第16卷 第5期　　光　学　学　报　　Vol. 16, No. 5
1996年5月　　ACTA OPTICA SINICA　　May, 1996

电磁波在相对论稀薄电离波面上的反射角和透射角

屈卫星　余　玮　徐至展
（中国科学院上海光学精密机械研究所，上海 201800）

摘　要　对电磁波与相对论稀薄电离波面相互作用产生的反射角和透射角进行了研究。首先在波面参考系中根据电磁波在固定边界上的相位匹配条件，确定电磁波在静止电离波面上的反射角和透射角，并利用波矢和频率的相对论变换，导出了在实验室参考系中相应的反射角和透射角的表达式，最后对所得的结果作了进一步的讨论。

关键词　电离波面，　反射，　后向透射。

1　引　　言

当高功率激光脉冲在稀薄气体中传播时，可以将气体分子或原子迅速电离成等离子体，因此在激光脉冲的前沿形成一个与脉冲一同运动的气体-等离子体界面，即电离波面[1]。其运动速度为

$$V_{0} = c\sqrt{1 - \omega_p^2/\omega_d^2} \tag{1}$$

式中的 ω_p 和 ω_d 分别为等离子体中的电子振荡频率和驱动激光频率，c 为真空中光速。这种高速运动的电离波面可以作为一种相对论运动的反射镜，用来实现电磁脉冲的压缩和辐射频率的向上转换[2]，甚至是一种产生X射线和超短脉冲的新途径[3,4]。

这种运动的电离波面与一般的运动介质的表面有所不同：一般运动的介质表面是连同其后的介质一起运动的，而运动电离波面前后的气体和等离子体却都是静止的，它们不随电离波面一起运动，所以尽管电离波面是运动的，但它并不具有动能。经相对论运动的电离波面反射后的波从电离波面上得不到任何附加的能量，尽管反射波的频率有相当大的上移，即光子的能量有较大的增加，但根据能量守恒的要求光子的数量却会大幅度地减少，也就是就反射的光子数目是不守恒的，所以脉冲经电离波面反射后能量会相应减小。因此为了提高反射效率，通常要求电离波面是稠密的(overdense)，也就是说，在电离波面静止的参考系观测，与电离波面临界密度相对应的等离子体频率必须高于入射波的频率[5]。但是由于多普勒效应，在电离波面静上的参考系中观测到的入射波的频率比实际频率高的多，因此要获得高密度的电离波面尚存在许多困难。近来有人认为在稀薄的(underdense)电离波面上仍可实践电磁波的频率上移和辐射脉冲的压缩[6]。对于稀薄的电离波面，会有相当部分的入射波透过电离波

收稿日期：1995年6月12日

面进入等离子体内部，并在等离子体内部同时激发多种不同模式的电磁波，因此电磁波在稀薄电离波面上的反射和透射实际上属于多种模式电磁波的边值问题。对于这类问题的研究着重要解决以下两个方面的问题：1）确定反射波和透射波的传播方向(即反射角和透射角对入射角的依赖关系)。2）计算反射系数和透射系数(即反射场强和透射场强与入射场强之比)。本文主要解决第一问题，对于反射系数和透射系数作者在后继的文章中再做进一步的讨论。

2 理论分析

由电磁场理论可知，反射角和透射角可根据电磁波在界面上的相位匹配条件来确定，由于强激光驱动的电离波面是高速运动的相对论界面，所以相位匹配条件要涉及到参考系的选取问题。通常采用的参考系有两种：1）与电离波面一起运动的波面参考系 $\sum'$，在该参考系中，界面两侧的气体(位于 $x'<0$ 区域)和等离子体(位于 $x'\geqslant 0$ 区域)均以速度 $\boldsymbol{V}'=V_0\boldsymbol{e}_x$ 运动，因此可用固定界面上的相位匹配条件来处理；2）实验室参考系 $\sum$，在该参考系中、电离波面是以速度 $\boldsymbol{V}=-V_0\boldsymbol{e}_x$ 运动的，而气体和等离子体却都是整体静止的，所以要采用运动界面上的相位匹配条件来处理。由于在以后计算反射和透射系数时采用固定边界条件较为容易，因此本文先在波面参考系中求解出反射角和各种模式的透射角，然后再通过相对论变换得到实验室参考系中相应的结果。

