

利用复数核频域处理实现二值图像 数学形态光学并行处理*

赵晓东 张以谟 戴晓芳 岳 兵

(天津大学现代光学仪器研究所, 天津 300072)

摘 要 报道了用光学频域滤波方法实现二值输入图像与复值核结构元之间的并行数学形态学操作。

关键词 光学频域滤波, 复值核结构元, 数学形态学。

1 引 言

数学形态学在图像处理领域已取得了巨大成就, 采用光学方法可实现并行数学形态学图像处理, 并已产生了多种光学并行数学形态学图像处理的方法。根据尺度-空间映射原理^[1], Feder 和 Freeman^[2]提出用复值核作为结构元在空域中与输入图像作联合变换相关运算, 对相关结果取阈, 可实现对输入图像的数学形态学运算。由于用计算全息(CGH)作为结构元, 其衍射效率低, 故该方法存在相关能量不匹配问题, 即输入图像与复值核结构元两者间的光强相差悬殊引起相关现象不明显甚至消失, 又由于目前空间光调制器的分辨率和灰度级不能满足要求, 故须用计算机作第二次傅里叶变换。为解决上述问题, 本文提出谱面滤波的方法, 即制作复值核谱的CGH, 用之作相干输入图像的滤波器。实验结果表明, 该方法效果好, 不存在相关能量不匹配问题, 又由于用光学方法直接实现复值核与输入图像的卷积运算故不须计算机作第二次傅里叶变换, 计算机只起到取阈的作用。

2 数学形态学

数学形态学是数学的一个分支, 可描述图像的基本特征或基本结构, 在图像处理和计算机视觉等领域有很高的应用价值。它是基于图像形态和结构元之间的比较而产生的, 特点是直接在空域中运算。

数学形态变换是非线性变换。数学形态学中的两个基本运算是蚀运算和扩运算。

对于二值形态变换, 设集合 X 代表二值图像, 集合 B 代表结构元, 则蚀运算定义为

$$X \ominus B = \{a | B_a \subseteq X\} \quad (1)$$

* 本项目由国家自然科学基金和国家教委光电信息工程开放实验室资助。

收稿日期: 1995年6月19日; 收到修改稿日期: 1995年10月14日

B_a 是结构元的移动, 其中心点移至 a 点。蚀是点 a 的集合。对点 a , 结构元 B 完全和物体 X 匹配。在物体 X 中, 那些边缘曲率大于结构边缘曲率的地方消失了, 蚀的结果是原物体边缘减少一个结构元半径。

$$\text{扩定义为} \quad X \oplus B = \{a \mid B_a \cap X \neq \emptyset\} \quad (2)$$

扩的结果中, 结构元和物体至少有一个公共点。

$$\text{开的定义为} \quad X \circ B = (X \ominus B) \oplus B \quad (3)$$

$$\text{闭的定义为} \quad X \bullet B = (X \oplus B) \ominus B \quad (4)$$

开运算是让物体保持它的原有形状, 但排除了那些和结构元相比小的部分细节; 闭运算是让背景保持它的原有形状, 但排除了那些和结构元相比小的部分细节。

3 数学形态学的相对强度处理

数学形态学的相对强度处理是根据矩心尺度-空间映射^[1]原理而实现的, 可产生一个关于尺度附加维的输入函数的映射。

在矩心尺度-空间映射中, 复值核结构元的大小代表尺度, 对应于每个尺度能得到一幅关于原始输入图像的矩心点图像。可用下面的方法获得该矩心点图像: 用复值核结构元 $(x + iy)W(x, y; r)$ 与原始输入图像 $X(x, y)$ 作相关或卷积运算, 然后对相关或卷积输出结果作零点取阈, 取阈后的图像即为矩心点图像。其中 $W(x, y; r)$ 代表结构元形状, 它必须是中心对称的。当结构元大小由零连续变化到无穷时, 就得到全部矩心尺度-空间图像。因为在 x 方向上, 物体的矩是物体和结构元实部的积, 在 y 方向上, 物体的矩是物体和结构元虚部的积。物体的矩心在二者为零之点, 正是在这一点上, 物体和结构元的相关或卷积为零。

