

强激光场高次谐波的两能级原子模型

李学信 徐至展 黎忠 韩申生

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 利用两能级原子模型, 通过直接求解含时薛定谔方程得到了强激光场中的高次谐波谱, 和实验中观察到的谐波谱相似。这种模型可用于研究激光强度、激光频率以及介质的电离能等因素对高次谐波的影响。

关键词 两能级原子模型, 强激光场, 高次谐波, 含时薛定谔方程。

1 引 言

八十年代中期, 由于短脉冲大功率激光器件的出现, 强场物理研究应运而生。其中, 强场高次谐波是强场物理研究的重要内容之一。从目前的实验结果来看, 用钕玻璃激光($\lambda = 1053 \text{ nm}$)已观察到 135 次谐波^[1], 对应的波长约为 7.9 nm, 用钛宝石激光($\lambda = 806.5 \text{ nm}$)已观察到 109 次谐波^[2], 对应的波长约为 7.4 nm, 而在整个谐波谱中有一段各次谐波强度大致相同的平台区。因此, 高次谐波可能成为实用的超紫外及软 x 射线的重要来源。如何从理论上解释这些现象, 已经提出了多种理论模型, 如半经典理论^[3]、Floquet 理论^[4]、一维含时薛定谔方程直接求解^[5]和三维含时薛定谔方程直接求解理论^[6], 这些理论都在一定程度上成功地解释了高次谐波现象, 但是比较复杂, 而且只能用计算机进行数字求解。文献[7,8]指出用两能级原子模型也能模拟高次谐波, 这里关键问题是如何选取这两个能级, 否则难以模拟出某些参数对高次谐波谱的影响。而文献[7,8]对这个问题没有说明, 本文将通过如何选取这两个能级以及如何计算谐波谱, 显示出两能级原子模型的实用性和简单性。

2 两能级原子模型及薛定谔方程

人们已经认识到高次谐波只能是由那些吸收多个光子而后再回到初始态的电子产生的^[9], 虽然中间能级也可能产生谐波, 但对高次谐波而言只能是由远离基态而未电离的态到基态的跃迁产生的, 因此, 可以忽略中间能级而只取基态 $|0\rangle$ 和另一个远离基态而未电离的近电离态 $|1\rangle$ 两个能级来模拟高次谐波。 $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ 是两个本征态, 满足正交归一化条件。采用单电子原子模型, 电子在任意时刻的状态波函数可用两个本征态的叠加表示,

$$|\psi(t)\rangle = a_0(t)|0\rangle + a_1(t)|1\rangle. \quad (1)$$

式中 $a_0(t)$ 和 $a_1(t)$ 分别为电子在基态和近电离态出现的几率振幅。把基态的能量选为 $E_0 = 0$,

近电离态的能量选为 E_1 。含时薛定谔方程为:

$$i\partial\psi(x,t)/\partial t = (H_0 + xE\cos\omega t)\psi(x,t). \quad (2)$$

式中 H_0 为本征哈密顿量, E 为电场振幅, ω 为激光频率。把(1)代入(2)可得

$$i[\partial/(\partial t)a_0(t)|0\rangle + \partial/(\partial t)a_1(t)|1\rangle] = E_1a_1(t)|1\rangle + xE\cos\omega t[a_0(t)|0\rangle + a_1(t)|1\rangle]. \quad (3)$$

上述公式中 $\hbar = m = \hbar = 1$ 为原子单位, 而能量以激光频率 ω 为单位。利用 $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ 的正交归一化条件由(3)式可得:

$$\partial a_0(t)/\partial t = -iVa_1(t)\cos\omega t \quad \partial a_1(t)/\partial t = -iE_1a_1(t) - iVa_0(t)\cos\omega t \quad (4)$$

其中 $V = \langle 0|x|1\rangle = \langle 1|x|0\rangle = dE$ 为拉比频率, d 为电偶极矩。高次谐波的获得是先求出含时电偶极矩的期待值 $d(t)$, 即:

$$d(t) = \langle \psi(t)|V|\psi(t)\rangle, \quad (5)$$

然后经傅里叶变换求出各级 $d(q\omega)$, $|d(q\omega)|^2$ 就是 q 次谐波强度。把(1)式代入(5)式可得:

$$d(t) = V[a_0^*(t)a_1(t) + a_0(t)a_1^*(t)]. \quad (6)$$

3 方程的求解及高次谐波的获得

对(6)式进行时间求导并利用(4)式可得

$$\partial d(t)/\partial t = -iE_1V[a_0^*(t)a_1(t) - a_0(t)a_1^*(t)]. \quad (7)$$

对(7)式求导并利用(4)、(6)、(7)式可得:

$$\partial^2 d(t)/\partial t^2 + E_1^2 d(t) = 2E_1V^2(|a_1(t)|^2 - |a_0(t)|^2)\cos\omega t = 2E_1V^2P(t)\cos\omega t. \quad (8)$$

其中 $P(t) = |a_1(t)|^2 - |a_0(t)|^2$ 为反转粒子数。对 $P(t)$ 求导数然后利用(4)式可得:

$$\partial P(t)/\partial t = -\langle 2/E_1\rangle\cos\omega t\partial d(t)/\partial t \quad (9)$$

