

吸收介质界面上反射高斯束的角位移

冷光尧

(浙江大学物理系, 杭州 310027)

摘 要 给出高斯入射束反射时角位移直接计算式, 适用于任意入射角和反射介质有吸收的情况。计算式在布儒斯特角上不存在发散困难。对于 p 偏振和 s 偏振均适用, 只要令 $g_1 = n_1$, $g_2 = 0$ 计算所得即为 s 偏振的角位移。

关键词 角位移, 吸收介质, 非镜面现象。

1 引 言

高斯束在界面上反射时可能出现的角位移, 过去已被不少学者研究过。Ra 等人^[1]给出了角位移表达式, 但它在布儒斯特角上对于 p 偏振束失效。Chan 和 Tamir^[2, 3]解决了布儒斯特角上及其邻域和临界角上及其邻域角位移计算问题, 但不是通(普适)解。仍待解决计算任意入射角下和包括在吸收介质界面上也适用的角位移计算公式。本文在文献[4]的工作基础上, 提供一个普适的角位移计算表达式。

2 高斯束的角位移

如图1所示。区域(I)是理想非吸收介质, 折射率 n_1 , 区域(II)是吸收介质, 复折射率 $N_2 = n_2 + ik_2$ 。(I)和(II)间界面为平面, 入射束在介质(I)中传播, 以平均入射角 θ_0 入射界面。使用自然坐标系, 入射场在 $x_1 - z_1$ 坐标系中描述, 反射场在 $x - z$ 坐标系中描述, $x_1 - z_1$ 系统原点在入射束对称轴线上, z_1 轴沿入射方向, $x - z$ 系统原点是 $x_1 - z_1$ 系统原点的镜像, z 轴沿理想反射方向, x_1 轴及 x 轴均在纸平面内。设 $z_1 = 0$ 处入射场为高斯分布

$$U_1(x_1, 0) = \exp(-x_1^2/\omega_0^2), \quad (1)$$

式中 ω_0 为入射束在 $z_1 = 0$ 处的半束宽。界面的复振幅反射率为

$$r(k_x) = \rho(k_x) \exp[i\delta(k_x)], \quad (2)$$

式中 $\delta(k_x)$ 为相移, $\rho(k_x)$ 是 $r(k_x)$ 的绝对值。根据傅里叶理论, $z = z_1$ 平面上反射场由以下积

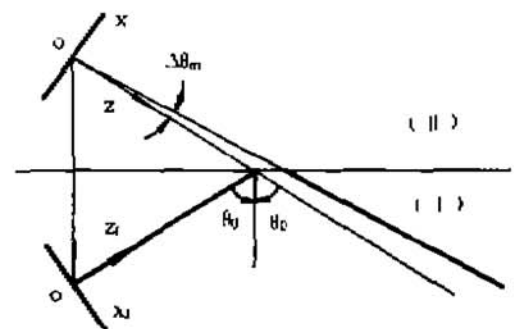


Fig. 1 Schematic diagram of angular shift of a beam

分求出:

$$U(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(k_x) \exp [i\delta(k_x)] \sqrt{\pi} \omega_0 \exp \left(-\frac{\omega_0^2}{4} k_x^2 \right) \exp (ik_x z) \exp (ik_x x) dk_x. \quad (3)$$

上式中已考虑了由反射定律决定的 $k_n = k_x$ 。利用 $k_x = k \sin (\theta - \theta_0)$, 其中 θ_0 是束的平均入射角, 将 $\rho(k_x)$ 及 $k_x = \sqrt{k^2 - k_z^2}$ 在 $k_x = 0$ 领域展开成 k_x 的幂级数并保留到一次项代入(3)式得

$$U(x, z) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\rho(\theta_0) + \frac{\dot{\rho}(\theta_0)}{k} k_x \right] \times \exp \left\{ -\frac{\omega_0^2}{4} k_x^2 + i[k_x x + (k - \frac{k_x^2}{2k})z + \delta(\theta_0)] \right\} dk_x. \quad (4)$$

利用傅里叶变换的微分性质及位移性质, 从(4)式可求得

$$U(x, z) = \left[\rho(\theta_0) + \frac{i2x}{k\omega_0^2} \dot{\rho}(\theta_0) \right] \frac{\omega_0}{\omega_x} \exp \left\{ -\frac{x^2}{\omega_x^2} + i[kz + \delta(\theta_0)] \right\}, \quad (5)$$

其中
$$\omega_x^2 = \omega_0^2 + 2zx/k, \quad (6)$$

而 ω_x 是反射束在 $z = z$ 处的复半束宽, 它的模是半束宽。

反射场的光强正比于振幅的平方, 利用(5)式和它的共轭式可得

$$I = U(x, z) \bar{U}(x, z) = (D_0 + D_1 x + D_2 x^2) D_5 \exp \left[-2ax^2 / (a^2 + b^2) \right], \quad (7)$$

