

双折射滤光片的精确分析

邵中兴

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

摘 要 在研究双折射现象中非寻常光行为及折射率的新结果的^[1,2]基础上,建立了准确的光程差模型,给出了无 $\Delta n = n_e - n_o \leq n_o$ (或 n_e)近似的双折射滤光片产生位相差的精确公式。新光程差模型正确地描述了调谐滤光片时各段光程的位置和大小。新公式不仅适用光轴平行表面的也适用光轴倾斜表面的滤光片。由于调谐滤光时光轴倾斜的滤光片折射率变化比平行的大,所以,前者具有比后者更宽的调谐范围。应用新公式,设计了一块调谐钛宝石激光器的光轴倾斜表面的双折射滤光片。

关键词 双折射滤光片, 精确公式。

1 引 言

传统的双折射滤光片是一片光轴平行表面的晶片,呈布儒斯特角置于激光腔内,主要用于调谐光谱范围只有几十纳米的染料激光器。设计这样的滤光片,已有的公式^[3~7]是很胜任的。近来,可调谐固体激光器发展非常迅速。这种激光器的一个最诱人的优点是它的光谱可调范围宽达几百纳米。例如钛宝石激光波长覆盖范围为700~1000 nm,比染料激光宽好几倍。调谐这类激光器,使用传统的滤光片已很勉强。另外,自动调谐激光波长技术日臻成熟。实现计算机控制的自动调谐,光学调谐元件的精确数学模型是非常有用的。因此,建立普遍适用的双折射滤光片精确公式是十分需要的。传统的双折射滤光片公式

$$\delta = 2\pi T(n_e - n_o) \sin^2 \beta_e / \lambda \sin \theta, \quad (1)$$

是由参考文献[5]发展而来的。式中, T 为滤光片的厚度。 n_o 和 n_e 分别为寻常(o)光和非寻常(e)光的主折射率。 β_e 为e波法线与光轴间夹角。 θ 为入射角。 λ 为波长。(1)式是在 $\Delta n = n_e - n_o \leq n_o$ (或 n_e)的近似条件下得到的且仅适用于光轴平行表面的滤光片。而且,导出此式时所用的光程差模型中的e波光程及滤光片外的那一小段光程 WD (见图1)的位置和大小也需要重新考虑。文献[8]建议了一种光轴倾斜的滤光片的改进方法。指出改进后的滤光片具有调谐宽波长范围的能力。但是没有说明原因。并且使用的公式仍然基于方程(1)。

作者研究了e光行为并且解出了斜入射、任意光轴取向情况下的单轴晶体中e波折射率。同时得到了用实验中可测量的量,即入射角、光轴与入射表面的夹角、光轴绕滤光片法线转角表示的 β_e 角。根据这些新结果,建立了准确的光程差模型。在新模型下导出了普遍适用的双折射滤光片精确公式。应用新公式,可解释为什么光轴倾斜的滤光片具有调谐较宽波

长范围的能力，并设计了一块光轴倾斜表面的双折射滤光片，用于调谐钛宝石激光器。

2 精确公式

首先建立准确的光程差模型。滤光片中的 o 光的光程 OO' 、e 波的光程 OW 及晶片外的小段光程 WD 组成了光程差，见图 1。本模型不同于传统的特点是调谐滤光片过程中，1) e 波光程的位置与大小均随调谐变化。e 光波法线绕 e 光 (Poynting) 转动，而 e 光绕 o 光转动^[1, 2]。2) 小段光程 WD 不像传统描写的那样总在入射面上或者为零^[6]，而是沿着 e 波法线在出射面上的轨迹平移且其大小亦不断改变。

现在考虑精确公式。正晶体切制的滤光片中，例如石英，光程差等于

$$\Delta = n_o OO' - [n_e(\beta_w) OW + WD] \quad (2)$$

对于负晶体，最后一项 WD 前面的符号应改为“-”。而(2)式中第一项与传统一致，表示 o 光的光程，等于 $n_o T \cos r_o$ 。其中 r_o 为 o 光折射角。第二项表示 e 波的光程，等于 $n_e(\beta_w) T \cos r_w$ 。其中， $n_e(\beta_w)$ 表示 e 波法线折射率，可从熟知的方程^[9]

$$1/n_e^2(\beta_w) = \cos^2 \beta_w/n_o^2 + \sin^2 \beta_w/n_e^2 \quad (3)$$

解出。式中的角 β_w 取代狭义的 $\cos \beta_w = \cos \Phi \cos \theta$ ，用^[2]

$$\cos \beta_w = \sin r_w \cos (\Phi - r_w) \cos \eta + \cos r_w \sin \eta \quad (4)$$

