

# 多模气体激光纵模线型函数 及其频宽的实验观测\*

印建平 方建兴 高伟建

(苏州大学物理系, 苏州 215006)

王育竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学开放实验室, 上海 201800)

**摘 要** 本文根据多模激光时间相干性  $g^{(1)}(\tau)$  的准周期性特点, 提出了一种观测多模激光纵模线型函数及其频宽的新方法——程差  $2kL$  法。文章介绍了测量原理与方法, 并以双模 He-Ne 激光器为例, 给出了相应的实验结果。研究表明, 多模气体激光的纵模线型函数为洛仑兹 (Lorentz) 线型函数, 相应的纵模频宽约为  $10^7$  Hz。

**关键词** 纵模线型函数, 纵模频宽, 多模激光, 时间相干性, 程差  $2kL$  法。

## 1 引 言

有关多模激光时间相干性的周期性, 早在 1963 年就被 Morokuma 等人<sup>[1]</sup>观察到; 以后 Smith<sup>[2]</sup>、于美文<sup>[3]</sup>和吕可诚<sup>[4]</sup>等人先后采用多纵模的等幅无频宽模型, 从理论上分析了多模气体激光的时间相干性及其周期性; 葛万福<sup>[5]</sup>和陆同兴<sup>[6]</sup>等人采用等幅等频宽模型, 讨论了纵模频宽  $\delta\nu_M$  对时间相干性的影响。研究发现, 有限频宽  $\delta\nu_M$  的存在使时间相干度  $g^{(1)}(\tau)$  的幅值随  $(\tau\delta\nu_M)^2$  指数衰减, 因而  $g^{(1)}(\tau)$  呈现出准周期性的特点。最近, 作者<sup>[7]</sup>和耿纪宏<sup>[8]</sup>等人进一步讨论了受高斯增益曲线调制的多模幅度对时间相干性及其时谱特性的影响。对于实际的多模气体激光器, 其纵模线型是高斯线型, 还是洛仑兹线型以及频宽有多大? 确是一个非常值得研究与探讨的问题。

此外, 虽然有许多文献讨论了多模气体激光时间相干性的周期性<sup>[1~4]</sup>或准周期性<sup>[5~8]</sup>特点, 但有关多模激光时间相干性  $g^{(1)}(\tau)$  周期性的应用却很少被人们关注。本文从多模激光器的功率谱密度, 导出了多模气体激光时间相干度的一般表达式, 并根据多模气体激光时间相干性  $g^{(1)}(\tau)$  的准周期特点, 提出了一种观测多模激光纵模线型函数及其频宽的新方法。其测量原理是通过观测光程差  $\Delta l$  为激光器腔长  $L$  偶数倍处的干涉条纹对比度 (也即时间相干度  $g^{(1)}(\Delta l)$ ) 和  $g^{(1)}(\Delta l) \sim \Delta l$  曲线的拟合, 来获得多模激光的纵模线型函数及其频宽, 这里不妨称之为程差  $2kL$  法。

\* 江苏省自然科学基金资助课题。

收稿日期: 1995年5月11日; 收到修改稿日期: 1995年6月12日

## 2 测量原理与方法

由于气体激光器的气压一般较低,当输出功率较小时,激光线宽以多普勒展宽为主,相应的增益曲线为高斯线型函数。设激光输出的空间模式为 TEM<sub>00</sub> 模,增益系数为  $H_G(v - v_0)$ ,每个纵模具有等频宽  $\delta v_M$  的线型函数  $H_M(v)$ ,并假定纵模频谱稳定,不随时间而漂移,则在激光振荡带宽内具有  $N$  个纵模的激光光源的功率谱密度为

$$W_N(v) = \left\{ \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \delta[v - (v_0 + n\Delta v_q)] H_G(v - v_0) \right\} \otimes H_M(v) \quad (1)$$

$$\begin{cases} H_G(v - v_0) = \frac{2}{\Delta v_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp \left[ -4 \ln 2 \left( \frac{v - v_0}{\Delta v_D} \right)^2 \right] \\ \Delta v_q = c/2nL \approx c/2L, \quad \Delta v_D = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $v_0$  为激光中心频率,  $\Delta v_q$  为纵模间距,  $\Delta v_D$  为多普勒线宽,  $c$  为真空中的光速,  $L$  为激光器腔长,  $T$  为激光等离子体温度,  $M$  为原子量,  $H_M(v)$  为纵模线型函数。当纵模线型函数分别取高斯和洛仑兹函数时,  $H_M(v)$  分别由下式给出

$$H_M(v) = \frac{2}{\delta v_d} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp \left[ -4 \ln 2 \left( \frac{v}{\delta v_d} \right)^2 \right] \quad (3)$$

