. Segev, Y. Ophir, B. Fischer, Nonlinear multi two-wave mixing. the fanning process and bleaching in photorefractive media. *Opt. Commun.*, 1990, **77**(2-3) ·265~ 274
- [4] M. Segev, B. Crosignani, A. Yariv *et al.*, Spatial solitons in photorefractive media. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(7) ·923~ 926
- [5] B. Crosignani, M. Segev, D. Engin *et al.*, Self-trapping of optical beams in photorefractive media. *J. Opt. Soc. Am.*, 1993, **B10**(3) ·446~ 453
- [6] G. C. Duree, J. L. Shultz, G. Salamo *et al.*, Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71**(4) ·533~ 536
- [7] G. C. Duree, M. Morin, G. Salamo *et al.*, Dark photorefractive spatial solitons and photorefractive vortex solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **74**(11) ·1978~ 1981

## heoretical Study of Self-Trapping of an Optical Beam in Crystal BaTiO<sub>3</sub>

Wang Haiyu    Huang Shihua    Yu Jiaqi

*(Laboratory of Excited State Processes, Changchun Institute of Physics,  
The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130021)*

(Received 22 July 1995; revised 30 October 1995)

**Abstract** In this paper, self-trapping of a focused optical beam through BaTiO<sub>3</sub> with some external field has been theoretically studied. We find that it is unsuitable for observation of the spatial solitons in conventional cut crystals, in which only the small electro-optical coefficient  $\mathcal{Y}_{33}$  is useful. By investigating self-trapping in special cut crystals, the range of the external field for self-trapping of the beam and the optimal angle have been given.

**Key words** self-trapping, photorefractive solitons, BaTiO<sub>3</sub>.