

# 双层矩形位相光栅的分束特性

汪国平 邓见辽

(武汉大学物理系, 武汉 430072)

**摘要** 对由两矩形位相光栅构成的双层体积全息光栅的分束特性进行了优化设计, 获得了扇出光束数分别为 2, 3 和 5, 总衍射效率高于 89%, 光强分布不均匀性小于 5% 的分束器。

**关键词** 双层矩形光栅, 分束器。

## 1 引言

分束器在集成光学等领域具有重要应用价值。最常用的制作方法有 Dammann 光栅法<sup>[1]</sup>和复合全息图法<sup>[2]</sup>。利用平面正弦位相光栅构成如图 1 所示的叠层体积全息光栅(SVHG), 则是近年提出的一种制作分束器的新方法<sup>[3]</sup>。该方法具有扇出光束数较高, 总衍射效率大于 90% 的特点。但需要严格的正弦型位相光栅, 在实验制作上是较困难的。

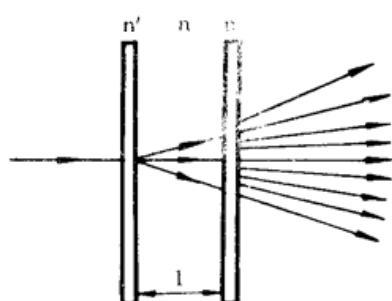


Fig. 1 Construction of SVHG.  $n$ ,  $n'$  are the refractive indices of medium and modulated layers respectively,  $t$  is the thickness of the medium

利用计算机辅助设计和光学拷贝系统, 可以方便地实现低空频矩形位相光栅的制作和复制<sup>[4]</sup>, 这为制作由矩形光栅构成的叠层体积全息光栅创造了良好的实验条件。尽管构成叠层体积全息光栅的光栅层数越多, 分束器的性能会越好(如衍射效率高等), 但实现起来也会越困难。因此, 本文只限于讨论双层矩形叠层体积全息光栅的分束特性。对扇出光束数分别为 2, 3 和 5 的

叠层体积全息光栅的特征参数进行优化设计, 为实验制作提供理论依据。

## 2 理论

设如图 1 所示的叠层体积全息光栅及前后光栅的透过率函数分别为  $t(x)$ ,  $t_1(x)$  和  $t_2(x)$ , 则经此叠层体积全息光栅衍射后的光场的傅里叶频谱可以写成如下形式:

$$F[t(x)] = F[t_1(x)]P \circledast F[t_2(x)] \quad (1)$$

式中,  $F$  为傅里叶运算符,  $\circledast$  表示卷积运算,  $P$  表示经第一光栅后的衍射光在二光栅之间的介质层中的传播因子。将上式写成离散频谱, 则有<sup>[5]</sup>:

$$\{A_N\} = \{A_J P_J\} \odot \{A_M\} \quad (2)$$

$A_N$ ,  $A_J$  和  $A_M$  分别为各光栅的  $N$ ,  $J$  和  $M$  级衍射光的复振幅分布。考虑前后光栅为平面薄光栅, 因此, 忽略各光栅调制层的厚度, 有传播因子<sup>[6]</sup>:

$$P_J = \exp \left\{ -i \frac{2\pi}{\lambda_0} nl \left[ 1 - \left( \frac{J\lambda_0}{nd} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (3)$$

$\lambda_0$  为读出光波长,  $n$  为介质折射率,  $l$  为介质厚度,  $d$  为光栅周期。

对双层矩形位相叠层体积全息光栅而言, 前后光栅各衍射级的复振幅分布则为:

$$\{A_K\} = \begin{cases} \frac{1}{2} [1 + \exp(i\varphi_i)] & K = 0 \\ \frac{i}{Kn} [1 - \exp(i\varphi_j)] & K = \pm 1, \pm 3, \dots \\ 0 & K = \pm 2, \pm 4, \dots \end{cases} \quad (4)$$

式中  $K$  分别取  $J$  和  $M$ ,  $\varphi_i$  分别取  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$ , 分别对应于前后光栅的调制强度。