求解。 Φ 为调谐角，即光轴绕滤光片法线的转角。 r_w 为 e 波法线与入射面的夹角。 η 为光轴与入射表面的倾斜角。e 波光程是影响光程差的最重要因素。根据(3)式和(4)式，看到 e 波光程的变化不仅是由于波法线的位置而且也是由于作为角参数 θ ， Φ ， η (r_w 和 r_w 也是这些角参数的函数)函数的折射率变化引起的。第三项表示滤光片外那一小段光程，可从直角三角形 WDD' 中(因为 DD' 垂直于 o 光，而 o 光又垂直于 $O'D$ 和 $O'D'$) 解出。考虑到出射光束平行于入射光束，因而， $\angle DWD' = \pi/2 - \theta$ 。所以有 $WD = T[\tan(r_o) - y_w/z_w] \sin(\theta)$ 。式中， y_w 和 z_w 是 e 波法线坐标^[2]。最后得到双折射滤光片产生相位差的精确公式为：

$$\delta = 2\pi TF(\theta, \Phi, \eta)/\lambda \quad (5)$$

式中 $F(\theta, \Phi, \eta)$ 是作为 (θ, Φ, η) 函数的光程差综量，等于

$$n_o \cos(r_o) - \{n_e(\beta_w) \cos r_w + [\tan r_o - y_w/z_w] \sin \theta\}$$

当 δ 等于 2π 整数倍时，

$$\lambda = (T/m)F(\theta, \Phi, \eta), \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (6)$$

由上式确定的 λ 就是经滤光片调谐出来的波长。

因为(5)式中含有光轴倾角 η ，所以比(1)式更适用。它不仅适用于光轴平行表面的双折射率滤光片，也适用于光轴倾斜的滤光片。更一般地，适用于倾斜入射、光轴任意取向的单轴晶体产生的位相差。对于 o 光和 e 光折射率差较小的晶体，(5)式与(1)式的计算结果几乎

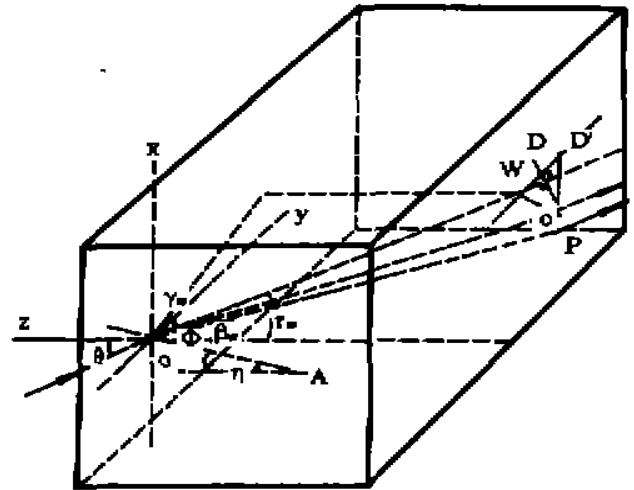


Fig. 1 The diagram shows the exact construction of the optical path difference yielded by the birefringent filter. OA is the optical axis inclined an angle η to the incident surface, OO' and OW are the o- and the e- wave optical path respectively. Φ is the tuning angle ($\Phi = 0$, the axis is in the incident plane), β_w is the angle between the E-wave normal and the axis

相同(参考表 2 中 $\eta = 0$ 的数据)。

表 1 列出了根据(3)式及(4)式计算的波长 844.67 nm、入射角 57° 时对不同 η 和 ϕ 角的石英中 e 波折射率(其中 $n_o = 1.53752$, $n_e = 1.54640$)。由表 1 可见,随滤光片的调谐,光轴平行表面的滤光片的折射率变化比光轴倾斜的小。当 $\eta = 0$, ϕ 从 0 改变到 $\pi/2$, 折射率变化为 2.7×10^{-3} ; 当 $\eta = 5^\circ$, 为 3.4×10^{-3} ; 当 $\eta = 30^\circ$, 增至 5.53×10^{-3} 。由此导致光轴倾斜的滤光片产生的光程差变化大。因此,根据(6)式,当 T/m 等于常数时,由于增大 η 引起综量 $F(\theta, \phi, \eta)$ 增大,从而可调谐范围增宽。这就解释了为什么光轴倾斜的滤光片具有调谐较宽波长范围的能力。