由于在波面参考系 $\sum'$ 中电离波面(设为 $x'=0$ 的平面)是静止的，所以反射波和其它各种模式透射波的频率均与入射波的频率 $\omega_i'(=\omega')$ 相同，但由于电离波面两侧的气体和等离子体均是以速度 $\boldsymbol{V}_0=V_0\boldsymbol{e}_x$ 同向运动的，因此还要考虑介质的定向运动对电磁波传播的影响。若气体是极稀薄的，可忽略气体对电磁波传播的影响，将 $x'<0$ 的区域视为真空，但是位于 $x'\geqslant 0$ 区域的等离子体，无论其密度如何小，都会对电磁波的传播产生一定的影响，因此在等离子体内部的透射波必须是整体定向运动的等离子体中可能出现的电磁场模式。设入射波是偏振方向垂直于入射平面($X'O'Y'$ 坐标平面)的 s 偏振单色波，则由电磁场的连续性要求，透射波的偏振方向也应是垂直于 $X'O'Y'$ 平面的。另外若等离子体的整体定向运动速率 V_0 远大地等离子体中电子的热运动速率，则可视等离子体为冷等离子体。由等离子体流体方程和麦克斯韦(Maxwell)方程可知，在流动的冷等离子体可存在如下两种 S 偏振的电磁场模式

$$\omega'=\boldsymbol{k}'_m\cdot\boldsymbol{V}'_0,\qquad \omega'^2=k_t'^2c^2+\omega_p^2 \tag{2}$$

其中等离子体频率 $\omega_p=\sqrt{4\pi n_0e^2/m}$ 为相对论不变量。所以在 $x'\geqslant 0$ 的区域应同时考虑这两种透射波。由于反射波和透射波的频率均与入射波的频率相等，所以在电离波面上相位匹配条件为[7]

$$\boldsymbol{k}_i'\cdot\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{k}_r'\cdot\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{k}_t'\cdot\boldsymbol{r}'=\boldsymbol{k}_m'\cdot\boldsymbol{r}' \tag{3}$$

该式对电离波面($Y'O'Z'$ 坐标平面)上的任一矢量 $\mathbf{r}'$ 都是成立的，故将 $\boldsymbol{r}'=y'\boldsymbol{e}_y+z'\boldsymbol{e}_z$ 代入(3)式，并根据入射面为 $X'O'Y'$ 的假设可得到

$$k_{iy}'=k_{ry}'=k_{ty}'=k_{my}',\qquad k_{iz}'=k_{rz}'=k_{tz}'=k_{mz}'=0 \tag{4}$$

即各波的波矢均位于入射平面。按通常的方式定义入射角 θ_i'，反射角 θ_r' 和透射角 θ_t'、θ_m'，并将 $k_i'=k_r'=\omega'/c$ 和(2)式代入，解出反射角和透射角

$$\theta_r'=\theta_i',\qquad \theta_m'=\operatorname{arctg}\,(\beta\sin\theta_i'),\qquad \theta_t'=\operatorname{arctg}\frac{\sin\theta_i'}{\sqrt{1-\omega_p^2/\omega'^2-\sin^2\theta_i'}}, \tag{5}$$

其中 $\beta=V_0/c$。由上式不难看出：1）在波面坐标系 $\sum'$ 中反射角 θ_r' 始终等于入射角 θ_i'。2）由于

透射角 θ_t' 应为实数，所以对于 $\omega'^2 = k_t'^2c^2 + \omega_p^2$ 模式的透射波，存在一个最大入射角 $\theta_c = \arcsin(\sqrt{1-\omega_p^2/\omega'^2})$，当入射波以大于 θ_c 的角度入射时，该模式的透射波便会从等离子体中消失。3) 对于 $\omega' = \boldsymbol{k}_m' \cdot \boldsymbol{V}'$ 模式的透射波，存在一个最大透射角 $\theta_m = \mathrm{arctg}\,(\beta)$，无论入射波以何角度入射，该模式的透射角 θ_m' 永远不会大于入射角 θ_i。4) 无论入射波以何角度入射，只要等离子体是整体定向运动的(即 $\beta \neq 0$)，就至少会有的一种模式的透射波进入等离子体，也就是说总会有一部分入射波的能量进入等离子体内部，根据能量守恒定律，反射系数始终小于 1，所以在任何情况下都不会出现的全反射。