其中 $a = \omega_0^2$, $b = 2z/k$, $D_0 = \rho^2(\theta_0)$, $D_1 = [4/k(a^2 + b^2)] \rho(\theta_0) \dot{\rho}(\theta_0)$, $D_2 = [4/k^2(a^2 + b^2)] \dot{\rho}(\theta_0) \dot{\rho}(\theta_0)$, $D_5 = [\omega_0^2 / \sqrt{a^2 + b^2}]$, (8)

式中 $\dot{\rho}(\theta_0)$ 为 $\rho(\theta)$ 相对于 θ 的一阶导数在束的平均入射角 θ_0 上的值。(7)式相对于 x 求一阶导数并令其为零, 即令 $dI/dx = 0$, 从而求得 $z = z$ 平面上最大光强所在的位置 x_m , 得到

$$x_m = \left(\frac{a^2 + b^2}{4a} \right) \left/ \left[\frac{D_0}{D_1} - \frac{a^2 + b^2}{2a} \frac{D_2}{D_1} \right] \right. \quad (9)$$

利用(8)式得到角位移

$$\Delta\theta_m = x/z = \frac{2\rho(\theta_0) \dot{\rho}(\theta_0)}{(k\omega_0)^2 \rho(\theta_0) \rho(\theta_0) - 2\dot{\rho}(\theta_0) \dot{\rho}(\theta_0)} \quad (10)$$

(10)式用于计算任意入射角 θ_0 下高斯束的角位移。对于可见激光束, $\omega_0 \sim 10^{-3} \text{ m}$, $k \sim 10^7 \text{ m}^{-1}$, $(k\omega_0)^2 \sim 10^8 \gg 2$, 故(10)式中的 $2\dot{\rho}(\theta_0) \dot{\rho}(\theta_0)$ 项可略去, 成为

$$\Delta\theta_m = \frac{2\rho(\theta_0)}{(k\omega_0)^2 \rho(\theta_0)}. \quad (11)$$

它正是文献[3]给出的(59)式。作者认为, 本文给出的(10)式较(11)式更精确合理, 因为布儒斯特角下, (11)式可为无限大, 显然不合理, 但本文给出的(10)式的角位移仍为合理的小值。

(11)式发散的困难源于 Chan 和 Tamir 在作泰勒(Taylor)级数展开时, 不如本文那样在入射角 θ_0 领域展开, 而是在 $u = u_c$ 领域, 即 $\theta_c = \theta_0$ 这一特定的临界角领域展开(文献[3]中 θ_c 即本文 θ_0 , 用 θ_0 目的是和作者以前论文符号一致), 因而他们所得结果(11)式只适用 θ_c 领域。入射角偏离 θ_c 愈大, 误差愈大。布儒斯特角上发散困难仅是(11)式局限性的一个突出的展示。

3 角位移的直接计算式

从参考文献[4]之(15)式和(16)式逆向推演可得复振幅反射率的模

$$\rho_r(\theta_0) = \sqrt{\frac{(g_1 \cos \theta_0 - q)^2 + (g_2 \cos \theta_0 - \tau)^2}{(g_1 \cos \theta_0 + q)^2 + (g_2 \cos \theta_0 + \tau)^2}}, \quad \rho_s(\theta_0) = \sqrt{\frac{(r_1 \cos \theta_0 - q) + \tau^2}{(r_1 \cos \theta_0 + q) + \tau^2}} \quad (12)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= (n_2^2 - \kappa_2^2)/n_1, & g_2 &= 2n_2\kappa_2/n_1, & q &= (1/\sqrt{2})\sqrt{A + \sqrt{A^2 + B^2}}, \\ \tau &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{-A + \sqrt{A^2 + B^2}}, & A &= n_2^2 - \kappa_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0, & B &= 2n_2\kappa_2. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

若令

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= g_1 \cos \theta_0 - q, & b_1 &= g_2 \cos \theta_0 - \tau, & \dot{q} &= -n_1^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 (1 + A/\sqrt{A^2 + B^2})/q, \\ a_2 &= g_1 \cos \theta_0 + q, & b_2 &= g_2 \cos \theta_0 + \tau, & \dot{\tau} &= -n_1^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 (-1 + A/\sqrt{A^2 + B^2})/\tau, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

则

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_1 &= -g_1 \sin \theta_0 - \dot{q}, & \dot{b}_1 &= -g_2 \sin \theta_0 - \dot{\tau}, & \rho(\theta_0) &= \sqrt{(a_1^2 + b_1^2)/(a_2^2 + b_2^2)}, \\ \dot{a}_2 &= -g_1 \sin \theta_0 + \dot{q}, & \dot{b}_2 &= -g_2 \sin \theta_0 + \dot{\tau}, \\ \dot{\rho}(\theta_0) &= [(a_2^2 + b_2^2)(a_1 \dot{a}_1 + b_1 \dot{b}_1) - (a_1^2 + b_1^2)(a_2 \dot{a}_2 + b_2 \dot{b}_2)] / (a_1^2 + b_1^2)^{1/2} (a_2^2 + b_2^2)^{3/2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(15)式代入(10)式得

$$\Delta\theta_m = \frac{2(a_1^2 + b_1^2)(a_2^2 + b_2^2)[(a_2^2 + b_2^2)(a_1 \dot{a}_1 + b_1 \dot{b}_1) - (a_1^2 + b_1^2)(a_2 \dot{a}_2 + b_2 \dot{b}_2)]}{(\omega_0 k)^2 (a_1^2 + b_1^2)^2 (a_2^2 + b_2^2)^2 - [(a_2^2 + b_2^2)(a_1 \dot{a}_1 + b_1 \dot{b}_1) - (a_1^2 + b_1^2)(a_2 \dot{a}_2 + b_2 \dot{b}_2)]^2} \quad (16)$$