和 
$$H_M(v) = \frac{1}{2\pi} \frac{\delta v_h}{v^2 + (\delta v_h/2)^2} \quad (4)$$

式中  $\delta v_d$  和  $\delta v_h$  分别为高斯和洛仑兹纵模线型的频宽。

根据时间相干度的定义和 Wiener-Khintchine 定理

$$g_N^{(1)}(\tau) = G_N^{(1)}(\tau)/G_N^{(1)}(0) \quad (5)$$

$$G_N^{(1)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W_N(v) \exp(-j2\pi v\tau) dv \quad (6)$$

以及卷积定理,分别得到取两种纵模线型函数时的多模激光时间相干度  $g^{(1)}(\tau)$  的一般表达式

$$\begin{aligned} g_N^{(1)}(\tau) &= A_N \exp[-j2\pi v_0\tau - d^2\tau^2] \\ &\times \sum_{m=1}^N \exp \{ j[2m - (N+1)]a\tau - \frac{a^2}{4b^2} [2m - (N+1)]^2 \} \end{aligned} \quad (7)$$

和 
$$\begin{aligned} g_N^{(1)}(\tau) &= A_N \exp[-j2\pi v_0\tau - e\tau] \\ &\times \sum_{m=1}^N \exp \{ j[2m - (N+1)]a\tau - \frac{a^2}{4b^2} [2m - (N+1)]^2 \} \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$A_N^{-1} = \sum_{m=1}^N \exp \left\{ -\frac{a^2}{4b^2} [2m - (N+1)]^2 \right\} \quad (9)$$

$$a = \pi\Delta v_q \approx \pi c/2L, \quad b = \pi\Delta v_D/2 \sqrt{\ln 2}, \quad b = \pi\delta v_d/2 \sqrt{\ln 2}, \quad e = \pi\delta v_h \quad (10)$$

如果以光程差  $\Delta l (= c\tau)$  为自变量,对于双模 He-Ne 激光器,由  $N = 2$  代入分别得到

$$|g_2^{(1)}(\Delta)| = \exp \left[ - \left( \frac{d}{c} \right)^2 \Delta^2 \right] \frac{1}{I_1 + I_2} [I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos(\pi \Delta / L)]^{1/2} \quad (11)$$

和 
$$|g_1^{(1)}(\Delta)| = \exp \left[ - \left( \frac{l}{c} \right) \Delta \right] \frac{1}{I_1 + I_2} [I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos(\pi \Delta / L)]^{1/2} \quad (12)$$

式中  $I_1$  和  $I_2$  分别是中心频率为  $\nu_1$  和  $\nu_2$  的两个纵模的输出单色强度。

设光程差  $\Delta = 2kL$ , 则由(11)、(12)式, 不难看出, 无论对于双模激光器, 还是多模激光器, 其时间相干度  $g^{(1)}(\Delta)$  呈现出准周期性的特点, 且在光程差  $\Delta$  为激光器腔长  $L$  的偶数倍处, 均有

$$|g^{(1)}(2kL)| = \exp \left[ - (kL\pi\delta\nu_d / \sqrt{\ln 2} c)^2 \right] \quad (13)$$

和 
$$|g^{(1)}(2kL)| = \exp \left[ - 2kL\pi\delta\nu_h / c \right] \quad (14)$$

相应的干涉条纹对比度由下式给出

$$V(2kL) \equiv \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{R}}{1+R} |g^{(1)}(2kL)| \quad (15)$$

式中  $R$  为干涉仪中分束器  $BS_2$  的分束比,  $I_{\max}$  和  $I_{\min}$  分别为干涉条纹强度的极大与极小, 由实验直接测定。

由此可见, 只要准确测定光程差  $\Delta = 2kL$  处多模激光场干涉条纹的对比度  $V(2kL)$  与光程差  $\Delta$  的关系(也即时间相干度  $|g^{(1)}(2kL)|$  与  $\Delta$  的关系), 则根据(13)式, 或(14)式的曲线拟合, 即可求得多模激光纵模线型函数及其频宽  $\delta\nu_d$  或  $\delta\nu_h$ 。