为了得到实验室参考系中相应的角度，可利用电磁场波矢和频率的洛伦兹变换[8]

$$k_x = \gamma\left(k_x' - \frac{V_0}{c}\omega'\right),\qquad k_y = k_y',\qquad k_z = k_z',\qquad \omega = \gamma(\omega' - V_0k_x') \tag{6}$$

将实验室中各角度的观测值用波面坐标系中相应的角度来表示，即

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{tg}\,\theta_i = \frac{k_{iy}}{k_{ix}} = \frac{\sin\theta_i'}{\gamma\,(\cos\theta_i' - \beta)},\qquad \mathrm{tg}\,\theta_r = \frac{k_{ry}}{-k_{rx}} = \frac{\sin\theta_r'}{\gamma(\cos\theta_r' + \beta)},\\
&\mathrm{tg}\,\theta_t = \frac{k_{ty}}{k_{tx}} = \frac{\sqrt{1-\omega_p^2/\omega'^2}\,\sin\theta_t}{\gamma(\sqrt{1-\omega_p^2/\omega'^2}\cos\theta_t - \beta)},\qquad \mathrm{tg}\,\theta_m = \frac{k_{my}}{k_{mx}} = \gamma\,\mathrm{tg}\,\theta_m
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

其中 $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$。由(6)式不难看出，波面坐标系中的 $\omega' = \boldsymbol{k}_m' \cdot \boldsymbol{V}_0$ 模式的透射波变换成实验室坐标系中的静磁场模(即 $\omega_m = 0$)。将(5)式代入(7)式消去 θ_r'，θ_t' 和 θ_m'，再将波面参考系 $\sum'$ 中的入射频率 ω' 和入射角度 θ_i' 用实验室参考系 $\sum$ 中的入射频率 ω_i 和入射角 θ_i 来表示，经过化简整理最终得到

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{tg}\,\theta_r = \frac{(1-\beta^2)\sin\theta_i}{(1+\beta^2)\cos\theta_i + 2\beta},\qquad \mathrm{tg}\,\theta_m = \frac{\beta\sin\theta_i}{1+\beta\cos\theta_i},\\
&\mathrm{tg}\,\theta_t = \frac{\sin\theta_i\left[(1+\beta\cos\theta_i) + \sqrt{(\beta+\cos\theta_i)^2 - N/\gamma^2}\,\right]}{(\beta+\cos\theta_i)^2 - \beta^2\sin^2\theta_i - N},
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

式中 $N = \omega_p^2/\omega_i^2$ 可定义为无量纲等离子体密度。由(8)式可得出结论：1) 在实验室参考系 $\sum$ 中，反射角 θ_r 与入射角 θ_i 不再相等，并且永远小于入射角，这是由于多普勒效应使得沿电离波面运动方向的频率增量最大，因此反射波的波矢沿该方向上的分量也就最大。当平行入射($\theta_i = \pi/2$)时，相应的最大反射角 $\theta_r = \mathrm{arctg}\,(1-\beta^2)/2\beta$。2) 由于入射波的非垂直入射($\theta_i \neq 0$)，静磁场模不仅沿纵向(平行于电离波面的运动方向)是周期的，而且沿横向也是周期变化的，纵横两方向上的空间周期之比等于 $\beta\sin\theta_i/(1+\beta\cos\theta_i)$，其最大值为 β。并且无论等离子体密度是否超过临界密度 $N_{cr}(\theta_i) = \gamma^2(\beta+\cos\theta_i)^2$，入射波以任何角度入射，都会在等离子体内激发起空间周期变化的静磁场。3) 由于透射角 θ_t 应为实数，所以要求等离子体密度 N 必须小于 $N_{cr}(\theta_i)$，透射波才可在等离子体中传播，若 $N > N_{cr}$，则进入等离子体的透射波会迅速衰减。4) 由于电离波面是沿驱动激光束方向运动的，等离子体的区域沿该方向随时间增大，所以透射波不再只局限于 $0 \geqslant \theta_t \geqslant \pi/2$ 的范围内传播，也可以沿 $\theta_t > \pi/2$ 的角度传播，形成所谓的后向透射波[6]，由(8)式可知，后向透射波对应的等离子体密度 N 满足

