

激光等离子体中由共振吸收诱发的高次谐波

余 伟 徐 远 沈百飞 倪卫星 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 用电容器模型计算了激光打靶过程中由共振吸收诱发的高次谐波, 并在此基础上讨论了超短脉冲强激光的高次谐波作为一种短波长相干辐射源的可能性。

关键词 高次谐波, 共振吸收。

激光打靶过程中发出的各次谐波历来是激光等离子体诊断的重要依据^[1, 2]。最近几年随着超短脉冲激光的发展, 激光高次谐波作为一种可能的短波长相干辐射源受到普遍关注^[3, 4]。

激光-等离子体相互作用的多种物理过程均能导致谐波发射, 其中研究较多的是共振吸收诱发的谐波。在共振吸收中, 斜向入射的 p 偏振激光位于等离子体密度梯度方向的电场分量在临界点(那里的等离子体频率 ω_p 等于激光频率 ω) 附近激发电子等离子体振荡。由于共振及等离子体密度梯度的存在, 这种振荡具有很强的局域性及非线性特征, 它们集中在临界点附近形成尖锐的共振峰, 振荡所包含的各种非线性成分导致了相应的谐波。

考虑到临界密度附近的非线性电子等离子体振荡是静电性的, 而谐波场本身在其波源区也具有静电态场的特征, 因此 Grebogi 等^[2]提出用下列方程组描述这种振荡。

$$\begin{aligned} (\partial/\partial t + \nu\partial/\partial x)v &= -(e/m)(E + E_d) - \nu v, \\ \partial n/\partial x + \partial(nv)/\partial x &= 0, \quad \partial E/\partial x = -4\pi e(n - n_0) \end{aligned} \quad (1)$$

式中 E , n , v 分别为电场、电子密度及电子运动速度, n_0 为等离子体密度, E_d 为驱动场, ν 为阻尼率。这组方程描述了一维不均匀等离子体在驱动场 E_d 作用下的电子响应。在共振吸收中, 驱动场可表示为:

$$E_d(r, t) = E_d(x) \exp[-i(\omega t - k_y y)], \quad (2)$$

式中 $k_y = k_0 \sin \theta_0$, $k_0 = \omega/c$ 为激光波数, ω , θ_0 为激光频率及入射角。将 E , v , n 展开为:

$$\begin{aligned} E(r, t) &= \sum_s E_s(x) \exp[-is(\omega t - k_y y)], \quad v(r, t) = \sum_s v_s(x) \exp[-is(\omega t - k_y y)], \\ n(r, t) &= n_0(x) + \sum_s n_s(x) \exp[-is(\omega t - k_y y)] \end{aligned} \quad (3)$$

并代入方程(1)可分离得到一系列对应于不同频率的方程组, 其中的基频方程组为:

$$-i\omega v_1 = -(e/m)(E_1 + E_d) - \nu v_1, \quad -i\omega E_1 = 4\pi e n_0 v_1, \quad \partial E_1/\partial x = -4\pi e n_1 \quad (4)$$

频率为 $s\omega$ ($s \geq 2$) 方程组为:

$$\begin{aligned}
 -i s \omega v_s + \sum_{j=1}^{s-1} \frac{\partial v_j}{\partial x} v_{s-j} &= -\frac{e}{m} E_s, \\
 -i s \omega E_s &= 4 \pi e n_0 v_s + 4 \pi e \sum_{j=1}^{s-1} n_j v_{s-j}, \quad \partial E_s / \partial x = -4 \pi e n_s
 \end{aligned} \quad (5)$$

由基频方程组式可解得:

$$v_1 = e E_s / i \omega m \epsilon_1, \quad n_1 = -\frac{1}{4 \pi e n_c} \frac{\partial}{\partial x} (n_0 E_s / \epsilon) \sim \frac{n_c}{i \omega} \frac{\partial}{\partial x} v_1 \quad (6)$$

式中 n_c 为临界密度,

$$\epsilon_1 = 1 - n_0 / n_c + i v / \omega = x / L + i v / \omega \quad (7)$$

为基频波的复介电系数, $v \ll \omega$ 。本文假定等离子体冕区的密度轮廓以 L 为定标长度呈线性分布。(6) 式中的 $1/\epsilon_1$ 因子集中地反映了基频振荡的空间分布特征, 它描述了峰值为 $v_s / (v/\omega)$, 半宽度为 $(v/\omega)L$ 的局域共振峰。与 $1/\epsilon_1$ 相比, E_s 及 n_0 均为 x 的缓变量, 可由其在临界点的值替代。这就是共振吸收研究中常用的电容器模型。由该模型给出的共振吸收系数^[5]:

$$f_{\text{res}} = I_{\text{abs}} / I_0 = \pi k_0 L E_s^2 / E_0^2 \quad (8)$$

式中 I_{abs} 为吸收能流, $I_0 = \frac{c}{8\pi} |E_0|^2$ 为入射激光强度。将同样的原则应用于频率为 $s\omega$ 的方程组(5)式可求得:

$$\left. \begin{aligned}
 v_s &= \frac{1}{i(s-1)\omega} \sum_{j=1}^{s-1} v_{s-j} \frac{\partial}{\partial x} v_j = -i a_s \omega L (e E_s / m \omega^2 L)^s \epsilon_1^{1-2s} \\
 n_s &= (n_c / i \omega) (\partial v_s / \partial x)
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