### 3 实验装置与结果

本实验采用迈克尔逊干涉仪来测试多模激光场时间相干度  $g^{(1)}(\Delta)$  与光程差  $\Delta$  的关系曲线, 实验装置如图 1 所示。实验所用光源为通用的双模内腔 He-Ne 激光器, 其腔长  $L = 25$  cm, 激光线宽(即多普勒线宽  $\Delta\nu_D$ ) 约为 900 MHz。干涉仪输出端的干涉条纹经针孔 P 取样后进入光电倍增管 PMT 被转换成电信号由记录仪记录。干涉仪两臂形成的光程差  $\Delta$  设置为激光器腔长  $L$  的偶数倍(本实验中  $k$  分别取 0, 1, 2, 3, 4)。干涉仪某一反射镜被粘接在压电陶瓷 PZT 上, 而 PZT 由锯齿波电压驱动, 用于干涉条纹的扫描记录。

为了有效地消除实验室条件(如机械振动等)对测量结果的影响, 本实验中所用的所有光学、机械部件(包括 He-Ne 激光器)及光电探测器都固定在同一光具座上, 且光具座扫描干涉仪等均置于全息防震台上; 并采取多次重复测量求平均值的方法以消除实验中因环境影响而引入的偶然误差。实验结果表明, 本实验的重复性误差约为  $\pm 3.0\%$ 。

本实验采用图 1 所示的实验装置, 多次测量了  $\Delta = 0, 2L, 4L, 6L$  和  $8L$  处干涉条纹的极大  $I_{\max}$  和极小  $I_{\min}$  以及相应的分束比  $R(\Delta)$ , 并由(15)式计算得到相应的时间相干度  $|g^{(1)}(\Delta)|$ , 其实验结果列于表 1, 相应的时间相干度  $|g^{(1)}(\tau)|$  曲线如图 2 所示。表 1 中的纵模频宽  $\delta\nu_d$  和  $\delta\nu_h$  的值是由下述两式分别计算得到的

$$\delta\nu_d = \frac{\sqrt{\ln 2} c}{k\pi L} \ln |g^{(1)}(2kL)|^{-1/2} \quad (16)$$

和 
$$\delta\nu_h = \frac{c}{2k\pi L} \ln |g^{(1)}(2kL)| \quad (17)$$

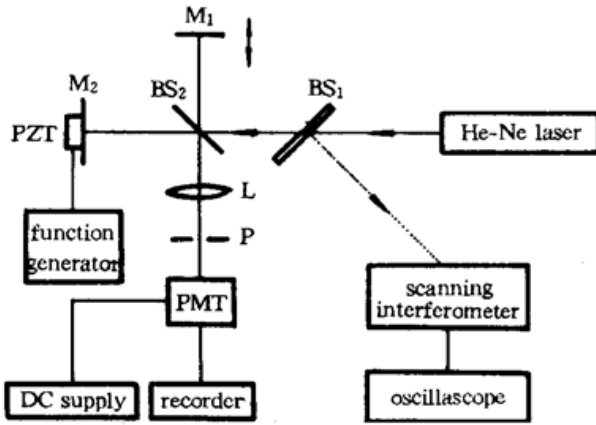


Fig. 1 Experimental setup of testing the degree of temporal coherence  $g^{(1)}(\tau)$

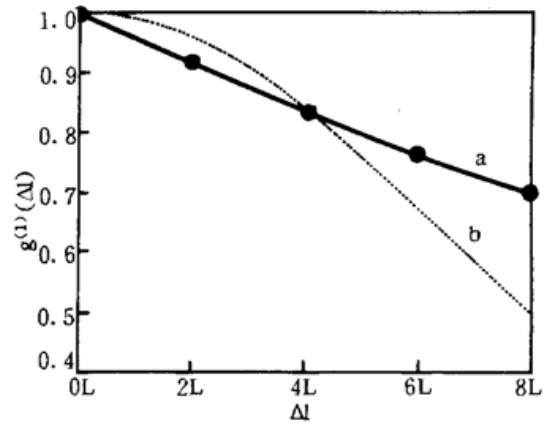


Fig. 2 The relationship between the degree of temporal coherence  $|g^{(1)}(\Delta l)|$  and the optical-path difference  $\Delta l$

Table 1.

$\Delta l$	$g^{(1)}(\Delta l)$				$\overline{g^{(1)}(\Delta l)}$	$\delta\nu_h$ (MHz)	$\delta\nu_s$ (MHz)
	measured values						
	1	2	3	4			
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	—	—
2L	0.914	0.927	0.905	0.915	0.915	17.9	94.8
4L	0.842	0.821	0.858	0.821	0.835	17.2	67.5
6L	0.777	0.762	0.747	0.755	0.760	17.5	55.5
8L	0.678	0.70	0.672	0.715	0.693	17.5	48.2

