

# 地物散射和大气湍流导致的 激光闪烁统计

张逸新

(无锡轻工大学机械系, 无锡 214036)

**摘 要** 通过分析大气湍流和地物散射对传输激光束的调制机理, 运用双随机统计理论研究了空-地-空传输路径空载探测器接收到的光闪烁统计问题。闪烁统计由大气湍流和地物(岩石、海洋和森林等)散射的联合效应给出。分析中采用最速下降法处理概率积分, 获得了与岩石、海洋和森林两大类地物散射体对应的闪烁概率密度函数。广义 Chi-Squared 地面散射与大气湍流综合调制效应明显地压缩了概率分布的宽度并使分布函数的峰值移向归一化强度的低端。

**关键词** 湍流效应, 散射, 光闪烁, 激光传输。

## 1 引 言

目前已有大量大气湍流和目标散射回波闪烁统计的理论和实验成果报道<sup>[1~3]</sup>。本文报道了作者在综合考虑大气湍流和地物散射效应的空载激光雷达探测信号闪烁分布的理论分析成果, 在分析中采用最速下降法处理概率积分。研究结果表明: 大气湍流和目标散射的联合效应压缩了它们各自单独存在时的概率分布, 并使分布曲线的峰值移向低值归一化强度端。

## 2 回波统计模型

根据光波传输路径的空-地-空结构, 空载激光雷达的传输问题可分解为三个光学过程: 1) 斜程向下通过湍流大气传输; 2) 地物散射; 3) 斜程向上通过湍流大气传输。由于一般在激光雷达的测距和地物探测中, 探测到的光信号是由范围较大的地面目标物的散射回波构成, 考虑到照明区不同目标部位的反射回波间的随机干涉与叠加特性, 本文把地物散射看作为二个过程, 其一平滑了入射信号起伏, 其二界面起伏再调制入射光信号。考虑到散射目标位于湍流大气层中, 通过湍流大气入射到目标的光信号的相关尺度  $\rho_c \sim \sqrt{\lambda L}$ , 而湍流层厚度  $L$  一般小于 10 km, 故目标“孔径”内含有大量不相干信号源, 它们的叠加大大平滑了入射光束的光强起伏, 即“孔径”平滑了向下传输过程中的湍流闪烁效应。进一步考虑到球面波散射回波的统计规律和采用近似恢复思路, 把向上与向下通过湍流大气的传输效应合并为一个单程(传输路离为向上与向下传输路离之和)湍流大气对光信号的调制过程, 所以空载激光雷达光传输过程可以近似用湍流大气传输和界面散射两个联合物理过程来描述, 即探测信号

仅受目标和“等效厚”湍流大气层的调制。

### 2.1 湍流效应

当光束在天顶距  $\theta < 60^\circ$  的斜程条件下传输时, 点接收光闪烁概率满足对数正态分布<sup>[4]</sup>:

$$P_o(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2 I}} \exp \left\{ -\frac{[(1/2) \ln(I/\langle I \rangle) + \sigma_i^2]^2}{2\sigma_i^2} \right\} \quad (1)$$

式中  $\langle I \rangle$  为平均强度,  $\sigma_i^2$  为接收到的球面波对数振幅方差。

$$\sigma_i^2 = 0.56 k^{7/3} (\sec \theta)^{11/6} \int_0^{2H} C_n^2(h) h^{5/6} (1 - h/L)^{5/3} dh \quad (2)$$

式中  $H$  为湍流大气层的厚度,  $L$  为发射端到接收端光束通过的距离,  $C_n^2(h)$  为大气湍流结构常数,  $k$  为光波数。当所用波长处于红外区域,  $H > 3 \text{ km}$ ,  $\sigma_i^2$  可简化为<sup>[4]</sup>:

$$\sigma_i^2 \simeq (1/4) [7.41 \times 10^{-2} (v/27)^2 + 4.45 \times 10^{-3}] \lambda^{7/5} (\sec \theta)^{11/6} \quad (3)$$

式中  $\lambda$  是以  $\mu\text{m}$  为单位的光波波长,  $v$  为风速。当探测孔径线度  $D_0$  远大于闪烁信号相关长度  $\rho_c$  时, 考虑到孔径平滑效应, (1) 式中的  $\sigma_i^2$  应改写为

$$\sigma_i^2 = \ln [(e^{\sigma_a^2} - 1)/N_0 + 1] \quad (4)$$

其中  $N_0$  是接收孔径内所含相干面元个数。归一化强度方差  $\sigma_i^2$  与对数振幅方差  $\sigma_a^2$  间关系为

$$\sigma_a^2 = \langle I^2 \rangle_a / \langle I \rangle_a^2 - 1 = \exp(4\sigma_i^2) - 1 \quad (5)$$