选择结构元为:

$$C(x, y; r) = (x + iy)w(x, y; r) \quad (5)$$

这里 $w(x, y; r)$ 是窗口形状。令 $w(x, y; r)$ 为半径 r 的圆

$$w(x, y; r) = \text{circ}[(x^2 + y^2)^{1/2}/r] \quad (6)$$

让 $w(x, y; r)$ 的半径从全部包含物体变至零, 这样产生了矩心尺度-空间映射

$$Z(x, y; r) = \text{ZEROS}[C(x, y; r) * X(x, y)] \quad (7)$$

考虑 Z 中那些结构元完全在物体内的零点

$$Z'(x, y; r) = \bigcup_i \{a = (x, y) \mid B_a(r) \subseteq X_i\} \quad (8)$$

这里 $B_a(r)$ 是变换到 a 点的结构元, X_i 是图像中的一常值区, 和蚀定义比较, 上式描述了每一区域 X_i 的蚀, 因此可从 X_i 和 Z' 的二值与运算来取得任一区域的蚀

$$X_i \ominus B(r) = X_i \cap Z'(x, y; r) \quad (9)$$

物体的扩运算从背景的蚀运算反转而得, X 表示背景。

$$X \oplus B(r) = \overline{X \cap Z'(x, y; r)} = X \cup \overline{Z'(x, y; r)} \quad (10)$$

其它形态运算可由蚀和扩组合而得到, 由于 Z' 和图像输入强度无关, 故用这种方法不要求图像输入强度是统一的, 在二值图像形态运算中, 对图像输入绝对强度无要求。

4 复值核结构元谱面上 CGH 的设计与制作

在数学形态学并行处理中, 由于要用复值核 $(x + iy)$ 的傅里叶变换作为频域滤波器, 以

实现 $(x + iy)$ 型复振幅波振面结构元与输入图像的卷积运算,而目前用CGH制作该滤波器是最有效的方法之一,故采用该方法。

4.1 CGH的制作方法:

a) Lee型CGH^[3, 4]; 设 $g(x, y)$ 为限带复振幅分布函数,则可作如下分解

$$g(x, y) = g_1(x, y) - g_3(x, y) + ig_2(x, y) - ig_4(x, y) \quad (11)$$

其中, $g_1(x, y)$, $g_2(x, y)$, $g_3(x, y)$, $g_4(x, y)$ 为正的函数。现在对 $g(x, y)$ 抽样,设 X 代表 x 方向的抽样间隔, Y 代表 y 方向的抽样间隔,设 $g(x, y)$ 的带宽是 B_x , B_y ,并且 $X \leq 1/(2B_x)$, $Y \leq 1/(2B_y)$ 。则Lee型CGH的振幅透过率为

$$h(x, y) = \sum_{j=1}^4 \sum_{m_i} \sum_n \text{rect} [(x - m_j X)/(0.25mX)] \text{rect} [(y - nY)/(l_{jmn}Y)] \quad (12)$$

其中, $m_j = m + (j - 1)/4$ 。上式的傅里叶变换在 $(k/X, 0)$ 点邻域内的台劳展开式为

$$FT[h(x, y)] = \sum_{j=1}^4 \sum_{m_j} \sum_n (1 + Q_{mn}) Y_{g_j}(m_j X, nY) \exp[-i2\pi(mXu + nYv)] \quad (13)$$

当 Q_{mn} 小到可以忽略时,

$$\begin{aligned} FT[h(x, y)] &= a \sum_{j=1}^4 FT[\sum_{m_j} \sum_n g_j(m_j X, nY)] \\ &= a \sum_{j=1}^4 FT\{\text{comb}\{[x + (j - 1)/4]/X\} \text{comb}(y/Y) g_j(x, y)\} \\ &= a \sum_{j=1}^4 G_j^* XY \text{comb}(uX) \text{comb}(vY) \exp[2\pi i u X (j - 1)/4] \end{aligned} \quad (14)$$

其中在+1级处的谱为 $\sum_{j=1}^4 G_j(u - 1/X, v) \exp[2\pi i(j - 1)/4]$,这正是在谱面上以 $(j/X, 0)$ 为原点处的 $g(x, y)$ 的傅里叶变换 $FT[g(x, y)]$ 。其中, $FT[g_j(x, y)] = G_j(u, v)$ 。下面分析 Q_{mn} 的大小。由于用Lee方法制作的CGH没有位相编码噪声,只有量化噪声,其最大值为0.41,故只要按抽样定理取样,在+1级处就能得到 $g(x, y)$ 的准确谱。

b) Burckhardt型CGH^[3, 5]:它与Lee型类似,只是将 $g(x, y)$ 分成三份,在此略去。

4.2 在谱面上制作复数核 $(x + iy)$ 傅里叶变换的CGH

设复数核形状为边长 D 的正方形,其中心位于坐标原点,边与坐标轴平行,同时设满足实际需要的带宽为 $-B_x \leq u \leq B_x$, $-B_y \leq v \leq B_y$,则谱面上复振幅的表达式为

$$F(u, v) = FT[f(x, y)] = FT[(x + iy) \text{rect}(x/D) \text{rect}(Y/d)] \quad (15)$$