本文目的, 是要用叠层体积全息光栅制作分束器。因此, 它应满足两个重要条件。1) 分束器的总衍射效率(即各有效扇出光束的衍射效率之和)应具有最大值。因此, 假设读出光为单位振幅的正入射平面光波, 则叠层体积全息光栅的总衍射效率  $E$

$$E = \sum_Q |A_N|^2 \quad (5)$$

应具有最大值。式中  $Q$  为有效扇出光束数。2) 各有效扇出光束上的光强分布应尽量相同。假设  $\eta_{\text{mean}}$  为  $Q$  束扇出光的平均衍射效率, 则各有效扇出光束的平均标准偏差  $\delta^2$

$$\delta^2 = \sum_Q (|A_N|^2 - \eta_{\text{mean}})^2 \quad (6)$$

应有极小值。由(5)(6)两式, 定义优化叠层体积全息光栅的分束性能的评估函数  $f$  为:

$$\begin{aligned} f(n, l, d, \varphi) &= \left( \frac{\delta^2}{E} \right)^2 \\ &= \left[ \frac{\sum_Q (|A_N|^2 - \eta_{\text{mean}})^2}{\sum_Q |A_N|^2} \right]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

通过优化特征参数  $n$ ,  $l$ ,  $d$  和  $\varphi$ , 使函数  $f$  的值为最小, 便可获得衍射效率最高, 光强分布最均匀的分束器。在进行优化运算的过程中, 假定二光栅之间的介质折射率为 1.5, 读出光波长  $\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$ 。

优化过程采用 Fibonacci 黄金搜索法。具体过程如下, 设函数为  $f(x)$ :

1) 在  $x$  轴上任选一最高点  $H$  和一最低点  $L$ , 使  $f(x)$  在  $(L, H)$  区间有最小值。取区间中的两点  $x_1$  和  $x_2$ , 使之满足  $(H - x_2) = (x_1 - L) = 0.618(H - L)$ 。

2) 计算  $f(x_1)$  和  $f(x_2)$  并比较其大小。

3) 若  $f(x_1) > f(x_2)$ , 则  $f(x)$  的最小值在  $(L, x_1)$  之间。舍弃  $(x_1, H)$ , 令  $x_1$  为新的  $H$  点,  $x_2$  为新的  $x_1$  点。再选新的  $x_2$  点, 使  $(H - x_2) = 0.618(H - L)$ ; 反之, 若  $f(x_1) < f(x_2)$ , 则  $f(x)$  的最小值在  $(x_2, H)$  之间。舍弃  $(L, x_2)$ , 将  $x_2$  作为新的  $L$  点,  $x_1$  作为新的  $x_2$  点。再选  $x_1$  点, 使  $(x_1 - L) = 0.618(H - L)$ 。

4) 重复步骤(2)和(3), 使  $(L, H)$  区间逐渐缩小。当二者间距小到某一特定值(本文选择为  $1 \times 10^{-4}$ )时, 将  $f(H)$  和  $f(L)$  中较小者作为  $f(x)$  的最小值, 相应的  $H$  或  $L$  便是所要求的参数值  $x$ 。

### 3 结果及讨论

根据上述分析,作者对扇出光束分别为2, 3和5的双层矩形叠层体积全息光栅的分束特性进行了设计计算。计算过程中,取读出光波长 $\lambda_0 = 632.8 \text{ nm}$ ,两光栅间介质层的折射率 $n = 1.5$ (这是普通光学玻璃片基的折射率),并假设前后光栅的调制强度具有相同的值,即令 $\varphi_1 = \varphi_2$ 。计算结果如表1所示。由表可见,不同扇出光束分束器的总衍射效率都在89%以上,而各光束之间光强起伏的均方差则都小于1。若定义分束器的光强分布不均匀性为:

$$[(|A_N|^2)_{\max} - (|A_N|^2)_{\min}] / \eta_{\text{mean}} \quad (8)$$

Table 1. Theoretical diffraction efficiencies of two-layer stratified rectangular phase-only gratings as beam splitters

number of beams	$\eta$ of diffraction orders (%)						$E$ (%)	$\delta^2$	$d$ ( $\mu\text{m}$ )	$l$ ( $\mu\text{m}$ )	$\varphi$
	0	1	2	3	4	5					
2	5.4	45.5	0.7	0.4	0.5	0.2	91	0	16.14	90	1.43
3	29.84	29.80	1.34	0.21	0.70	1.54	89.44	$1.1 \times 10^{-3}$	18.24	250	4.96
5	19.70	18.76	19.07	0	0.06	0.07	95.36	0.59	28.56	290	3.76

