

# CW 稳态热晕的数值模拟 \*

蔡邦维 黄文龙 吕百达 刘忠永

(四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

杨成龙

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 成都 610003)

**摘要** 运用本文推导的  $ABCD$  复杂光学系统的热晕积分方程, 计算机数值模拟了 CW 稳态热晕, 并对所得结果进行了讨论。

**关键词**  $ABCD$  光学系统, 积分方程, 数值模拟, 热晕。

## 1 引言

强激光大气传输中的热晕问题已引起人们广泛的重视, 迄今为止, 文献中处理 CW 稳态热晕的典型方法是联立偏微分方程组<sup>[1, 2]</sup>。

### 1.1 扰动介质赫姆霍茨(Helmholtz)方程

$$\nabla^2 E + k^2 n^2(r) E = 0 \quad (1)$$

式中  $\nabla$  是拉普拉斯(Laplace)算符,  $E$  为激光束光场,  $k$  为波矢,  $n$  为扰动介质的折射率,

$$n = n_0 + \delta n \quad (2)$$

$n_0$  为未扰动折射率,  $\delta n$  为折射率微扰量。在缓变振幅近似和傍轴近似下, (1)式为

$$2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} - \nabla_{\perp}^2 \psi - k^2(n^2 - 1)\psi = 0 \quad (3)$$

式中  $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ,  $\psi$  为复振幅。

### 1.2 等压近似下的流体物理方程

$$\frac{\partial s}{\partial t} + v_0 \cdot \nabla_s = -\frac{\gamma - 1}{\gamma p_0} \alpha I \quad (4)$$

式中  $s$  为压缩率,  $v_0$  为定向风的速度,  $\gamma$  为定压比热与定容比热的比值,  $p_0$  为标准大气压,  $\alpha$  为大气的吸收系数,  $I$  为激光束强度。在一定的边界条件  $\Sigma$  和初始条件  $E(r_0)$  下, 可运用快速傅里叶算法对(3)~(4)式进行数值求解。此法可得到与实验值较吻合的结果, 但其程序的编制较为复杂, 且耗机时多。为了解决上述困难, 考虑到偏微分方程与积分方程之间的联系, 本文提出了对热晕问题进行其积分方程的计算机数值模拟方法, 并取得了较为理想的结果。

\* 中国工程物理研究院科学技术基金资助项目。

收稿日期: 1995年1月6日; 收到修改稿日期: 1995年8月7日

## 2 积分方程及其热晕位相的提出

运用格林(Green)函数法, 在菲涅耳-基尔霍夫(Fresnel-Kirchhoff)近似下, 求解了扰动介质赫姆霍茨方程(1)式的积分解, 当考虑  $ABCD$  复杂光学系统时, 其解的具体表达式为<sup>[3]</sup>

$$E(r) = -\frac{i}{\lambda B} \exp(ikz) \iint_{\Sigma} E(r_0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2B}[A(x_0^2 + y_0^2) + D(x^2 + y^2) - 2(x_0x + y_0y)]\right\} \exp(-i\psi_B) dx_0 dy_0 \quad (5)$$

这里  $\Sigma$  为面积分区域,  $ABCD$  是光学系统的传输变换矩阵,  $\psi_B$  为热晕位相

$$\psi_B = \int \delta n dz \quad (6)$$

在求得了(5)式后, 当要对热晕问题进行数值计算时, 热晕位相的求解起着至关重要的作用。下面从等压近似下的流体物理方程(4)式出发来求解  $\psi_B$  的具体表达式, 对 CW 稳态热晕, 如图 1 所示, 在直角坐标系下, 设入射面处的坐标系为  $(x_0, y_0, 0)$ , 考察面处的坐标系为  $(x, y, z)$ , 圆光阑的半径为  $a$ , 定向风沿  $x$  轴方向, 其大小为  $v_0$ 。对稳态热晕有  $\frac{\partial s}{\partial t} = 0$ , 则(4)式为

$$s(x_0, y_0) = -\frac{\gamma - 1}{\gamma p_0 v_0} \alpha \int_{-\infty}^{x_0} I(x'_0, y_0) dx'_0 \quad (7)$$

$$\delta n = (n_0 - 1)s(x_0, y_0)$$

由(6), (7), (8)式可求得热晕位相

$$\psi_B = -\frac{k(n_0 - 1)(\gamma - 1)az}{\gamma p_0 v_0} \int_{-\infty}^{x_0} I(x'_0, y_0) dx'_0 \quad (9)$$