相应的平均值分别为  $\overline{\delta\nu_s} = 66.5$  MHz 和  $\overline{\delta\nu_h} = 17.3$  MHz。图 2 中的黑圆点为实验测量数据，即  $g^{(1)}(2kL)$  的平均实验值；实线(曲线 a)为取  $\overline{\delta\nu_h} = 17.3$  MHz 时，由(14)式拟合的理论曲线；虚线(曲线 b)为取  $\overline{\delta\nu_s} = 66.5$  MHz 时，由(13)式拟合的理论曲线。

由表 1 或图 2 所示的实验结果可以看出，由(14)式拟合的理论曲线与实验数据符合得很好。这表明双模气体激光的纵模线型函数为洛仑兹线型函数，而不是文献[5, 6, 8]所选用的高斯函数。对于腔长为  $L = 25$  cm 的双模 He-Ne 激光器，其纵模频宽  $\delta\nu_h$  约为 17 MHz。

### 4 分析和讨论

对于自由运转的双模 He-Ne 激光器，由于纵模频率的漂移效应，双纵模输出强度将随时间  $t$  按高斯增益曲线而变化，从而将引起输出光强  $I(t) (= I_1(t) + I_2(t))$  或输出功率的变化，也将引起干涉条纹极大  $I_{\max}(t)$  和极小  $I_{\min}(t)$  的变化。那么，纵模频率的漂移效应是否会影响  $g^{(1)}(\tau)$  的理论分析与干涉系统对比度  $V(\Delta l)$  的实验测量结果呢？

首先来讨论纵模频率漂移效应对  $g^{(1)}(\tau)$  的影响。由于中心频率分别为  $\nu_1(t)$  和  $\nu_2(t)$  的双模输出单色强度

$$I_1(t) = I_0 \exp \left[ -\frac{\ln 2}{\Delta\nu_b^2} (\Delta\nu_q - 2\Delta\nu(t))^2 \right] \quad (18)$$

和 
$$I_2(t) = I_0 \exp \left[ -\frac{\ln 2}{\Delta\nu_b^2} (\Delta\nu_q + 2\Delta\nu(t))^2 \right] \quad (19)$$

将随纵模频率漂移时  $\Delta\nu(t)$  而变化，故双模激光时间相干度  $g^{(1)}(\tau)$  的时谱将由下式给出(以洛仑兹线型为例)<sup>[7]</sup>

$$|g_s^{(1)}(t, \Delta l)| = \exp(-\pi\delta\nu_h\Delta l/c) [I_{21}^2(t) + I_{22}^2(t) + 2I_{21}(t)I_{22}(t) \cos(\pi\Delta l/c)]^{1/2} \quad (20)$$

式中  $I_{21}(t)$  和  $I_{22}(t)$  分别为  $t$  时刻双模输出的相对强度，由下式给出

$$I_{21}(t) = I_1(t)/[I_1(t) + I_2(t)], \quad I_{22}(t) = I_2(t)/[I_1(t) + I_2(t)], \quad (21)$$

由(20)式不难看出, 双模激光场中任一时空点的时间相干度  $g^{(1)}(t, \Delta)$  将随纵模漂移量  $\Delta\nu(t)$  而发生变化, 仅当  $\Delta = 2kL$  时, 由(20)式得到

$$|g_2^{(1)}(0, 2kL)| = \exp(-\pi\delta\nu_k 2kL/c) \quad (22)$$

(22)式表明, 仅在  $\Delta = 2kL$  处, 双模激光的时间相干度  $g^{(1)}(\tau)$  与纵模频率漂移效应  $\Delta\nu(t)$  无关。因此, 纵模频率漂移效应并不会影响有关  $\Delta = 2kL$  处  $g_2(\tau)$  的理论分析结果, 也不会影响本方法的测量原理。

其次来分析纵模频率效应对测量干涉条纹对比度  $V(\Delta)$  的影响。考虑到自由运转双模 He-Ne 激光器的纵模频率漂移效应, 则双模激光干涉场  $t$  时刻在时空点  $\Delta = 2kL$  处的迭加光强由下式给出<sup>[9]</sup>

$$I(t, 2kL) = I(t) + I_2(t) + \frac{2\sqrt{R}}{1+R} \cos[2\pi\nu_1(t)\Delta/c] [I_1(t) + I_2(t)] \quad (23)$$