系数 a_s 可将 $a_1 = 1$ 代入

$$a_s = \frac{1}{(s-1)} \sum_{j=1}^{s-1} (2j-1) a_j a_{s-j} \quad (10)$$

逐次推出。至此, 本文计算了共振吸收中位于临界点附近的非线性电子等离子体振荡。

s 次谐波的磁场分量所满足的波动方程为:

$$\nabla^2 B_s - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} B_s = -\frac{4\pi}{c} \nabla \times j_s \quad (11)$$

高次谐波实验所用的入射激光一般包括 p 偏振及 s 偏振两种成分, 这有助于增强谐波转换率^[2]。在混合偏振条件下, s 次横向电流

$$j_s = -e n_{s-1} u_1 \quad (12)$$

是 s 次谐波的主要波源, 其中 n_{s-1} 为 p 偏振光造成的频率为 $(s-1)\omega$ 的纵向的电子密度扰动, u_1 为 s 偏振光造成的横向的电子振荡速度。本文用 u 、 v 来区分横向及纵向速度。由于 n_{s-1} 集中在临界点附近, u_1 应取其在临界点的值。众所周知, s 偏振光进入等离子体后在 $n_c \cos^2 \theta_0$ 处反射, 其振幅较真空中增大(约 3.6 倍), 然而在反射点与临界点之间振幅又呈指数衰减, 考虑到这两种因素, 为简化计算, 本文将(12)式中的 u_1 直接取为真空中的振荡速度。若波源区的线度远小于谐波波长, 则在距靶面足够远处, 方程(11)的解可表示为

$$B_s(x) \sim \frac{2\pi i}{s\omega \cos \theta_0} \exp(i s k_x x) \int_{-\infty}^L \frac{\partial}{\partial x'} j_s dx' \quad (13)$$

式中 $k_x = k_0 \cos \theta_0$ 。如将谐波转换率定义为谐波强度与 s 偏振光强度之比, 由上式可解得

$$\eta_s = \left[\frac{2s-3}{2s} \frac{a_{s-1}}{\cos \theta_0} \right]^2 (v_0^2 / c^2)^{s-1} (f_{\text{res}} / \pi)^{s-1} (k_0 L)^{3(1-s)} \quad (14)$$

$$\eta_s/\eta_{s+1} = \left[\frac{(s+1)(2s-3)}{s(2s-1)} \frac{a_{s-1}}{a_s} \right]^2 (v_0/c)^{-2} (f_{res}/\pi)^{-1} (k_0 L)^3 \quad (15)$$

式中 $v_0 = e|E_0|/m\omega$ 。图 1 画出了 $v_0/c = 0.09$ (相当于 $I_0 \lambda^2 = 10^{16} \text{ W}\mu\text{m}^2\text{cm}^{-2}$)， $L = 0.1 \lambda$ 时的谐波转换率，其中 I_0 为 p 偏振光的光强， λ 为激光波长，共振吸收系数取其最大值 $f_{res} = 0.5$ ，相应的入射角由 $(k_0 L)^{1/3} \sin \theta_0 = 0.8$ 推算。

由等离子体膨胀造成的冕区标尺长度：

$$L = c_s \tau = 0.22 \tau \sqrt{T_e} \text{ (}\mu\text{m)} \quad (16)$$

式中 τ 为激光脉宽以 ps 为单位， T_e 为等离子体温度以 keV 为单位， $c_s = \sqrt{ZT_e/m_i}$ 为离子声速。在共振吸收中，位于临界点附近的共振峰可导致对等离子体密度轮廓的修正，修正后的等离子体标尺长度^[6]

$$L/\lambda = 9.6 \times 10^{17} T_e^{1/4} (I_0 \lambda^2)^{-0.64} \quad (17)$$

其中 I_0 以 Wcm^{-2} 为单位， λ 以 μm 为单位。由于(14)式中的 v_0^2/c^2 正比于 $I_0 \lambda^2$ ，而修正后的等离子体标尺长度也依赖于 $I_0 \lambda^2$ ，相同的 $I_0 \lambda^2$ 应造成相似谐波频谱。在现有的长脉冲激光的谐波实验中， 10^{16} Wcm^{-2} 量级的钕玻璃激光 ($1.06 \mu\text{m}$) 的谐波谱与 10^{14} Wcm^{-2} 量级的 CO_2 激光 ($10.6 \mu\text{m}$) 的谐波谱相似。(参看图 2, 该图摘自文献[1]) 在长脉宽的 CO_2 激光打靶实验中，业已观察到高达数十次的谐波。对于较高次谐波，谐波转换率几乎随谐波次数线性下降，且其下降梯度随光强增大而减小，在频谱图上形成平台。这些现象可由(15)式解释：在 s 较大时， $(s+1)(2s-3)/s(2s-1)$ 趋于 1， a_{s-1}/a_s 趋于 $1/4$ ，故相邻级次的谐波转换率趋于一定值，该定值正比于 $(v_0/c)^{-2}$ 即随 $I_0 \lambda^2$ 的增大而减小并趋于 1。