假定入射激光场分布

$$E(x_0, y_0) = \left(\frac{P}{\pi a^2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{a^2}\right) \quad (10)$$

式中  $P$  为入射激光功率, 光斑尺寸  $H = 2\sqrt{2}a$ , 把(10)式代入(9)式得

$$\psi_B = -\frac{N_p}{4\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{y_0^2}{a^2}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{a}\right)\right] \quad (11)$$

$$\operatorname{erf}\left(\frac{x_0}{a}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_0/a} \exp(-z^2) dz \quad (12)$$

式中  $\operatorname{erf}(x_0/a)$  为误差函数,  $N_p$  为扭曲参数<sup>[4]</sup>。

$$N_p = 4\sqrt{2}k(n_0 - 1)(\gamma - 1)azP/\gamma p_0 v_0 H \quad (13)$$

讨论热晕的另一个参数是菲涅耳数<sup>[2]</sup>

$$N_F = ka^2/z \quad (14)$$

式中  $z$  为考察面到入射面的距离。

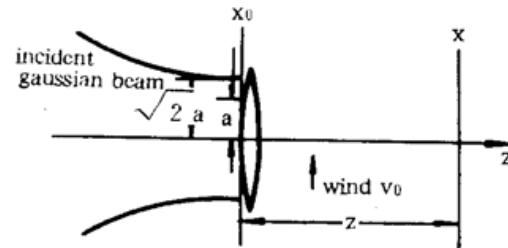


Fig. 1 A scheme of CW steady-state thermal blooming with wind

### 3 数值积分及讨论

如图 1 所示,  $ABCD$  传输变换矩阵元为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/z_F & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - z/z_F & z \\ -1/z_F & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中  $Z_F$  为透镜焦距, 由(5), (10), (11), (15)式得

$$\begin{aligned} E(x, y, z) = & -\frac{i}{\lambda z} \left( \frac{P}{\pi a^2} \right)^{\frac{1}{2}} \exp(ikz) \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2z_s}\right) \int_{-a}^a \int_{-\sqrt{a^2 - x^2}}^{\sqrt{a^2 - x^2}} \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{a^2}\right) \\ & \times \exp\left[ik \frac{x_0^2 + y_0^2 - 2x_0x - 2y_0y + x_0^2 + y_0^2}{2z}\right] \\ & \times \exp\left(-i \frac{N_D}{4 \sqrt{\pi}} \left\{ \exp\left(-\frac{y_0^2}{a^2}\right) [1 + \operatorname{erf}(x_0/a)] \right\}\right) dx_0 dy_0 \end{aligned} \quad (16)$$

(16)式就是进行数值计算所用到的表达式, 在 486 微机上进行数值积分, 所采用的方法为高斯-勒让德(Gauss-Legendre)积分法。数值计算中所使用到的参数值分别是  $n_0 - 1 = 3.0 \times 10^{-4}$ ,  $\gamma = 1.4$ ,  $a = 6.5 \times 10^{-5} / \text{m}$ ,  $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ ,  $p_0 = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $v_0 = 2.0 \text{ m/s}$ ,  $z_F = 1.0 \times 10^6 \text{ m}$ 。考察了归一化光强  $\frac{I(x, 0)}{I_0(0, 0)} \sim x$  的关系, 所得结果如图 2、图 3 所示, 这里  $I_0(x_0, y_0)$  为入射光强。还考察了光强  $I(x, y) \sim a$ ,  $I(x, y) \sim z$ ,  $I(x, y) \sim P$  的关系, 所得结果如图 4、图 5、图 6 所示。