对它作限带处理,

$$F_p(u, v) = F(u, v) \text{rect}[u/(2B_x)] \text{rect}[v/(2B_y)] \quad (16)$$

则 $f_p(x, y) = FT[F_p(u, v)]$ 即为满足实际需要的复值核CGH。

当用Lee或Burckhardt方法时,由于不存在因位相编码而引起的噪声,故选择抽样间隔为 $U \leq 1/(2D)$, $V \leq 1/(2D)$,此时残余噪声最大值为0.103,同样对该CGH作光学傅里叶变换,在+1级处得到 $f_p(x, y)$ 的精确再现。

在实验中采用Burckhardt方法制作的CGH,取样间隔为 $X = Y = 0.03 \text{ mm}$,满足上述要求。同时取样点为 340×340 ,CGH的面积为 $10.2 \text{ mm} \times 10.2 \text{ mm}$,采用电子束扫描工艺制作,目前国内制版精度最高为 0.001 mm ,这对实验结果有着直接的影响,因为制版精度越高,取样间隔就越小,取样点就越多,因此CGH的再现精度就越高。

实验中所用CGH的零级与+1级的再现像如图1所示。

5 数学形态学复值光学并行处理原理

基本原理是复值核光学频域滤波，如图 1 所示。



Fig. 1 The Fourier transformation of the CGH

现设 $g(x, y) = (x + iy)w(x, y; r)$ 代表复数核结构元^[1, 2], $f(x, y)$ 代表被处理的图像, $G(u, v)$ 代表 $g(x, y)$ 的傅里叶变换, $F(u, v)$ 代表 $f(x, y)$ 的傅里叶变换, $w(x, y; r)$ 代表结构元形状, 必须指出, $w(x, y; r)$ 的形状必须中心对称, 利用 Burckhardt 方法制作 $G(u, v)$ 的 CGH, 并将该 CGH 放置在谱面上, 输入图像的谱透过 CGH 后其+ 1 级复振幅分布为

$$H(u, v) = F(u, v)G(u, v) \tag{17}$$

当再经过一次傅里叶变换后, 就会产生卷积输出 $f(x, y) * g(x, y)$, 如果对输出的光强分布取零值点为图像点, 则所得的输出即为对输入图像 $f(x, y)$ 的一次数学形态学蚀操作。该形态学蚀操作是同时对前景和背景的蚀操作, 要想得到对前景的蚀操作, 必须再经过一次原始图像与取阈后的图像之间的比较。实际上任意复杂的数学形态学变换均可由蚀操作实现。扩操作由对背景的蚀操作实现, 开和闭操作是由蚀和扩组合实现的。

在图 2 所示的光学系统中, 傅里叶透镜的焦距为 1000 mm, 输入像尺寸为 20 mm × 20 mm. 结构元尺寸为 1 mm × 1 mm 的正方形, CGH 的尺寸为 10.2 mm × 10.2 mm。由于 CGH 的取样间隔为 0.03 mm, 激光波长为 0.0006328 mm, 设一级衍射的偏角为 α , 故 $0.03 \times \sin \alpha = 0.0006328$, 因此, $\alpha = 0.02109$ rad。又由于 CGH 位于谱面上, 通过的最高空间频率为 $U_{\max} = x/2\lambda f = 10.2/2 \times (0.0006328 \times 1000) = 8.05$ 对线/mm。

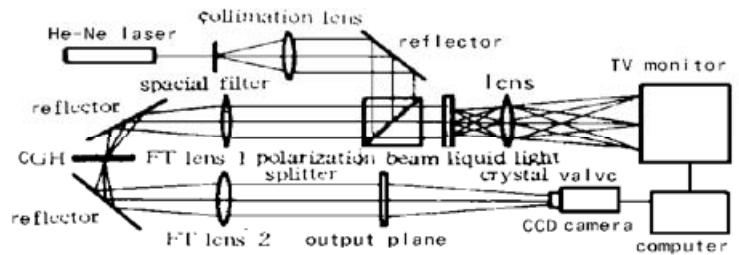


Fig. 2 Mathematical morphological binary image parallel processing system

6 实验结果

采用图 2 所示的光学系统, 对二值输入图像进行了实验研究。输入四幅几何形状由简单到复杂的二值图像, 分别为正方形, 十字架, 树叶和飞机。对每幅输入图像分别给出了卷积输出结果, 蚀操作结果和扩操作结果。由图 3 的实验结果可以看出, 无论输入图像形状如何, 其光学并行形态操作结果都是准确可靠的。