Table 1. The index for the e-wave, $n_e(\beta_e)$, in quartz versus the inclined angle η the tuning angle ϕ . The incidence is $\theta = 57^\circ$. The principal index are $n_o = 1.53752$ and $n_e = 1.54640$ at 844.67 nm

ϕ	$\eta = 0^\circ$	$\eta = 5^\circ$	$\eta = 10^\circ$	$\eta = 15^\circ$	$\eta = 20^\circ$	$\eta = 25^\circ$	$\eta = 30^\circ$
0	1.54370	1.54295	1.54218	1.54140	1.54065	1.53993	1.53929
$\pi/8$	1.54410	1.54341	1.54268	1.54193	1.54120	1.54049	1.53984
$\pi/4$	1.54507	1.54452	1.54391	1.54327	1.54261	1.54194	1.54130
$3\pi/8$	1.54602	1.54569	1.54528	1.54481	1.54428	1.54371	1.54312
$\pi/2$	1.54640	1.54635	1.54621	1.54598	1.54566	1.54527	1.54482

3 应用举例

本文以一块光轴倾斜平表面、调谐钛宝石激光器的双折射滤光片为例。材料为石英晶体,布儒斯特角为 57° 。指定调谐波长中心 850 nm 对应 $\phi = 45^\circ$ ($\phi = 0$ 光轴在入射面上)。 $T/m = 1$ 时,从(6)式计算出对应不同 η 的调谐角 ϕ 和调谐角范围 $\Delta\phi$, 见表 2。

Table 2. The tuning angle ϕ and the tuning sector $\Delta\phi$, for the filter with $T/m = 1$. The other parameters are the same as ones in Table 1. For comparison, the data from Eq. (1) are also listed in the row with the mark (*)

η (deg.)	0.7 μ	0.75 μ	0.8 μ	0.85 μ	0.9 μ	0.95 μ	1 μ	$\Delta\phi$ (deg.)
0	—	23.7	35.2	45.0	54.9	66.3	—	>90
0	—	23.7	35.1	45.0	54.7	66.1	—	(*)
5	17.6	28.6	37.2	45.0	52.6	60.6	69.6	52
10	24.1	32.0	38.8	45.0	51.1	57.2	63.3	39.5
15	28.4	34.4	39.8	45.0	50.0	54.8	59.8	31.4
20	31.5	36.3	40.8	45.0	49.1	53.2	57.2	25.7

由表 2 可见,当 $\eta = 0$, 覆盖 700~1000 nm 的 $\Delta\phi$ 已超过 90° 。显然,这样的滤光片是不理想的。然而,一旦光轴倾斜一个小角度,例如 $\eta = 5^\circ$, 调谐角范围就会减小到 $\Delta\phi = 52^\circ$ 。 η 愈大, $\Delta\phi$ 愈小(或者说调谐范围愈宽)。既考虑要较小的 $\Delta\phi$ 又考虑到调谐过程不太“粗糙”,建议取适当的 $\eta = 10^\circ$, $\Delta\phi = 39.5^\circ$, 其调谐特性见图 2 中的曲线 I。

$m > 1$ 时,存在所谓的“级次重叠”。图 2 中曲线 II 示出 $\eta = 10^\circ$, $T/m = 1$, $m = 3$ 条件下对应的第 4 整干涉周期波长。观察曲线 II 与 I, 不难发现 $\phi = 55.15^\circ$ 时, 933 nm 和 700 nm 分别处于第 3 和第 4 整周期。这将意味着当滤光片被调谐到 55.15° 时, 这两波长激光将同

时振荡。但是考虑到激光腔中其它光学元件限制光谱的作用,例如,一组腔镜的高反射膜很难镀得覆盖整个钛宝石激光光谱,通常带宽只有 100 nm。因此,933 nm—700 nm \gg 100 nm 这样宽间隔的重叠是允许的。但 $m = 4$, $\phi = 48.05^\circ$ 时,700 nm 处于第 4 而 875 nm 处于第 5 整周期,参见曲线 III 和 I,重叠间隔就太小了。级次愈高,重叠愈复杂。

