

混沌光学系统之前向神经网络混沌加速的系统辨识研究*

杨怀江**

(北京理工大学工程光学系, 100081)

沈 柯

(长春光机学院光学物理系, 130022)

翁兆恒

(长春光机所应用光学国家重点实验室, 130022)

周立伟

(北京理工大学工程光学系, 100081)

摘 要 研究了利用前向神经网络对混沌光学系统进行混沌加速系统辨识的可能性。计算机数值仿真发现, 利用三层前向神经网络混沌光学系统辨识器, 在基于混沌动力学角度的修正 BP 算法(混沌加速 BP 算法)支持下可克服由常规 BP 算法导致的辨识时间长的缺点, 在较少的训练次数内即可对布拉格声光双稳混沌系统进行良好的系统辨识。此研究结果表明, 在混沌加速 BP 算法的支持下, 三层前向神经网络可用来快速处理混沌光学时间序列以进行相应的动力学重构。

关键词 神经网络, 系统辨识, 混沌。

混沌动力学系统在通信及弱信号探测方面的应用已引起人们的注意^[1,2], 同样, 混沌光学系统在这方面也有潜在的应用价值。由于混沌光学系统在实际应用时须对其稳定性及态转换进行控制, 本文提出了两种控制技术, 即周期窗口控制技术及自适应参考模型控制技术, 其中尤以后者更具有应用可能性。自适应参考模型控制技术的关键在于控制之实施须获得一受控系统的准确动力学模型, 通常由对受控系统的输出时间序列进行最小二乘过估计拟合以得到系统的重构动力学模型, 但最小二乘拟合使用起来极为繁复。为避免采用最小二乘拟合法, 本文提出了一种新重构方法——神经网络系统辨识法, 即在常规 BP 算法的支持下以一前向神经网络对混沌光学系统的输出序列进行处理, 得到系统动力学模型的较为准确的神经网络表述。研究发现, 由于 BP 算法辨识过程较长, 故使用起来略显不便。为此, 提出一种基于混沌动力学角度的混沌加速 BP 算法以替代常规 BP 算法, 并以一 1:4:1 之 BP 神经网络对布拉格声光双稳混沌系统进行系统辨识为例, 对此混沌加速 BP 算法之快速混沌光学系统辨识的适用性进行示例证明。计算机仿真实验结果表明, 在混沌加速 BP 算法的支持下, 同一结构的神经网络混沌光学系统辨识器在远少于原训练次数的情形下即可完成相应的系统辨识。

* 国家自然科学基金资助项目。

** 作者现为长春光机所应用光学国家重点实验室博士后。

收稿日期: 1995年4月24日; 收到修改稿日期: 1995年7月24日

1 布拉格声光双稳混沌的动力学性质

由于布拉格声光双稳系统运行效率较高，自八十年代起人们对其进行了深入的研究^[3]。描述布拉格声光双稳混沌系统运行的微分-差分方程为：

$$\tau \frac{dX(t)}{dt} = -X(t) + \pi \{A - \mu \sin^2 [X(t - \tau_d) - X_b]\} \tag{1}$$

式中 τ_d 为双稳系统的本征响应时间， μ 为与泵浦光强有关的光强度因子， A 和 X_b 分别是放大器和驱动源的偏置， τ 是外加的反馈延迟。引入加在放大器偏置上的外界作用因子 $\cos Qx$ ，则当系统稳定后(1)式变为：

$$X(t) = \pi \{A \cos [Qx(t - \tau_d)] - \mu \sin^2 [X(t - \tau_d) - X_b]\} \tag{2}$$

若 $\tau_d \gg \tau$ ，(1)式将最终退化为迭代映射：

$$X_{n+1} = \pi \{A \cos (Qx_n) - \mu \sin^2 [X_n - X_b]\} \tag{3}$$

(3)式所代表的长延迟条件下的布拉格声光双稳混沌系统的动力学性质极为复杂，图 1 及图 2 为其运行状态分岔图，此处 $Q = 0.4$ ， $A = 0.5$ ， $X_b = 0.25\pi$ 。显然布拉格声光双稳混沌系统是经过极有规律的倍周期分岔路径进入混沌态的，这对编码的实施极为方便。

