

稀薄等离子体中的超短强激光脉冲孤子及尾波孤子

程 亚 徐至展 沈百飞 余 玮

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 在弱相对论条件下, 给出了超短强激光脉冲在稀薄等离子体中传播的孤子解及其所激发的尾波场孤子解。

关键词 等离子体, 光孤子, 尾波孤子。

1 引 言

相对论超短脉冲与等离子体相互作用可导致尾波场激发、脉冲畸变、高次谐波发射、自聚焦等种种效应, 因而被广泛地研究。Sprangle^[1-3]等人比较完整地考虑了这个问题, 在一维条件下得到了可同时描述强相对论和弱相对论光脉冲在等离子体中的演化及尾波场激发的耦合方程。由于该方程是高度非线性化, 因而难以进行解析的处理。

Kaw 等人曾在某些近似条件下将上述联立方程去耦之后, 得到一个描述光脉冲演化的孤子解^[4]。其实在弱相对论条件下, 上述联立方程组存在着一对孤子解分别描述光脉冲及尾波场。如图 1(a), 图 1(b) 所示, 其中光脉冲为双峰孤子, 尾波场为单峰孤子。(与文献[4]的结果不同, 他们的光孤子是单峰孤子。)尾波的对称中心与光脉冲中心重合, 两者以相同的速度传播。在光脉冲后面, 尾波场振幅迅速趋向于零。

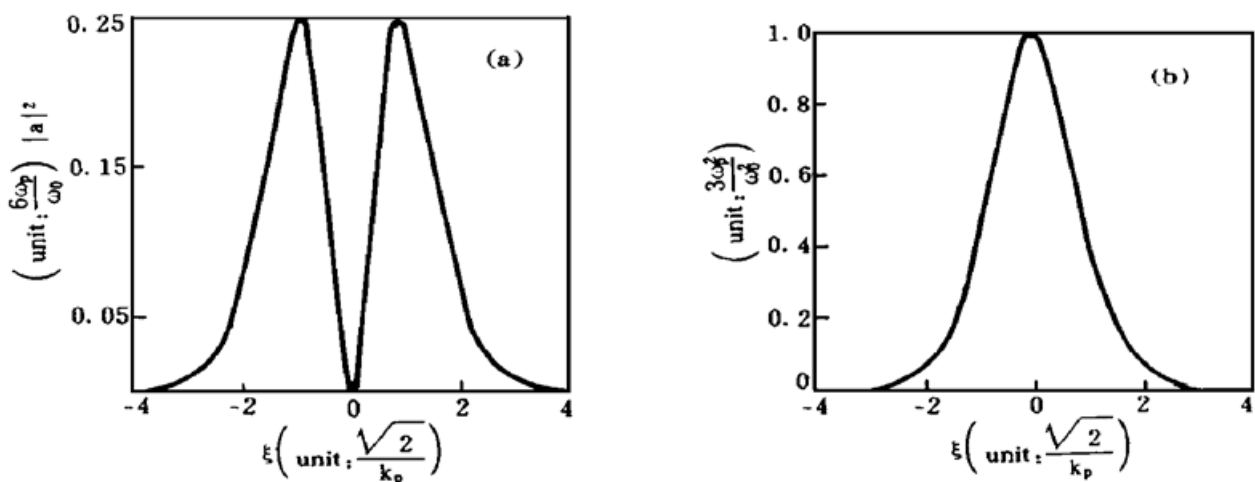


Fig. 1 (a) Laser pulse soliton, (b) Wake-field soliton

在实验中实现该孤子对比较困难。因为对于密度一定的均匀等离子体, 孤子振幅和包络宽度只可取特定值。由于体系总能量是守恒的, 所以当初始能量不满足孤子解的存在条件, 一般而言, 光脉冲不会自发演变为孤子。但是如果初始光脉冲参数恰巧与孤子参数相近, 如: 两个前后相隔合适距离的高斯脉冲, 其脉宽、振幅选择合适, 其包络形状就很接近光孤子。可以预计, 这样的光脉冲可以传播相当长的距离而脉冲形状大致不变。

2 理论分析

对于均匀的, 冷的, 非磁化稀薄等离子体, 采用准稳态近似, 可以得到一维形式的光脉冲在其中的传播方程^[1~3]:

$$\frac{\partial^2 A_{\perp}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_{\perp}}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{v_g A_{\perp}}{c \sqrt{(1 + \Phi)^2 - \gamma_g^{-2}(1 + A_{\perp}^2)}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z^2} = \gamma_g^2 \frac{\omega_p^2}{c^2} \left[\frac{v_g(1 + \Phi)}{c \sqrt{(1 + \Phi)^2 - \gamma_g^{-2}(1 + A_{\perp}^2)}} - 1 \right] \quad (2)$$

式中 A_{\perp} , Φ 分别为光脉冲的矢势和标势, 且已经归一化为 $eA_{\perp}/m_e c^2$ 和 $e\Phi/m_e c^2$, v_g 是等离子体中光脉冲的群速度, c 是真空中光速, m_e 为电子质量。 $\gamma_g = \frac{1}{\sqrt{1 - v_g^2/c^2}}$ 。 ω_p 和 ω_0 分别是等离子体频率和光频率, 且满足 $\omega_p \ll \omega_0$ 。将光矢势设为如下形式:

$$A_{\perp}(z, t) = \frac{1}{2} [a(z, t) \exp(ik_0 z - i\omega_0 t) + c.c.] \quad (3)$$

