

# 利用阶跃滤波器实现二值图像边缘增强

郑光昭

(广东工业大学数理系, 广州 510643)

**摘 要** 介绍利用阶跃滤波器实现二值图像边缘增强的光学方法。阶跃滤波器在频域的适当的位  
移(偏置)既可以改善输出图像的衬底,也能改善其轮廓视锐度,从而有利于图像边缘的检测。

**关键词** 阶跃滤波器, 二值图像, 边缘增强, 边缘检测

## 1 引 言

在图像处理中,从图像中增强边缘部分来提取图像所具有的某种形状的轮廓是一种与模式识别有关的重要技术<sup>[1]</sup>。在各种边缘提取方法中,阶跃边缘的检测占有相当大的比重。这是因为任何图像都可以转化为二值图像,而二值图像就具有阶跃边缘。

文献[2]报道了利用光折变晶体相位复共轭效应实现边缘增强的光学方法。本文拟介绍利用阶跃滤波器实现二值图像边缘增强的光学方法。该方法实质上是“刀口法”<sup>[3]</sup>或“纹影法”<sup>[4]</sup>的拓展。

## 2 阶跃滤波器的滤波结果

刀口法<sup>[3]</sup>是极为有效的相位检测手段。它利用刀口等遮屏去除谱平面的一半,从而使纯位相物的像面上出现强度分布而使位相物变为可见的强度变化。本实验所指的阶跃滤波器实质上就是处于傅里叶平面的刀口,滤波结果输出了边缘增强的图像。

如图 1 所示,刀口处于被检测会聚波面的焦平面上。被处理物体(二值图像) $g_0(x_0, y_0)$ 被成像透镜成像在像平面上,像平面的场分布为 $g_2(x_2, y_2)$ 。

该成像系统的传递函数可表为<sup>[3]</sup>

$$H(u_2, v_2) = \text{step}(u_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{sgn}(u_2) \\ = \begin{cases} 1 & u_2 \geq 0 \\ 0 & u_2 < 0 \end{cases} \quad (1)$$

(这里没有考虑成像透镜有限孔径的影响),于是系统的点扩散函数为

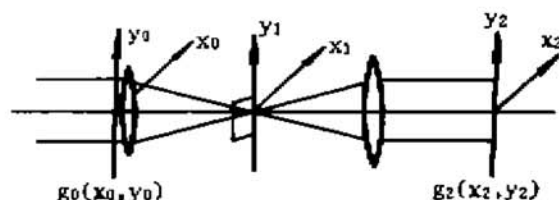


Fig. 1 Experimental system

$$h(x_2, y_2) = FT_{x_2, y_2}^{-1} [H(u_2, v_2)] = \frac{1}{2} \left[ \delta(x_2) + \frac{j}{\pi} \left( \frac{1}{x_2} \right) \right] \delta(y_2) \quad (2)$$

故有

$$\begin{aligned} g_2(x_2, y_2) &= \hat{g}_0(x_2, y_2) * * h(x_2, y_2) \\ &= \frac{1}{2} \hat{g}_0(x_2, y_2) + \frac{j}{2\pi} \int_{-\sqrt{R^2-x_2^2}}^{\sqrt{R^2-x_2^2}} \frac{\hat{g}_0(x'_2, y_2)}{x_2 - x'_2} dx'_2 \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\hat{g}_0$  为  $g_0$  的几何像,  $R$  为  $\hat{g}_0(x_2, y_2)$  的孔径半径。刀口的衍射是一维问题。对固定  $y_2$ , 可把 (3) 式写成一维形式, 并取积分限为  $(-1, 1)$ 。当被处理物体为二值图像时, 在几何像  $\hat{g}_0(x_2, y_2)$  的孔径  $\Omega$  内,  $\hat{g}_0(x_2) = 1$ , 于是 (3) 式化简为

$$g_2(x_2) = \frac{1}{2} - \frac{j}{2\pi} \ln \left( \frac{1-x_2}{1+x_2} \right) \quad (4)$$