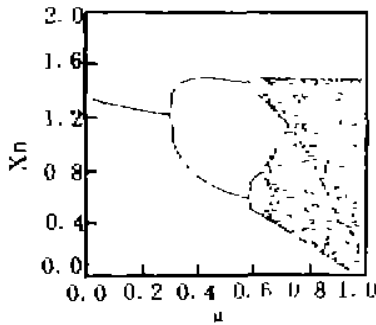


Fig. 1 Bifurcation plot of bistable system, $Q = 0.4$, $A = 0.5$, $X_b = 0.25\pi$

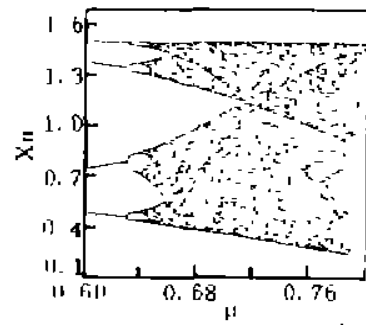


Fig. 2 Enlarged plot of fig. 1

2 布拉格声光双稳混沌系统的前向神经网络常规 BP 算法系统辨识

前向神经网络是目前所提出的神经网络中使用最为广泛的一种，因为其拓扑结构简单，

且常使用 BP 算法对其进行训练，所以亦常称之为 BP 网络。图 3 即为三层 BP 网络的拓扑结构图。BP 网络之压缩函数常取为处处可微的 Sigmoid 函数，其表述为：

$$f(x) = 1/[1 + \exp(-rx)] \tag{4}$$

式中 r 为 Sigmoid 函数的非线性陡度因子。对某一输入矢量 $X_n = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，若以下脚标 i, j, k 分别表示 BP 网络的输入层、隐含层及输出层的神经元， T 代表结点阈值， W 代表结点联接权重，则网络信号传输处理过程为：

$$y_j = f(\sum_i W_{ji}x_i + T_j), \quad z_k = f(\sum_j W_{kj}y_j + T_k)$$

其中 z_k 为输出层第 k 个结点的输出， y_j 为隐含层第 j 个结点的输出。利用 BP 算法对前向网络进行在线训练时，误差函数常取为：

$$E_n = (1/2) \sum_k (z_k - \hat{z}_k)^2$$

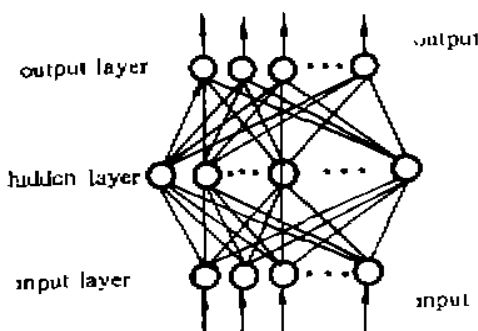


Fig. 3 Schematic model of a 3-layer BP NN

式中 z_k 为理想输出。令学习速率为 η ，引入冲量修正并令冲量调整系数为 α ，则由输出层至隐蔽层及隐蔽层至输入层之连接权重的调整量为：

$$\Delta W_{kj}(n+1) = \eta \delta_k y_j + \alpha \Delta W_{kj}(n) \quad (5)$$

$$\Delta W_{ji}(n+1) = \eta \delta_j x_i + \alpha \Delta W_{ji}(n) \quad (6)$$

式中 $\delta_k = f'(z_k)(z_k - z_i)$ ， $\delta_j = f'(y_j) \sum_k W_{kj} \delta_k$ 。

神经网络用于系统辨识，即是选择一结构适当的神经网络模型，在一定算法的支持下能任意逼近实际系统。显然辨识网络须具备逼近任意函数的能力。理论上已经证明，若压缩函数取为 Sigmoid 型函数，则上述之 BP 网络(至少含有一个中间层)在 BP 算法的支持下即具有这种函数逼近能力^[4]，本文以 1:4:1 的 BP 网络作为布拉格声光双稳混沌系统的系统辨识器，在给定的精度范围内，由训练后的网络对声光双稳混沌系统的运行情况进行预测。