结 论 本文建立了准确的光程差模型,揭示了调谐滤光片时各段光程的正确位置和大小。在此基础上导出了普遍适用的双折射滤光片精确公式,不仅适用光轴平行表面的而且适用光轴倾斜的滤光片。指出了光轴倾斜的滤光片具有调谐较宽波长范围的能力的原因是由于调谐滤光片时其 e 波折射率变化较大。

应用新公式,设计了一块光轴倾斜入射表面的石英滤光片调谐钛宝石激光器(光谱范围 700 nm ~ 1000 nm)。光轴倾斜入射表面 10° ,厚度为 0.333 mm。如考虑增强压窄线宽性能,可用几块光轴取向相同而厚度成比例的滤光片平行放置组合使用。

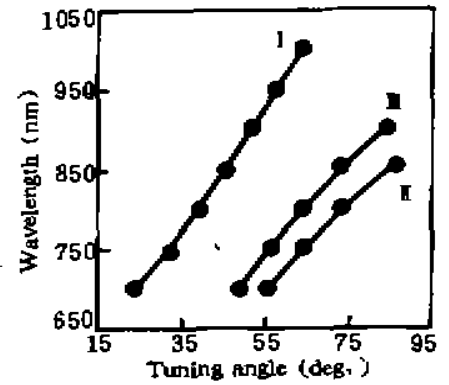


Fig. 2 The chart shown the tuning characteristics of the filter with $\eta = 10^\circ$. Curve I shows the one at $T/m = 1$. II shows the tunable wavelengths at the 4th integer interference period in the filter with $T/m = 1$ and $m = 3$. III is the wavelengths at the 5th period in the one with $m = 4$

参 考 文 献

- [1] Zhongxing Shao, Chen Yi, Extraordinary rays' behavior in uniaxial crystals. *Appl. Opt.*, 1994, 33(7): 1209 ~ 1212
- [2] Zhongxing Shao, Refractive index for extraordinary waves in uniaxial crystals. *Phys. Rev. E*, 1995, 51(6): 1043 ~ 1047
- [3] G. Holtom, O. Teschke, Design of a birefringent filter for high power dye laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1974, QE-10(4): 577 ~ 579
- [4] J. Hodgkinson, J. I. Vukosic, Birefringent filters for tuning flashlamp-pumped dye lasers: Simplified theory and design. *Appl. Opt.*, 1978, 17(12): 1944 ~ 1948
- [5] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon press, 5th Ed., 1975, 694, 668
- [6] D. R. Preuss, J. L. Gole, Three-stage birefringent filter tuning smoothly over the visible region: theoretical treatment and experiment design. *Appl. Opt.*, 1980, 19(5): 702 ~ 710
- [7] 邵中兴, 许凤明, 刘 旭, 倾斜入射单轴晶体的相位差改善公式. *光学学报*, 1992, 12(6): 570 ~ 571
- [8] S. D. Zhu, Birefringent filter with tilt optic axis for tuning dye laser: Theory and design. *Appl. Opt.*, 1990, 29(3): 410 ~ 415
- [9] A. Yariv, *Quantum Electronics*. New York, John Wiley & Sons, Inc., Second Edition., 1975: 88 ~ 89

Precise Analyses of Birefringent Filters

Shao Zhongxing

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022*)

(Received 8 July 1995)

Abstract Based on the new results of studying extraordinary rays' behavior and the refractive index of the extraordinary wave in uniaxial crystal^[1, 2], an exact model of the optical path difference yielded by birefringent filters is set up. Then the versatile and precise formula for the filters is derived without the approximation $\Delta n = n_o - n_e \ll n_o$ (or n_e). The new model shows the correct position and dimension in each path while the filter is tuning. The formula is applicable not only to the filter made of the crystal with the optical axis parallel to the surface (FAPS) also to the one with the axis inclined to the surface (FAIS). It is pointed out that the FAIS enables to tune laser wavelengths in a wider range than the FAPS. The origin of the wide range is interpreted as the variation in the index of the FAIS is larger while tuning the filter. With the help of the formula, a FAIS for tuning a Ti:sapphire laser is presented.

Key words birefringent filter, precise formula