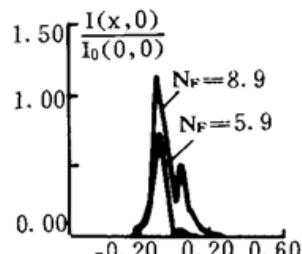


Fig. 2 Normalized blooming intensity profiles parallel with flow direction for various values of  $N_F$ , ( $N_D = 16.3$ )

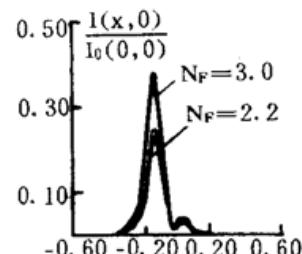


Fig. 3 Normalized blooming intensity profiles parallel with flow direction for various values of  $N_F$ , ( $N_D = 32.6$ )

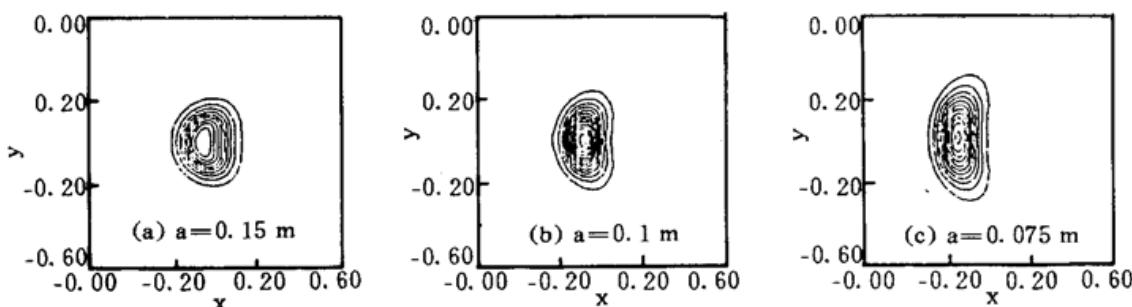


Fig. 4 Equal blooming intensity contours for different aperture radius ( $z = 1.5 \text{ km}$ ,  $P = 50 \text{ kW}$ )

从图 2、图 3 可以看出, 在扭曲参数  $N_D$  不变的情况下, 菲涅耳数  $N_F$  的改变对光强极大值的偏移影响不明显, 这与文献[2]相符合。图 4~6 表明, 强激光在大气中传输时引起热晕, 使传输光束产生扩束效应与中心偏移效应。具体地说, 热晕造成光束畸变: 由于风的作用, 冷空气不断加入并代替光束区域的热空气, 造成空气部分密度和折射率的变化, 所以光束中心朝风方向偏移, 即光线偏向高折射率区域, 在与风垂直方向上, 光束截面扩束发散。它们

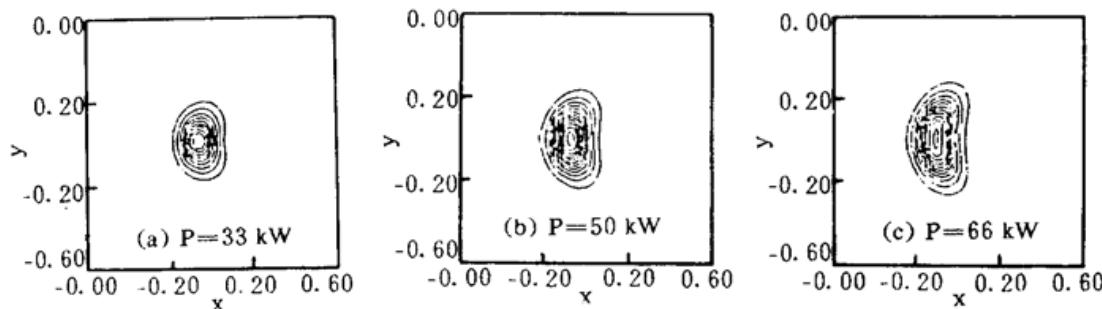


Fig. 5 Equal blooming intensity contours for different power ( $z = 1.5 \text{ km}$ ,  $a = 0.1 \text{ m}$ )