则表中各分束器的光强分布不均匀性都小于0.05。当光栅周期 $d = 16.14 \mu\text{m}$ , 相应的空间频率为62 lines/mm, 光栅调制度 $\varphi = 1.43$ 时, 获得的扇出光束为2的分束器的总衍射效率为91%, 而两光束间的光强分布完全相同, 光强起伏的均方差及光强分布不均匀性为0。当 $d = 28.56 \mu\text{m}$ , (相应的空间频率为35 lines/mm) $\varphi = 3.76$ 时, 可得扇出光束数为5的分束器。其总衍射效率达95.36%, 而各输出光束间的光强分布不均匀性仅为0.049。改变光栅周期及光栅调制度, 当 $d = 18.24 \mu\text{m}$ (空间频率为55 lines/mm),  $\varphi = 4.96$ 时, 可得扇出光束为3的分束器, 该分束器的衍射效率为89.44%, 光强分布不均匀性约为0.013。此外, 由上可知, 不同分束器中矩形光栅的空间周期约为读出光波长的25~45倍, 相应的空间频率在30~70 lines/mm之间。且扇出光束数越高, 光栅周期越大, 空间频率越低, 实现制作会越容易。

表2对本文与目前流行的方法所获得分束器的理论结果进行了比较。由表可见,本方法所获得分束器的总衍射效率都要高于著名的Dammann光栅法所得到的结果。而与复合全息图法相比较,本分束器各扇出光束之间的光强分布却要均匀得多<sup>[2]</sup>。为了方便地实现既具有较高衍射效率,又有均匀光强分布的分束器的制作,双层矩形位相叠层体积全息光栅是一种很有应用前景的制作方法。

Table 2. Comparison of theoretical diffraction efficiencies  $\eta$  of beam splitters

number of beams	$\eta$ (%)	technique and reference
2	67	sinus grating, $\varphi = 1.84$
	81	dammann grating (Ref. 7)
	95	multiplex holograms (Ref. 2)
	91	present work
3	90	sinus grating, $\varphi = 1.435$
	86.5	dammann grating (Ref. 7)
	89.4	present work
5	80	dammann grating (Ref. 7)
	87	multilevel dammann grating (Ref. 1)
	95.4	present work

由于计算机时的限制，本文在优化计算中，只考虑了光栅从0到5级的各衍射光，而忽略了更高级的衍射光。事实上，由表1可见，经优化设计后， $\pm 3$ 级以上各无效扇出光束的衍射效率都很低( $<2\%$ )。此外，本文没有讨论具有更高扇出光束数的双层矩形位相叠层体积全息光栅的分束性能。改变优化算法，如采用模拟退火法<sup>[8]</sup>，则可望在合理的计算机时内，获得扇出光束数更高，分束性能更好(如衍射效率更高，光强分布更均匀等)的双层矩形位相叠层体积全息光栅。

**结 论** 通过优化两矩形位相光栅构成的叠层体积全息光栅的分束性能，获得了扇出光束数分别为2, 3和5，总衍射效率高于89%，光强分布不均匀性小于5%的分束器。

感谢答孝义教授所作的有益讨论。

### 参 考 文 献

- [1] S. J. Walker, J. Jahns, Array generation with multilevel phase gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1990, 7(8) : 1509~1513
- [2] H. Kobolia, J. Schmidt, J. T. Sheridan et al., Holographic optical beam splitters in dichromated gelatin. *J. Mod. Opt.*, 1992, 39(4) : 881~887
- [3] A. Granger, L. Song, R. A. Lessard, Multiple beam generation using a stratified volume holographic grating. *Appl. Opt.*, 1993, 32(14) : 2534~2537
- [4] I. Pascual, A. Belendez, A. Fimia, Holographic system for copying holograms by using partially coherent light. *Appl. Opt.*, 1992, 31(17) : 3312~3319
- [5] L. Song, R. A. Lessard, P. Galarneau, Diffraction efficiency of a thin amplitude-phase holographic grating: a convolution approach. *J. Mod. Opt.*, 1990, 37(8) : 1319~1328
- [6] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, New York, McGraw-Hill, 1968, 69~70
- [7] J. R. Leger, G. J. Swanson, W. B. Veldkamp, Coherent laser addition using binary phase grating. *Appl. Opt.*, 1987, 26(20) : 4391~4399
- [8] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, Jr., M. P. Vecchi, Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983, 220(4598) : 671~679

## Multiple Beams Generation Using Double-Layer Rectangular Phase-Only Gratings

Wang Guoping Deng Jianliao

(Department of Physics, Wuhan University, Wuhan 430072)

(Received 25 August 1995; revised 12 December 1995)

**Abstract** The parameters of several double-layer rectangular phase-only gratings are optimized in order to obtain the beam splitters with high diffraction efficiency and good intensity uniformity. The beam splitters with respectively 2, 3, and 5 fan-out beams and higher than 89% of total diffraction efficiency and less than 5% of intensity non-uniformity are obtained theoretically.

**Key words** double-rectangular grating, beam splitter.