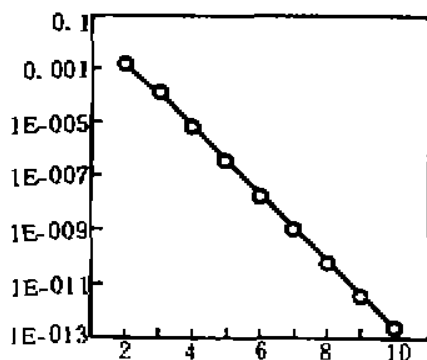


Fig. 1 Conversion coefficient of high-order harmonics for $v_0/c = 0.09$, $L = 0.1 \lambda$, $f_{res} = 0.5$

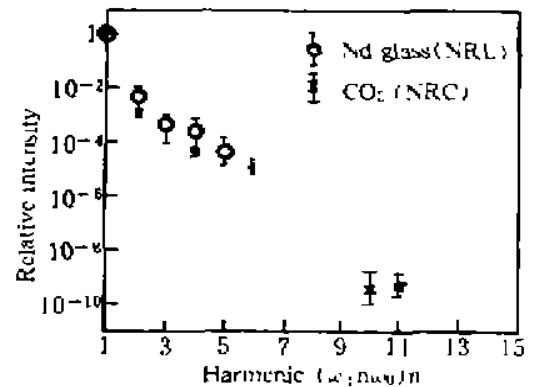


Fig. 2 Replot of the data presented in Ref. 1 of the observed conversion efficiency of harmonic light normalized to the fundamental laser backscattered light for several harmonic orders. Note the nearly linear falloff of the conversion efficiency with harmonic order. These data were taken for I (W/cm^2) λ^2 (μm) $\sim 10^{16}$

CO_2 激光的高次谐波除用于等离子体诊断外，作为短波长相干辐射源的意义不大。就波长而言，钕玻璃激光的二次谐波即相当于 CO_2 激光的 20 次谐波，而 KrF 激光的二次谐波则相当其 80 次谐波。随着激光技术的发展，超短脉冲强激光造成的高次谐波引起了人们的重视。在超短脉冲强激光的辐照下，共振峰的局域性及非线性特征十分显著，因而可以考虑用波长较短的激光打靶以获得波长更短的相干辐射源。事实上，在 1 ps 以下的短脉冲激光打靶

过程中因等离子体膨胀而形成的冕区标尺长度仅为十分之一波长量级(相比之下,密度轮廓修正不倒那么重要),而要达到图 1 中的 $r_0/c = 0.09$,对于钕玻璃激光要求 $I_0 = 10^{16}$ Wcm^{-2} ,对于 KrF 激光要求 $I_0 = 1.6 \times 10^{17}$ Wcm^{-2} ,这是现在的激光技术完全可以达到的。

正如 Brunel 所指出^[7],在 $r_0/c > k_c L$ 时通常的共振吸收理论即不再适用,而在 $I_0 \lambda^2 > 10^{14}$ $\text{W} \mu\text{m}^2\text{cm}^{-2}$ 时更需计及相对论效应。计算机粒子模拟表明,在这种极端条件下,高次谐波发射十分可观,其相应的物理机制有待于在新理论的基础上进一步探索。

参 考 文 献

- [1] R. L. Carman, C. K. Rhodes, R. F. Benjamin, Observation of harmonics in the visible and ultraviolet created in CO_2 -laser-produced plasmas. *Phys. Rev. (A)*, 1981, **24**(5): 2649~2662
- [2] C. Grebogi, V. K. Tripathi, H. H. Chen, Harmonic generation of radiation in a steep density profile. *Phys. Fluids*, 1983, **26**(7): 1904~1908
- [3] S. C. Wilks, W. L. Kruer, W. B. Mori, Odd harmonic generation of ultra-intense laser pulses reflected from an overdense plasma. *IEEE Trans. on Plasma Science*, 1993, **PS-21**(1): 120~124
- [4] P. Gibbon, Coherent 'water-window' X-ray generation by reflection of intense fs laser pulses from solids. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(1): 50~53
- [5] W. L. Kruer, *The Physics of Laser Plasma Interactions*, Addison-Wesley Publishing Company, California, 1987
- [6] Wei Yu, Zhizhan Xu, Plasma-wave excitation in an expanding plasma with a self-consistently steepened density profile. *Phys. Rev. A*, 1987, **36**(1): 285~288
- [7] F. Brunel, Not-so-resonant, resonant absorption. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **59**(1): 52~55

High-Order Harmonics Induced by Resonance Absorption in Laser-Produced Plasmas

Yu Wei Xu Yuan Shen Baifei Qu Weixing Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 12 June 1995)

Abstract High-order harmonics induced by resonance absorption in a laser-irradiated target is calculated by using a capacitor model. The possible application of the high-order harmonics of ultrashort intense laser pulse as a source of short-wavelength coherent radiation is discussed upon calculated results.

Key words high-order harmonics, resonance absorption.