$$(\beta+\cos\theta_i)^2 - \beta^2\sin^2\theta_i < N < \gamma^2(\beta+\cos\theta_i)^2 \tag{9}$$

即后向透射波出现在等离子体的高密度区域端。

结　论　在波面参考系 $\sum'$ 中，由于电离波面是静止的，电磁波经电离波面反射和透射后，反射角始终等于入射角；当入射角大到一定程度时，$\omega'^2 = k_t'^2c^2 + \omega_p^2$ 模式透射波会从等离子体中

消失，而 $\omega' = k'_n \cdot V'$ 模式的透射波，无论入射波以何角度入射，只要电离波面后的等离子体是整体沿波面法线方向运动的，就一定会在等离子体中出现，但该模式的透射角始终限制在 $0 \leqslant \theta'_n < \mathrm{arctg}\,\beta$ 范围内。在实验室参考系 Σ 中，由于电离波面为相对论运动界面，因此由多普勒效应导致反射角 θ_r 永远小于入射角 θ_i，并且限制在 $0 \leqslant \theta_r \leqslant \mathrm{arctg}\,[(1-\beta^2)/2\beta]$ 范围；在非垂直入射的情况($\theta_i \neq 0$)下，静磁场模沿纵横两方向上的周期之比为 $\beta \sin\theta'_i/(1+\beta\cos\theta'_i)$；只有当等离子体密度小于临界密度 $N_{cr}(\theta_i)$ 时，透射波才可在等离子体中出现，当等离子体密度小于 $N_0 = (\beta+\cos\theta_i)^2 - \beta^2\sin^2\theta_i$ 时，透射波为通常的前向透射波，而当 $N_0 < N < n_{cr}$ 时，便会出现后向透射波。

参 考 文 献

[1] H. C. Kepteyn, M. M. Murnane, Relativistc pulse compression. *J. Opt. Soc. Am.* (*B*), 1991, **8**(7): 1657～1662

[2] M. Lampe, E. Ott, J. H. Walker, Interaction of electromagnetic waves with a moving ionization front. *Phys. Fluids*, 1978, **21**(1): 42～54

[3] W. B. Mori, The generation of tunable radiation using a relativistic ionization front. *Bull Am. Phys. Soc.*, 1989, **34**(9): 2096

[4] P. Sprange, E. Esatey, A. Ting, Nonlinear interaction of intense laser pulse in plasma. *Phys. Rev.*, 1990, **41**(8): 4463～4469

[5] S. C. Wilks, J. M. Dawson, W. B. Mori, Frequency up-conversion of electromagnetic radiation with use of an overdense plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, **61**(3): 337～340

[6] W. B. Mori, Geneation of tunable radiation using an underdense ionization front. *Phys. Rev.* (*A*), 1991, **44**(8): 5118

[7] H. C. Chen, *Theory of Electromagnetic Waves*, New York, McGraw-Hill, 1983,

The Reflection and Transmission Angles of Electromagnetic Wave on a Relativistic Underdense Ionization Front

Qu Weixing Yu Wei Xu Zhizhan

(*Shanghai Institue of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

(Received 12 June 1995)

Abstract The angles of reflection and transmission from interaction of electromagnetic waves with a relativistic underdense ionization front are investgated. First, according to a phase-matching condition of electromagnetic wave on the stationary boundary surface, we find the refelection and transimission angles in the front system with a static ionization front. Then using the transformations of wave vector and frequency we get the corresponding angles in the laboratory system in which the ionization front is moving at relativistic speed. The obtained results are discussed.

Key words underdense ionization front, reflection, backward transmission.