网络结构之确定基于下面几个考虑：1) 层数，因三层 BP 网络即可逼近任意系统，而层数少将使网络结构简单易于训练，故辨识网络的层数选为 3，即输入输出层之间仅含 1 个中间层；2) 结点数，因布拉格声光双稳混沌系统为单输入输出系统，输入与输出结点自然地各选为 1，又据神经网络设计经验，隐含层的结点数一般取为输入数的 4 到 5 倍较好，由于输入结点数已定为 1，故选中间层的结点数为 4。仿真结果表明，此网络结构之确定是可行的。

由图 1 及 2 知，当 μ 取 0.28、0.34、0.6、0.636、0.6516、0.681、0.75 时，双稳系统分别运行于周期一、周期二、周期四、周期八、周期窗口、周期窗口及混沌态，选择这几种状态作为神经网络的辨识目标。因神经网络只能接受 0 到 1 之间的值作为输入，故其训练序列由双稳系统处于前述几种状态时的输出序列(任一输出序列之种子均为随机选取)作规范化处理后得到，即输出序列均除以规范化因子 1.6(实际上，双稳系统之最大输出值在 1.5 与 1.6 之间，此处取规范化因子为 1.6 是为计算方便)。训练时，在训练序列中任选相邻两值作为初始训练对，例如，设对应于某一具体辨识状态之训练序列为 $\{x_0, x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_m\}$ ，取 (x_{i-1}, x_i) 为第一个训练对，自然地 (x_i, x_{i+1}) 为第二个训练对， (x_{i+1}, x_{i+2}) 为第三个训练对等。依照标准 BP 算法，训练初始时网络的权重及阈值设为 0 到 1 之间的随机数，由网络的输出与理想输出(即为当前训练对中两元素之后者)之差值作为误差校正信号，对网络的连接权重及阈值依(5)、(6)二式进行在线调整。训练过程也即辨识过程将重复进行直至方差小于设定值。对周期态、周期窗口及混沌态之训练过程完全相同。

图 4 为周期四及混沌态辨识训练过程中方差的下降趋势图。由图可知方差在训练开始时急剧降低，但过此阶段后，其下降速度明显减缓，在 2×10^5 次稍前，方差下降已基本停止，其它辨识态训练过程的情况与此类似，因此本研究将训练次数限制在 2×10^5 次以内，相应的辨识精度为 4×10^{-4} 与 1×10^{-4} 之间。计算机仿真实验发现，即便作此训练精度规定，对布拉格声光双稳混沌系统之高周期态(指周期四以上，包括周期窗口)及混沌态的学习迭代次数也均超过 10^5 次。同时发现，辨识精度对训练序列的种子及初始训练对的选取变化并不敏感。

为检验辨识效果，由训练序列中任选一值同时作为辨识网络及双稳系统的输入值，记录下辨识网络及双稳系统的输出，然后将双稳系统的此次输出作为下一次检验迭代的输入。图 5 为训练迭代 1.5×10^5 次后双稳系统处于混沌态及其辨识网络的返回映射图，方差控制在 3×10^{-4} 与 4×10^{-4} 之间，为便于考察辨识精度，图中已将辨识迭代序列及双稳迭代序列均示意以同一返回映射图上。图中可见，整个辨识映射曲线的轮廓与双稳系统略有差异，这是由混沌态的本质特点即误差指数放大规律决定的。不过从返回映射的轮廓上看，辨识迭代点也