式中  $\langle I^2 \rangle_a$  为接收面内的平均平方强度; 下标  $a$  表示大气湍流。

### 2.2 散射效应

众所周知, 地面反射目标种类繁多。要建立一个能包含各类光散射特性的目标的光闪烁统计模型是一件十分困难的事。本文仅涉及两类散射目标, 其中(1)由光学粗糙与平滑两部分构成的固体(如山脉)目标; (2)流动性(如海水表面、森林复盖面)散射目标。对于由光学粗糙和光学平滑构成的散射目标, 在目标与探测器相距足够远以致阴影效应可以忽略的条件下, 回波散斑满足椭圆高斯分布, 由文献[6]对此分布的分析, 散射场复振幅的概率密度函数可表示为

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta x^2}{\sigma_x^2} + \frac{\Delta y^2}{\sigma_y^2} \right) \right] = p(x)p(y) \quad (6)$$

(6)式表示  $\Delta x$ 、 $\Delta y$  彼此统计独立, 也即  $x$ 、 $y$  彼此统计独立。 $x$ 、 $y$  与  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_y^2$  的物理意义见文献[6]。引入“椭圆度”  $e = 2\sigma_x^2/(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)$ , 在  $xoy$  坐标系内光强  $I = I_x + I_y$ , 且满足

$$\langle I_x \rangle_e = (1 + e)\langle I \rangle_e / 2, \quad \langle I_y \rangle_e = (1 - e)\langle I \rangle_e / 2. \quad (7)$$

由积分强度的直方函数近似, 散射光积分光强(对于平稳随机过程, 积分光强线性正比于光强)的概率密度为<sup>[7]</sup>

$$P_s(I) = \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(m)} \left( \frac{mI}{e\langle I \rangle_e} \right)^m \left[ \frac{4em}{(1 - e^2)\langle I \rangle_e I} \right]^{1/2} \exp \left[ -\frac{2mI}{(1 - e^2)\langle I \rangle_e} \right] I_{m-1/2} \left[ \frac{2em}{(1 - e^2)\langle I \rangle_e} \right] \quad I \geq 0 \quad (8)$$

其中  $m$  为接收孔径内的相干元胞的数目,  $\Gamma(m)$  为伽马函数,  $I_{m-1/2}$  为  $m - 1/2$  阶的第一类修正贝塞尔函数。对于各向同性散射目标,  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ , 即  $e = 1$ , 则(8)式退化为常用界面散射的广义 Chi-Squared 分布<sup>[8]</sup>。

$$p_e(I) = \begin{cases} \left(\frac{m}{\langle I \rangle_e}\right)^m \frac{I^{m-1} \exp(-mI/\langle I \rangle_e)}{\Gamma(m)} & I \geq 0 \\ 0 & I < 0 \end{cases} \quad (9)$$

与(9)式对应的归一化方差为

$$\sigma_{I_e}^2 = 1/m \quad (10)$$

对于流动性散射目标,由理论分析和实验研究可知散射回波闪烁满足  $K$  分布<sup>[6]</sup>:

$$p_e(I) = 2 \left(\frac{m}{\langle I \rangle_e}\right)^{(m+1)/2} \frac{I^{(m+1)/2}}{\Gamma(m)} K_{m-1} \left[ 2 \sqrt{\frac{mI}{\langle I \rangle_e}} \right], \quad (11)$$

式中  $K_{m-1}$  是  $m-1$  阶第二类变形贝塞尔函数,对应的光强归一化方差为

$$\sigma_{I_e}^2 = 1 + 2/m \quad (12)$$

### 2.3 湍流与散射的综合效应

湍流和地物散射导致的光强随机起伏是相互间统计独立的,雷达接收器探测到的受这两种效应共同干扰的随机信号,所以雷达探测到的光强起伏概率密度函数可由湍流和散射两个随机过程的联合概率密度函数  $p_{e,e}(I, J)$  积分给出:

$$p_e(I) = \int_0^\infty p_{e,e}(I, J) dJ = \int_0^\infty p_e(I/J) p_e(J) dJ \quad (13)$$