其光强分布为

$$I_2(x_2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4\pi^2} \ln^2 \left( \frac{1-x_2}{1+x_2} \right) \quad (5)$$

由 (5) 式可知: 1) 在孔径中央  $x_2 = 0$  处有  $I_2(0) = 1/4$ 。这是像面强度的最小值; 2) 当  $x_2 \rightarrow -1$  或  $x_2 \rightarrow 1$  时,  $I_2(x_2) \rightarrow \infty$ , 即靠近孔径边缘处强度明显增大; 3) 在整个孔径范围内都有  $I_0 = 1/4$  的强度分布。这是与  $x_2$  无关的衬底强度, 因而影响了输出图像的衬底。

### 3 阶跃滤波器的偏置

为消除衬底强度  $I_0$  的影响, 改善衬底, 可使阶跃滤波器偏置, 也就是使阶跃滤波器在频率平面上平移  $u_0$ , 偏置后成像系统的传递函数为

$$H'(u_2, v_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(u_2 - u_0) = \begin{cases} 1 & u_2 \geq u_0 \\ 0 & u_2 < u_0 \end{cases} \quad (6)$$

其中  $u_0$  为正的常数。于是系统的点扩散函数为

$$\begin{aligned} h'(x_2, y_2) &= FT_{x_2, y_2}^{-1} [H'(u_2, v_2)] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \delta(x_2) + \frac{j}{\pi} \left( \frac{1}{x_2} \right) \exp(j2\pi u_0 x_2) \right] \delta(y_2) \end{aligned} \quad (7)$$

其中已应用了傅里叶变换的位移性质<sup>[5]</sup>。

与 (4) 式类似处理则得

$$g'_2(x_2) = \frac{1}{2} - 2u_0 - \frac{j}{2\pi} \ln \left( \frac{1-x_2}{1+x_2} \right) \quad (8)$$

当  $u_0 = \frac{1}{4}$ , (8) 式实部为零, 于是像强度分布为

$$I'_2(x_2) = \frac{1}{4\pi^2} \ln^2 \left( \frac{1-x_2}{1+x_2} \right) \quad (9)$$

与 (5) 式比较可知, 阶跃滤波器适当偏置后就可以消去衬底强度  $I_0$  的影响, 改善输出图像的衬度, 使边缘增强效果更为明显, 边缘更为清晰可见。

### 4 实验结果

实验结果用 135 胶卷直接曝光记录。图 2 是实验结果照片。其中图 2(a)、图 2(c)、图 2(e) 是被处理二值图像的负像, 黑色部分为透光部分; 而图 2(b)、图 2(d)、图 2(f) 分别是相应处理后的图像。由照片可见: 被处理二值图像中透光部分被明显地削弱, 而边缘得到明显

增强。且由图 2(d)、图 2(f)可见, 与  $x$  轴平行的直线边缘处理后并不明显地显示出来。

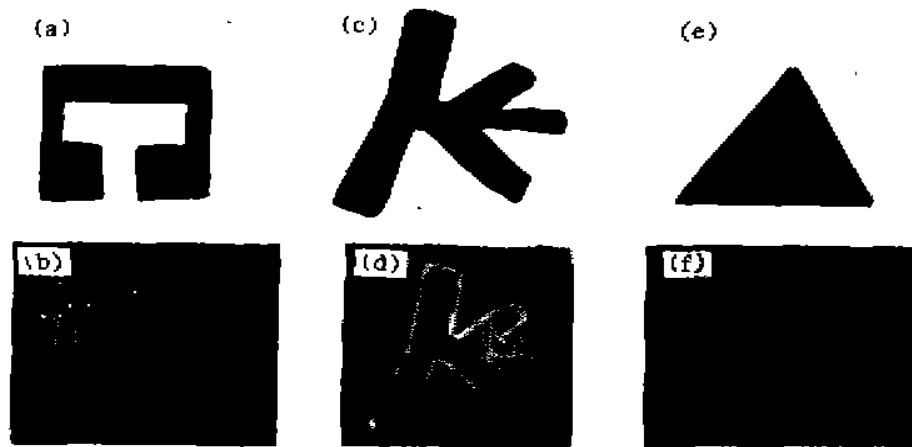


Fig. 2 Experimental results

## 5 讨 论

### 5.1 关于平行于 $x$ 轴的直线边缘

由于刀口衍射是一维问题, 因此在实验中可观察到平行于  $x$  轴的直线边缘并不明显而仅在其两端点加强, 如图 2(d)、图 2(f)。这时只要把二值图像绕光轴稍为旋转就可以确定边缘的存在。