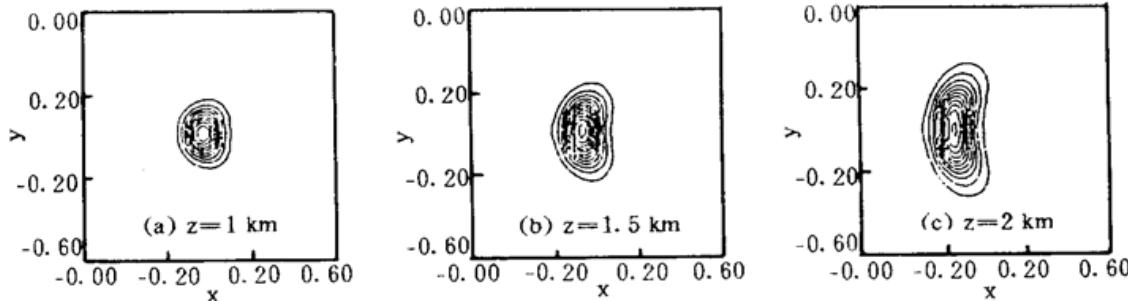


Fig. 6 Equal blooming intensity contours at different distance ( $P = 50 \text{ kW}$ ,  $a = 0.1 \text{ m}$ )

与光阑孔径  $a$ , 传输距离  $z$ , 光功率  $P$  的关系是: 在其它参数不变的情况下, 传输距离越远, 光功率  $P$  越强, 孔径  $a$  越小, 光束等强度线的月牙形分布越来越严重, 风方向上的中心偏移加大, 与风垂直方向上的扩束发散加剧。

**结 论** 为了研究强激光大气传输热晕效应的规律, 作者运用自己推导的  $ABCD$  复杂光学系统的热晕积分方程, 对初始强度为高斯分布 CW 稳态整光束热晕问题作了数值模拟计算, 结果与文献中用求解偏微分方程组的方法一致<sup>[2]</sup>, 从而证明了所提出的方法是可行的, 此法亦可用于处理单脉冲瞬态热晕问题<sup>[3]</sup>。作者认为与解偏微分方程组相比较, 积分方程法最显著的优点是程序编写简单, 耗机时少。

### 参 考 文 献

- [1] J. W. Strohbehn, Modern theories in the propagation of optical waves in a turbulent medium. in *Laser Beam Propagation in the Atmosphere*, J. W. Strohbehn editor, Berlin, Spring-Verlag, 1978 : 245~251
- [2] Frederick G. Gebhardt, Twenty-five years of thermal blooming: an overview. *Proc. SPIE*, 1990, 1221 : 2~24
- [3] 蔡邦维, 黄文龙, 吕百达等, 强激光大气传输热晕方程的积分表示. 激光技术, 1996, 20(6)
- [4] L. C. Bradley, J. Herrmann, Phase compensation for thermal blooming. *Appl. Opt.*, 1974, 13(2) : 331~334

## Numerical Simulation of CW Steady-State Thermal Blooming with Wind

Cai Bangwei Haung Wenlong Lü Baida Liu Zhongyong

(Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064)

Yang Chenglong

(Institute of Fluid Physics, CAEP, Chengdu 610003)

(Received 6 January 1995; revised 7 August 1995)

**Abstract** By using the thermal blooming integral equation of  $ABCD$  complex optics system, the numerical simulations of CW steady-state thermal blooming with wind are implemented. And the results are discussed in detail.

**Key words**  $ABCD$  complex optics system, integral equation, numerical simulation, thermal blooming