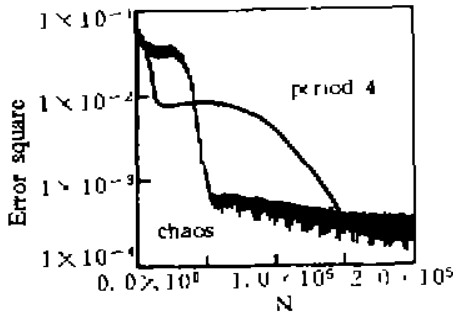


Fig. 4 Error-Square curve plot of NN identification, period 4 and chaos

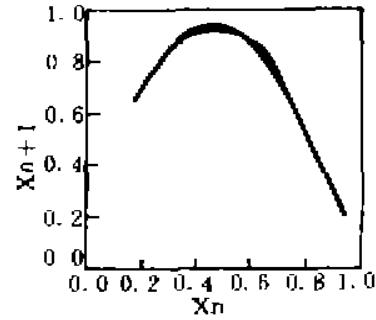


Fig. 5 NN identification return map, chaos, $\mu = 0.75$

构成了“连续”分布，毫无疑问，辨识序列也是一混沌序列。为对此进行定量确认，本文利用时间延迟法对辨识网络输出序列中相邻的 2×10^3 个点进行了 5 维相空间重构，并利用 G-P 算法计算了辨识序列的关联维数^[5]。计算表明，在标度区内，辨识序列的关联维数确为一大于 1 而小于 2 的分数。对其它非混沌态的辨识结果远比对混沌态的辨识结果为好。

3 布拉格声光双稳混沌系统之前向 BP 神经网络混沌加速系统辨识

由前述之辨识结果可见，利用常规 BP 算法训练前向神经网络学习混沌光学系统，在达到预定辨识精度时，即使采取了冲量修正后，所需的辨识迭代次数仍很大。这是由 BP 算法之本质特征所决定的，故仅从算法本身采用修正措施其效果不会太好，还须从算法外另辟蹊径，本文从辨识目标混沌光学系统的独特动力学性质入手来解决此问题。

混沌动力学系统在混沌运行时，在相空间的具体几何形象为具有分维数的奇异吸引子，理论上已经证明，在奇异吸引子中嵌有无穷多的非稳周期轨道。由于混沌系统之运行是遍历的，所以混沌轨道将在所有的这些非稳轨道附近经过(但并不真正进入)，因而可以认为，系统在混沌运行时在不同的时段近似地反映出系统在非混沌态运行时的性质。显然，若对奇异吸引子上的轨道进行控制，则由混沌态可到达任一非混沌态，这个想法便是混沌控制论中 OGY 法的出发点^[6]。由此可推论，若以学习完混沌态后的网络权重及阈值分布作为学习其他周期态的初始网络权重及阈值分布，因网络权重及阈值分布中已包含了周期态的信息，则在此基础上再利用 BP 算法对网络进行训练，必将大大缩短辨识过程，此即混沌加速 BP 算法之核心所在。

为确认混沌加速 BP 算法对减少训练次数的作用，作者以相同的学习速率 η 及冲量调整系数 α 对同一训练序列分别以两种学习算法对网络进行训练，图 6 至图 8 分别为采用两种训练方式时方差下降的计算机仿真结果。由图可见，采用混沌加速 BP 算法在训练初始阶段(迭代 2×10^4 次以内)，迭代方差即急剧降低到预定辨识误差之下，说明混沌加速 BP 算法对于降低训练所需迭代次数极为有效，例如在对周期四、周期八之辨识中，若仅用常规 BP 算法，在 2×10^5 次内方差只能控制在 2×10^{-4} 与 4×10^{-4} 之间，而采用混沌加速 BP 算法后，在 10^4 次内均方差即已降低到 1×10^{-4} 以下；对于周期窗口，若采用常规 BP 算法，训练迭代次数在 2×10^5 万次内均方差只能控制在 2×10^{-4} 与 4×10^{-4} 之间，但若采用混沌加速 BP 算法，则在 2×10^4 次内即可达到相同的辨识精度；但对于周期一、周期二等低周期态的辨识，两种算法的结果相差并不大，因两者之迭代很快即收敛到方差小于 1×10^{-6} ，这说明对低周期态的辨识是极为容易的。

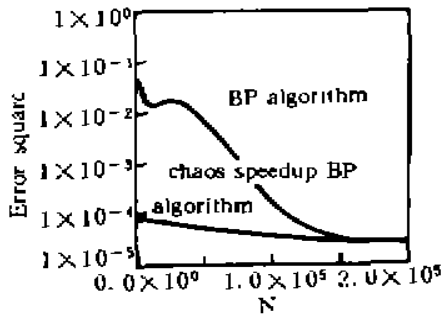


Fig. 6 Error-square curve plot of NN identification, period 8, $\mu = 0.636$

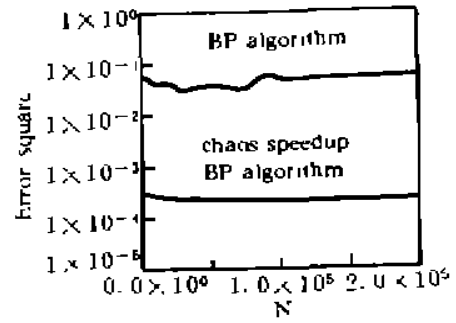


Fig. 7 Error-square curve plot of NN identification, period window, $\mu = 0.681$