值得一提的是, 有些平行于  $x$  轴的直边缘并非严格平滑, 而是带有细微的毛边(或凹凸), 则这时也可观察到该边缘的增强像, 如图 2(d)中的上边框。

### 5.2 $u_0$ 的选择及其影响

由(8)式可知, 适当选择  $u_0$  可消除衬底  $I_0$  的影响。进一步的分析表明: 适当选择  $u_0$  还可以进一步削弱除边缘点以外各点的光强, 从而改善边缘的明锐度, 使边缘线更为细亮。

为说明这一问题, 考虑在(8)式运算过程中利用级数展开式的二级近似。这时必须在  $|x_2| < 1$  区间内展开(8)式中的对数项, (8)式变为如下形式

$$g_2(x_2) = \frac{1}{2} - 2u_0 - \frac{j}{2\pi} [(4\pi^2 u_0^2 - 2)x_2] \quad (10)$$

强度分布为

$$I_2(x_2) = \left(\frac{1}{2} - 2u_0\right)^2 + \frac{1}{4\pi^2} (4\pi^2 u_0^2 - 2)^2 x_2^2 \quad (11)$$

由(11)式可知,  $I_2(x_2)$  随  $u_0$  的改变而变。当  $u_0 = 1/\sqrt{2}\pi$  时,  $I_2(x_2)$  很小且与  $x_2$  无关。也就是说, 在这种条件下, 在区间端点(即边缘点)处强度很大, 而在两端点之间区域内则强度很小, 且与位置无关, 因此边缘线显得细而明亮, 更有利于准确检定边缘位置。

当  $u_0 = 1/4$  时, 在  $|x_2| < 1$  区间内强度分布为

$$I_2(x_2) = \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{8}\right)^2 x_2^2 < \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{8}\right)^2 \quad (12)$$

可见这时区间内强度很小, 仍可获得令人满意的边缘增强像。

值得注意的是, 当  $u_0 > 1/4$  时, 随着  $u_0$  的增大, (10)式的实部和虚部的绝对值也同时增大, 因而图像区间内部强度随之增大, 从而减小了图像衬度以及边缘明锐度。由此可见:  $u_0$  的选择必须恰当。

**结 论** 1) 利用阶跃滤波器可以实现二值图像的边缘增强;

2) 阶跃滤波器的适当偏置可削弱(或抵消)衬底强度的影响, 也可使边缘线更为细亮, 从而取得较为令人满意的效果。

### 参 考 文 献

- [1] 土井康弘, 安藤 繁(王宝兴, 杨学礼译), 图像处理概论. 北京: 原子能出版社, 1986: 25
- [2] 郑光昭, 利用光折变晶体 Cu:KNSBN 实现图像增强. 中国激光, 1996, A23(2): 177~181
- [3] 王之江, 伍树东, 成像光学. 北京: 科学出版社, 1991: 193~195
- [4] 钟锡华, 光波衍射与变换光学. 北京: 高等教育出版社, 1985: 80~84
- [5] A. K. 加塔克, K. 塞格雷健(蒙文林译), 现代光学. 呼和浩特: 内蒙古人民出版社, 1985: 494

## Edge Enhancement of Binary Image Using Step Filter

Zheng Guangzhao

(*Department of Mathematics and Physics, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510643*)

(Received 7 February 1996; revised 26 May 1996)

**Abstract** This paper deals with a optical method of edge enhancement of the binary image using the step filter. Properly shifting the filter on the frequency region can improve the contrast and the contour acuity of the output image. It is profitable for edge detection.

**Key words** step filter, binary image, enhancing edge, edge detection.