经过熟知的坐标变换:

$$\zeta = z - v_g t, \quad t = \tau \quad (4)$$

将(3), (4)两式代入(1)(2), 并在弱相对论条件: $|a| \ll 1$, $\Phi \ll 1$ 下对根号进行二项式展开后有^[5]:

$$\left[2i\omega_0 \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{c^2 \omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta \partial \tau} \right] a = -c^2 \frac{\omega_p^2}{v_g^2} \Phi_a \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} = \frac{k_p^2}{2} \left[\frac{1 + |a|^2/2}{(1 + \Phi)^2} - 1 \right] = -k_p^2 \Phi + \frac{k_p^2}{4} |a|^2 \quad (6)$$

将坐标归一为 $\zeta \rightarrow k_p \zeta$, $\tau \rightarrow \tau/\tau_0$ 后, 其中 $\tau_0 = 2\omega_0^3/(c^2 k_p^2 \omega_p^2)$, (5), (6) 两式可进一步简化:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right) a = -\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \Phi_a, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} = -\Phi + \frac{1}{4} |a|^2, \quad (7)$$

令: $a = \psi \exp(i\lambda\tau)$, 代入(7)式后,

$$\frac{\partial \psi}{\partial \zeta} = \left(-\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \Phi + \lambda \right) \psi, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + 1 \right) \Phi = \frac{1}{4} \psi^2 \quad (8)$$

假设以上方程组有如下形式的孤子解:

$$\psi = M \operatorname{sech}(\beta\zeta) \operatorname{th}(\beta\zeta), \quad \Phi = N \operatorname{sech}^2(\beta\zeta) \quad (9)$$

代入(8)式后不难确定各系数为:

$$\beta = (1/2)^{1/2}, \quad \lambda = 1/2, \quad M = 6\omega_p/\omega_0, \quad N = 3\omega_p^2/\omega_0^2 \quad (10)$$

变换回实验室坐标系, 其解为:

$$a = \frac{6\omega_p}{\omega_0} \operatorname{sech} \left[\frac{k_p}{\sqrt{2}} (z - v_g t) \right] \operatorname{th} \left[\frac{k_p}{\sqrt{2}} (z - v_g t) \right] \exp(ik_0 z - i\omega_0 t + i \frac{\omega_0^4}{4\omega_0^3 t}), \quad (11)$$

$$\phi = \frac{3\omega^2}{\omega^2} \operatorname{sech}^2\left[\frac{k_p}{\sqrt{2}}(z - v_g t)\right] \quad (12)$$

由于 $\omega \ll \omega$, 显然该孤子的光强符合弱相对论条件的要求。

(12) 式的推导用到条件 $v_g \approx c$ 。如果将 (6) 式展开至 ϕ 的二阶项, 可得到更精确的系数:

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2[(\omega^2/\omega^2) + (3/2)]}}, \quad \lambda = \frac{1}{2} - \frac{3}{2[(\omega^2/\omega^2) + (3/2)]}$$

$$M = 6[(5/2) + (\omega^2/\omega^2)]^{3/2} / [(\omega^2/\omega^2) + 3/2], \quad N = \frac{3}{(\omega^2/\omega^2) + (3/2)} \quad (13)$$

显然, 对稀薄等离子体, $\omega^2/\omega^2 \gg 1$, 上式退化为 (10) 式。

讨论与结论 一个值得关注的问题是上述孤子解的演化。对一维非线性薛定鄂方程, 孤子解是其时间趋向无穷时的渐近解。一般而言, 只要初始条件适当, 孤子总是可以形成的。而对上述耦合方程, 两孤子的总能量只能取特定值。因而一般的, 孤子不能靠演化得到。

类似的孤子解也出现在对离子声波的研究中。

参 考 文 献

- [1] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, Nonlinear interaction of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(17): 2011~ 2014
- [2] P. Sprangle, E. Esarey, A. Ting, Nonlinear interaction of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Rev. A*, 1990, **41**(8): 4463~ 4469
- [3] A. Ting, E. Esarey, P. Sprangle, Nonlinear wake-field generation and relativistic focusing of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Fluids B*, 1990, **2**(6): 1390~ 1394
- [4] P. K. Kaw, A. Sen, T. Katsouleas, Nonlinear 1D laser pulse solitons in a plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(21): 3172~ 3175
- [5] 盛政明, 超短脉冲强激光与等离子体的非线性相互作用. 上海光学精密机械研究所博士论文, 第三章, 29~ 30

A Soliton Solution for Laser Pulse and Wake-Field of Intense Laser-Plasma interaction

Cheng Ya Xu Zhizhan Shen Baifei Yu Wei

nghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 20180

(Received 25 December 1995)

Abstract A 1D soliton solution for laser pulse and wake-field of intense laser-plasma interaction is given in the condition of weak relativistic. The thin plasma is assumed being homogeneous.

Key words plasmas, laser pulse soliton, wake-field soliton.