在实验研究中发现, 影响实验结果的主要因素来自以下几个方面, 1) CGH 本身的量化噪声。这种噪声是由于量化编码而引起的, 是不可避免的, 它随着制版精度的提高而不断减小。在实验中, 用减弱光强的方法来降低量化噪声, 从而相应提高输出图像与量化噪声的信噪比。2) 杂散光噪声。即周围环境中的杂散光引起的噪声。3) 液晶光阀的技术指标也直接影响实验结果。

结 论 由以上实验结果看出, 本文提出谱面滤波的方法, 即制作复值核谱的 CGH, 用于作相干输入图像的滤波器, 有以下优点:

- 1) 该方法处理的图像有较高的质量。

2) 该方法充分体现出光学并行处理的优点, 计算机只起到取阈的作用, 而空域处理^[2]中计算机参与了光学傅里叶变换。

3) 该方法和空域处理方法相比, 解决了输入图像与结构元之间的光强匹配问题。

4) 该方法和空域处理方法相比, 大大降低了傅里叶透镜的口径。

由于用复数核的傅里叶变换作为光学系统的滤波器, 而目前用 CGH 是最有效的方法之一。故本文采用 CGH 作为滤波器, 但该光学系统要求的 CGH 精度高, 噪声小, 因此 CGH 的设计与制作有较大难度。

今后的工作是将该方法进一步应用于图像中。

参 考 文 献

- [1] Mark O. Freeman, Bahaa E. A. Saleh, Centroid scale-space maps. *J. Opt. Soc. Am.*, 1991, 8(9): 1474 ~ 1487
- [2] Adam Fedor, Mark O. Freeman, Optical multiscale morphological processor using a complex-valued kernel. *Appl. Opt.*, 1992, 31(2): 4042~ 4050
- [3] 虞祖良, 金国藩著, 计算机制作全息图. 第一版, 北京, 清华大学出版社, 1984: 31~ 51
- [4] WaiHon Lee, Sampled Fourier transform hologram generated by computer. *Appl. Opt.*, 1970, 9(3): 639~ 643
- [5] C. W. Burckhart, A simplification of Lee's method of generating hologram by computer. *Appl. Opt.*, 1970, 9(8): 1949~ 1959

Mathematical Morphological Binary Image Parallel Processing Using the Approach of Optical Frequency Filtering by a Complex-Valued Kernel

Zhao Xiaodong Zhang Yimo Dai Xiaofang Yue Bing

(Institution of Optoelectronics and Precision Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

(Received 19 June 1995; revised 14 October 1995)

Abstract In this paper, a new approach of using optical frequency filtering to implement mathematical morphological parallel processing of binary image with complex-valued kernel structure is reported.

Key words optical frequency filtering, complex-valued kernel structure, mathematical morphology.

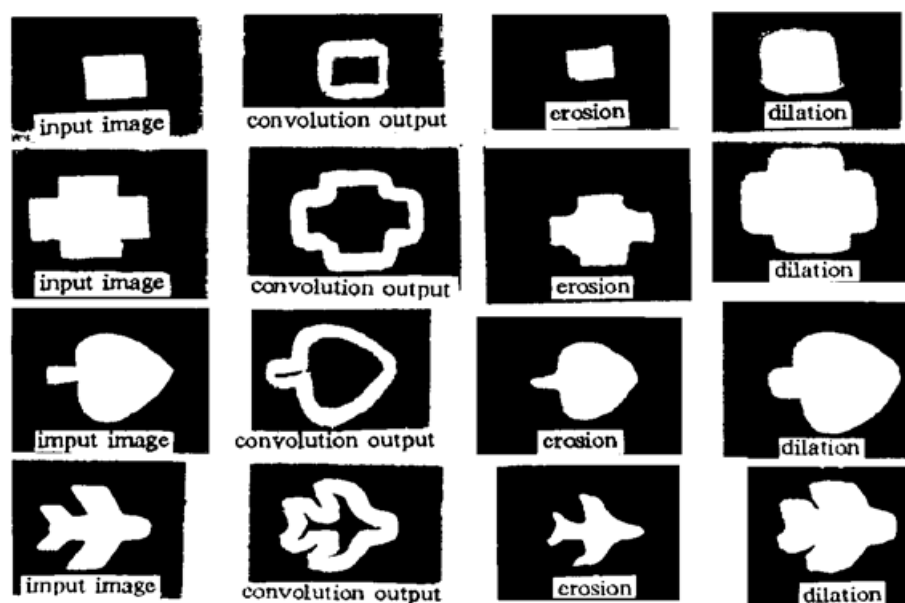


Fig. 3 Experimental results of binary image