相应的干涉极大与极小分别为

$$I_{\max}(t) = (1 + \frac{2\sqrt{R}}{1+R}) [I_1(t) + I_2(t)] \quad (24)$$

和

$$I_{\min}(t) = (1 - \frac{2\sqrt{R}}{1+R}) [I_1(t) + I_2(t)] \quad (25)$$

于是, 代入(15)式得到相应的干涉条纹对比度

$$V(2kL) = \frac{2\sqrt{R}}{1+R} \quad (26)$$

式中分束比  $R$  仅与光程差  $\Delta$  有关, 而与入射光强  $I(t)$  的起伏(也即纵模频率漂移效应  $\Delta\nu(t)$ ) 无关。因此, 虽然纵模频率漂移效应导致了双模激光输出光强  $I(t)$  ( $= I_1(t) + I_2(t)$ ) 和双模激光干涉场的干涉极大  $I_{\max}(t)$  和极小  $I_{\min}(t)$  的变化, 其强度起伏可达 12.5%<sup>[9]</sup>。但(26)式表明, 纵模频率漂移效应并不会影响  $\Delta = 2kL$  处的干涉条纹对比度  $V(2kL)$  的测量结果。

由上述理论分析与讨论可知, 尽管作者采用了自由运转的双模内腔 He-Ne 激光器, 但纵模频率漂移效应并不会影响本文的理论分析与实验测量结果。同时也表明, 本方法对自由运转的双模激光器仍然有效。

**结 论** 本文基于多模激光时间相干性  $g^{(1)}(\tau)$  的准周期性特点, 提出了一种观测多模气体激光纵模线型函数及其频宽的新方法——程差  $2kL$  法, 并以双模 He-Ne 激光器为例进行了实验观测与研究。结果表明, 对于自由运转的多模气体激光器, 其纵模线型为洛仑兹线型函数, 不受纵模频率漂移效应的影响, 但其纵模频宽则因纵模频率漂移效应的影响而被大大加宽, 从而为多模激光相干性的分析与讨论提供了可靠的实验依据。对于腔长为  $L = 25$  cm 的双模内腔 He-Ne 激光器, 其纵模频宽约为 17 MHz。进一步的理论分析与讨论表明, 自由运转激光的纵模频率漂移效应虽然会导致入射光强的起伏和双模激光场中干涉极大  $I_{\max}(t)$  和极小  $I_{\min}(t)$  的变化, 但不会影响  $\Delta = 2kL$  处干涉条纹对比度  $V(2kL)$  的实验测量和时间相干度  $g^{(1)}(2kL)$  的理论拟合。因此, 本方法不仅简便实用, 而且精度较高。

## 参 考 文 献

- [1] T. Morokuma, K. F. Neffen, Interference fringes with long path difference using He-Ne laser. *J. Opt. Soc. Am.*, 1963, **53**(3): 394~395
- [2] H. M. Smith, 全息学原理(中译本), 北京, 科学出版社, 1972: 132~141
- [3] 于美文编著, 光学全息及信息处理. 北京, 国防工业出版社, 1984: 110~112
- [4] 吕可诚, 吕云福, 气体激光的时间相干性. 量子电子学, 1987, **4**(1): 24~29
- [5] 葛万福, 熊秉衡, 大景深全息图的拍摄. 光学学报, 1985, **5**(7): 600~604
- [6] 陆同兴, 邹道发, 对多模气体激光器时间相干性的进一步讨论. 量子电子学, 1988, **5**(1): 25~31
- [7] 印建平, 双纵模 He-Ne 激光器稳频稳幅的时间相干时谱法. 光学学报, 1988, **8**(5): 397~403; *Chin Phys.*, 1990, **10**(1): 175~180
- [8] 耿纪宏, 张桂燕, 宋秀冬等, 高增益激光器的模式和时间相干性. 光学学报, 1994, **14**(5): 480~485
- [9] 印建平, 双模激光干涉场的基本特性及其在稳频稳幅中的可能应用. 量子电子学, 1993, **10**(2): 120~125
- [10] 印建平, 朱士群, 双模 He-Ne 激光器强度差的时谱特性及其在稳频稳幅中的可能应用. 量子电子学, 1993, **10**(4): 303~307

## Observation of Line-Shape Function and Its Frequency Width of Longitudinal Mode in a Multi-Mode Gas Laser

Yin Jianping      Fang Jianxing      Gao Weijian

(Department of Physics, Suzhou University, Suzhou 215006)

Wang Yuzhu

(Joint Laboratory for Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 11 May 1995; revised 12 June 1995)

**Abstract** According to the periodical property of temporal coherence  $g^{(1)}(\tau)$  in a multimode gas laser, a new method of observing the spectral line-shape function and its frequency width of longitudinal mode in a multi-mode laser is proposed in this paper. The investigation shows that the spectral line-shape function of longitudinal mode in the multi-mode gas lasers is Lorentz line-shape function, and relative frequency width of longitudinal mode is about  $10^7$  Hz.

**Key words** spectral line-shape function of longitudinal mode, frequency width of longitudinal mode, a multi-mode laser, temporal coherence,  $2kL$  method of the optical-path difference.