(16)式可用于直接计算任意入射角 θ_0 下, p 偏振高斯束的角位移。由于(12)式对称, 在(14)式和(15)式中取 $g_1 = n_1, g_2 = 0$, 则从(10)式计算所得即 s 偏振高斯束的角位移。

4 计算实例

取 $\lambda = 700 \text{ nm}, k = (2\pi/7) \times 10^7 \text{ m}^{-1}, \omega_0 = (7/2\pi) \times 10^{-3} \text{ m}$, 故 $(\omega_0 k)^2 = 10^6$ 。计算空气($n_1 = 1.00$)和镓($N_2 = n_2 + ik_2 = 1.65 + i7.60$)的界面, 则 $g_1 = -55.038$ (s 偏振 $g_1 = 1.00$), $g_2 = 25.08$ (s 偏振 $g_2 = 0$)。计表结果列于表 1。

分析(10)式以了解影响角位移大小的因素, 就入射角而言, 入射角 $\theta_0 = 0$ 时, 入射束对界面法线对称, 反射场的畸变也是对称的, 必 $\Delta\theta_m = 0$ 。 θ_0 增大, 相对入射束的中心轴线的左右两半束反射情况愈不对称, $\Delta\theta_m$ 必愈大, 表 1 中的计算结果反映了这种趋势。就反射介质而言, $\rho(\theta_0)$ 愈大, 束中诸平面波分量反射情况的差异也愈大, 相应地角位移 $\Delta\theta_m$ 就大。由于 $(k\omega_0)^2$ 仅出现在(10)式的分母上, 它的数值对计算结果影响较大, 即波束参数波长和束宽敏感地影响着 $\Delta\theta_m$ 的大小。一般地说, $k\omega_0$ 小则 $\Delta\theta_m$ 大。表 1 中 $k\omega_0 = 10^4, \Delta\theta_m$ 仅 $10^{-10} \sim 10^{-6} \text{ rad}$ 。

Table 1.

θ_0 (deg) \ $\Delta\theta_m$	p polarized; $\Delta\theta_m$ (rad)	s polarized; $\Delta\theta_m$ (rad)
0	0	0
10	-2.04×10^{-10}	1.975×10^{-10}
20	-4.35×10^{-10}	3.872×10^{-10}
30	-7.38×10^{-10}	5.613×10^{-10}
40	-1.18×10^{-9}	7.132×10^{-10}
50	-1.92×10^{-9}	8.400×10^{-10}
60	-3.26×10^{-9}	9.395×10^{-10}
70	-5.37×10^{-9}	1.010×10^{-9}
80	-6.63×10^{-9}	1.051×10^{-9}
90	$+6.65 \times 10^{-8}$	1.066×10^{-9}

但对于电视广播或无线电导航中常用的米波,可取 $k\omega_0 = 10$ 。在这种情况下,对于 p 偏振束, $\theta_0 = 10^\circ$ 时 $\Delta\theta_m = -2.04 \times 10^{-4}$ rad 而 $\theta_0 = 90^\circ$ 时, $\Delta\theta_m = 8.55 \times 10^{-2}$ rad, 相当于反射束转动 4.9° 的角位移!

参 考 文 献

- [1] J. W. Ra, H. L. Bertoni, L. B. Feisen, Reflection and transmission of beams at a dielectric interface. *SIAMJ. Appl. Math.*, 1973, 24(3): 396~413
- [2] C. C. Chan, T. Tamir, Angular shift of a Gaussian beam reflected near the Brewster angle. *Opt. Lett.*, 1985, 10(8): 378~380
- [3] C. C. Chan, T. Tamir, Beam phenomena at and near critical incidence upon a dielectric interface. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1987, 4(4): 655~663
- [4] G. Y. Leng, D. F. Gu, X. Y. Zang, Nonspecular longitudinal shift of the beam reflected from an interface containing an absorbing medium. *Opt. Eng.*, 1994, 33(8): 2612~2616

Angular Shift of a Gaussian Beam Reflected by Absorbing Medium Interface

Leng Guangyao

(Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 2 January 1996; revised 14 March 1996)

Abstract Directly calculating expression of angular shift of a Gaussian beam reflected by absorbing medium interface is given, which can be applied to any incident angle and does not diverge at Brewster angle. This expression is symmetrical for both p and s polarization. Setting $g_1 = n_1$ and $g_2 = 0$, we will obtain the angular shift of s polarization beam.

Key word angular shift, absorbing medium, nonspecular phenomenon