对 $P(t)$ 、 $d(t)$ 进行傅里叶展开:

$$P(t) = \sum_q P_q \exp(iq\omega t), \quad d(t) = \sum_q d_q \exp(iq\omega t). \quad (10)$$

其中 $P_q = P(q\omega)$, $d_q = d(q\omega)$ 为不含时间的系数。由于采用电偶极矩近似, q 只能取奇数, 由(8)、(9)、(10)三式可得:

$$qP_q = -(1/E_1)[(q-1)d_{q-1} + (q+1)d_{q+1}], \quad (11)$$

$$(-q^2\omega^2 + E_1^2)d_q = E_1V^2(P_{q-1} + P_{q+1}). \quad (12)$$

把(11)式代入(12)式, 当 $q \geq 3$ 时可得:

$$z_q = \frac{-(q-2)/(q-1)}{2q^2/(q^2-1) + (E_1^2 - q^2\omega^2)/V^2 + (q+2)z_{q-2}/(q+1)}. \quad (13)$$

其中 $z_q = d_q/d_{q-2}$ 。对上式中只要取一个适当的 q 值, 然后令 $d_{q+2} = 0$ 就可以求出所有 d_q/d_1 的比值, 由 $|d_q|^2$ 可得到高次谐波的相对强度频谱。分别调节 ω 、 V 、 E_1 , 可以用来研究激光频率、激光强度以及介质的电离能对高次谐波的影响。图 1 为分别取 $E_1 = 10\omega$ 、 $V = 10\omega$ 和 $E_1 = 10\omega$ 、 $V = 30\omega$ 两种激光强度下的谐波谱, 从中可以看出都有平台区的出现, 但光强较大时, 可得到

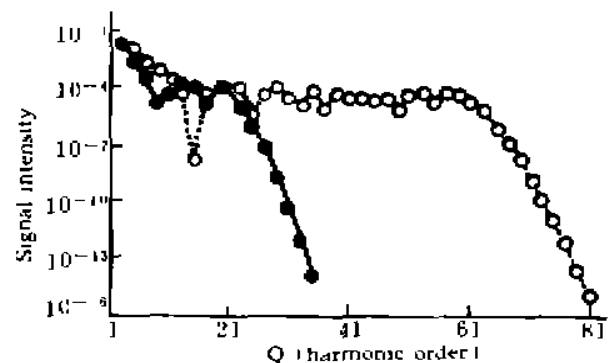


Fig. 1 Harmonic spectra. The laser intensities are $V = 10\omega$ for the solid circle, $V = 30\omega$ for the open circle

更高的谐波频率以及更长的平台区,可见高次谐波是强激光场的必然结果。

结束语 虽然用两能级原子模型对薛定谔方程精确求解得到了谐波谱图,但由于所选两能级原子本身就是一种近似,因此和其它方法一样也是一种近似模拟。它能模拟出高次谐波的特点,和其它理论方法一样只能说明高次谐波是强激光场的普遍现象,而不是由于某种特殊条件下才产生的。用两能级原子模型非常简单直观地模拟了高次谐波,揭示了强场高次谐波的内在本质,因此可以认为两能级原子模型是一种合理的近似模拟方法。

参 考 文 献

- [1] Anne L'Huillier, Ph. Balcou, High-order harmonic generation in rare gases with a 1-ps 1053 nm laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 70(6): 774~777
- [2] J. J. Macklin, J. D. Kemetec, C. L. Gordon II, High-order harmonic generation using intense femtosecond pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 70(6): 766~769
- [3] Burke Ritchie, Semiclassical theory of strong-field harmonic generation. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1991, 8(12): 2493~2496
- [4] R. M. Potvliege, Multiphoton processes in an intense laser field; Harmonic generation and total ionization rates for atomic hydrogen. *Phys. Rev. (A)*, 1989, 40(6): 3061~3079
- [5] J. H. Eberly, Q. Su, High-order harmonic production in multiphoton ionization. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1989, 6(7): 1289~1298
- [6] K. C. Kulander, Generation of optical harmonic by intense pulses of laser radiation. I. single-atom spectrum for xenon. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, 7(4): 502~508
- [7] Bala Sundaram, High-order harmonic generation; Simplified model and relevance of single-atom theories to experiment. *Phys. Rev. (A)*, 1990, 41(11): 6571~6573
- [8] Luis Plaja, Adiabatic theory for high-order harmonic generation in a two-level atom. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, 9(12): 2210~2213
- [9] M. Lewenstein, Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields. *Phys. Rev. (A)*, 1994, 49(3): 2117~2132

High-Order Harmonic Generation in an Intense Laser Field : Two-Level Atom Model

Li Xuexin Xu Zhizhan Li Zhong Han Shensheng

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 26 April 1995)

Abstract High order harmonic spectra in an intense laser field are obtained by solving the time-dependent schrodinger equations with two-level atom model. The results are agreement with experimental data. This model can be used to study the effects of laser frequency, laser intensity and ionization potential of media on harmonic generation.

Key words two-level atom model, intense laser field, high-harmonic generation, time-dependent schrodinger equations.