式中  $J$  为地物散射处的光强,  $I$  为受大气湍流和地物散射共同调制的起伏光强,下标  $e$  表示总效应。

因为(8)式和(9)式都是单峰值函数,它们满足在(13)式的积分过程中采用最速下降法<sup>[6]</sup>所应满足的条件,由最速下降方法以及(13)式中  $p_e(J)$  代以(1)式得到(13)式的一般解:

$$p_e = \frac{p_e(I/M) \exp[-2\bar{\sigma}_e^2 q_1^2(I/M)]}{[1 - 4\bar{\sigma}_e^2 q_2(I/M)]^{1/2}} \quad (14)$$

$$q_1 = \partial \ln [p_e(I/M)] / \partial (\ln M), \quad \ln M = \ln \langle J \rangle - 2\bar{\sigma}_e^2 + 4\bar{\sigma}_e^2 q_1(I/M).$$

对一般的凝固性散射目标,代入(7)式得到:

$$q_1 = -(m+1/2) - \frac{2m}{(1-\varphi^2)M} [1 + \varphi I_{m-1/2} / I_{m-1/2}], \quad (15)$$

$$q_2 = \frac{2m}{(1-\varphi^2)M^2} [I + \varphi I_{m-1/2}] + \left[ \frac{2m\varphi}{(1-\varphi^2)M} \right] \left[ \frac{I_{m-1/2} I'_{m-1/2} - (I_{m-1/2})^2}{I_{m-1/2}^2} \right],$$

当地面目标是均匀各向同性散射体  $e=1$ , 在(9)式中取  $m=\mu$  那么有

$$q_1 = \mu(I/M - 1), \quad q_2 = -\mu I/M,$$

$$\ln M = \ln \langle J \rangle - 2\bar{\sigma}_e^2 + 4\bar{\sigma}_e^2 [\mu(I/M - 1)],$$

$$p_e(I) = \frac{(\mu I)^{\mu} \exp(-I\mu/\langle J \rangle) \exp\{-2\bar{\sigma}_e^2 [\mu(I/M - 1)]^2\}}{I \langle J \rangle^{\mu} \Gamma(\mu) [1 + 4\bar{\sigma}_e^2 \mu I/M]^{1/2}} \quad (16)$$

$$\sigma_e^2 = \sigma_{I_e}^2 + \frac{1}{\mu} (1 + \sigma_{I_e}^2) \quad (17)$$

至于流动性散射目标,把(11)式代入(14)式,则得到

$$q_1 = -\frac{m+1}{2} - \frac{K_{m-1} \sqrt{mI}}{K_{m-1} \sqrt{M}}$$

$$q_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{mI}{M}} \frac{K_{m-1}}{K_{m-1}} + \left(\frac{mI}{M}\right)^2 \left[ \frac{K_{m-1} K'_{m-1} - (K_{m-1})^2}{K_{m-1}^2} \right] \quad (18)$$

$$\sigma_i^2 = \sigma_{i_0}^2 + (1 + 2/m)(\sigma_{i_0}^2 + 1).$$

### 3 数值分析和结论

把湍流引起传输光束强度起伏看作对地物散射光强的再调制, 湍流大气的调制度用  $J/\langle J \rangle$  表示, 雷达接收到的光强为

$$I = IJ/\langle J \rangle \tag{19}$$

那么与其对应的光强起伏方差为

$$\sigma_i^2 = \sigma_{i_0}^2 + \sigma_{i_0}^2(1 + \sigma_{i_0}^2) \tag{20}$$

(13)式与(20)式给出了反映空-地-空光传输结构闪烁的概率密度函数与光强归一化方差, 由图 1 给出的斜程大气湍流、广义 Chi-Squared 分布型反射目标各自单独存在的分布与同时调制时的光闪烁概率密度函数数值结果可见, 由于合成效应光闪烁改变了原有分布, 使得数值曲线峰值移向  $I/\langle J \rangle$  的低端, 并压缩了分布曲线。图 2 给出了探测闪烁方差与湍流闪烁方差、目标散射参数间关系, 数值曲线表示  $\sigma_i^2/\sigma_{i_0}^2$  随着  $\mu$  增加而降低。该结果的物理意义很清楚: 与孔径平滑类似<sup>[9]</sup>散射回波束中不相干子波元数增加, 探测孔径内的这些子波元间有部分补偿成份存在, 这些补偿成份降低了探测光强起伏。由于  $\mu \rightarrow \infty$  时  $K$  分布近似为负指数分布<sup>[10]</sup>。故(18)式在  $\mu \rightarrow \infty$  时等于(16)式  $\mu = 1$  时的闪烁方差。本文的主要贡献是给出了结合大气湍流和目标散射的闪烁密度函数数式(16)和(18)。

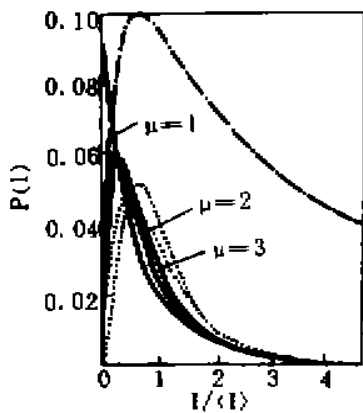


Fig. 1 Probability density function  $p_A(I)$ ,  $p_t(I)$ ,  $p_s(I)$  vs normalized irradiance  
 - · -  $I p_A(I)/12.63$ ,  $\sigma_{i_0}^2 = 0.1$ ; -  $p_t(I)$ ,  $\mu = 1, 2$  and  $3$ ,  $\sigma_{i_0}^2 = 0.1$ ; - -  $p_s(I)$ ,  $\mu = 1, 2$  and  $3$

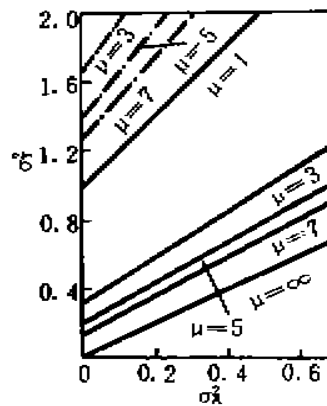


Fig. 2 Normalized variance ( $\sigma_i^2$ ) for the combined effects of propagating in turbulent and scattered by target vs normalized variance ( $\sigma_{i_0}^2$ ) for the turbulence for correlation cell numbers,  $\mu = 1, 3, 5, 7$  and  $\infty$   
 - general Chi-Squared distribution; - · -  $K$  distribution ( $\mu = m$ )

至于本文所给出概率关系的光电子计数起伏方差, 则可以利用平缓随机场  $\langle I(t)I(t + \tau) \rangle = \langle n(t)n(t + \tau) \rangle$  求得。而计算中所用的光电子计数分布可由 Mandel 公式求得。

### 参 考 文 献

[1] J. L. Bufton, R. S. Lyer, L. S. Taylor, Scintillation statistics caused by atmospheric turbulence and speckle in satellite laser ranging. *Appl. Opt.*, 1977, 18(9): 2408~2412  
 [2] L. C. Andrews, R. L. Phillips, B. K. Shivarmoggi, Relations of the parameters of the I-K distribution for irradiance fluctuations to physical parameters of the turbulence. *Appl. Opt.*, 1988, 27(11): 2150~2156

- [3] 张逸新, 狭激光束运动所致到达角起伏概率和光强起伏统计. 中国激光, 1994, 21(3): 211~215
- [4] H. T. Yura, W. AG. Mckinley, Optical scintillation statistics for IR ground-to-space laser communication systems. *Appl. Opt.*, 1983, 22(21): 3353~3358
- [5] 张逸新, 源像闪烁孔径平滑与积分光强起伏概率. 红外与毫米波学报, 1992, 11(4): 301~306
- [6] J. W. 顾德门, 统计光学. 北京, 科学出版社, 1992(第一版): 222~228
- [7] J. K. Jao, Amplitude distribution of composite terrain radar clutter and the K-distribution. *IEEE Trans.*, 1984, 32(10): 1049~1062
- [8] B. Saleh, *Photoelectron Statistics*, New York, Springer-Verlag, 1978: 236~249
- [9] B. N. 塔塔尔斯基, 湍流大气中波的传播理论, 北京, 科学出版社, 1978, (第一版): 196~227
- [10] S. F. Clifford, R. J. Hill, Relation between irradiance and log-amplitude variance for optical scintillation described by the K distribution. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, 71(1): 112~114

## Laser Scintillation Statistics Caused by Atmospheric Turbulence and Terrain Scattering

Zhang Yixin

(Department of Mechanics, Wuzh University of Light Industry, Wuzh 214036)

(Received 18 July 1994)

**Abstract** We study the statistics of scintillation at the airborne receiver for space-earth-space link by analysed the modulatory mechanism of atmospheric turbulence and terrain scattering on propagating laser beam. The scintillational statistics are governed by the joine effects of atmospheric turbulence and terrain scattering (such as terrain, sea and forest). The probability density functions of scintillation for the terrain, the sea surface and the forest, the two scattering terrain model was obtained, in which the probability integral is made by the method of steepest descent. The joine distribution of geneval Chi-Squared distribution for scattering terrain and atmospheric turbulence is found flatten markedly and its peak shifts to the low end of normalized irradiance.

**Key words** turbulent effect, scattering, scintillation, laser propagation.