上述仿真结果同时表明，在相当大的迭代次数内 (10^5 次左右)混沌加速 BP 算法支持的系统辨识不仅比常规 BP 算法支持下的辨识精度高，而且可对某些在常规 BP 算法支持下难以辨识的态进行高精度辨识(见图 7)。仿真亦发现，混沌加速 BP 算法支持的系统辨识对低周期态要比对高周期态辨识剪度高，对周期态要比对周期窗口辨识剪剪度高，这与常规 BP 算法支持的辨识结果是一致的，因而可给予同样的解释：随着控制参数 μ 的取值增大，相应的双稳系统稳定迭代点之散布范围(即变化范围)亦增大，显然，大的迭代值变化范围必然导致学习过程中误差曲线之振荡幅度增大(图 6~图 8 中由于横坐标尺度太大因此看不出上述现象)，因此辨识剪剪度便降低。同理亦可解释对控制参数小的周期窗口的辨识剪剪度要比对控制参数大的周期窗口的辨识剪剪度高的原因(比较图 7 与图 8)。

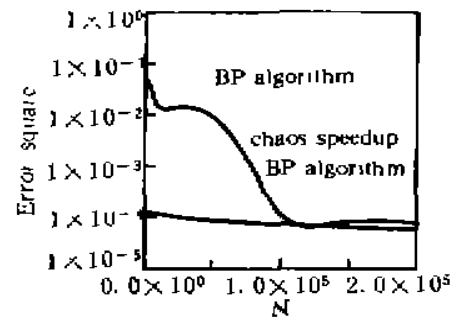


Fig. 8 Error-square curve plot of NN identification, period window, $\mu = 0.6516$

为检验辨识效果，仍从训练序列中任选一值同时作为辨识网络及双稳系统的输入值，记录下辨识网络及双稳系统的输出，然后将双稳系统的此次输出作为下一次检验迭代的输入。仿真结果表明，周期一、周期二在训练在 10^3 次内方差即已降低到 1×10^{-6} 以下，因此在返回映射图中，双稳系统映射点与辨识网络映射点完全重合；对周期四及周期八，在训练迭代 10^4 次内方差也已小于 1×10^{-4} ，故双稳系统映射点与辨识网络映射点基本重合(对更高周期态的辨识，亦有类似的结果)；对于周期窗口，因均方差只能控制在 2×10^{-4} 与 4×10^{-4} 之间，反映在返回映射图上双稳系统映射点及辨识网络映射点略有偏离，但可准确辨识是毫无疑问的。图 9 至图 10 分别是处于周期八及一周剪剪窗口的双稳系统及辨识网络的返回映射图。

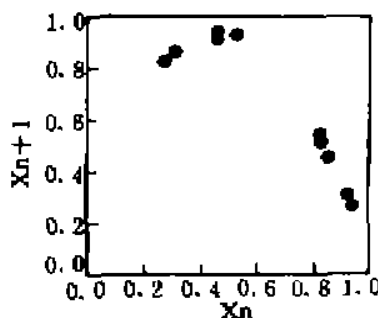


Fig. 9 NN identification return map of period 8, $\mu = 0.636$

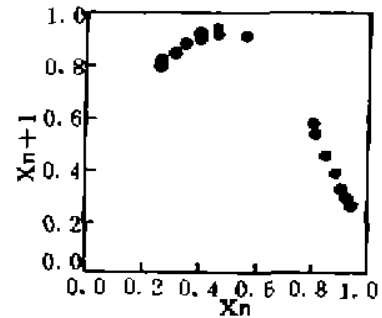


Fig. 10 NN identification return map, period window, $\mu = 0.6516$

结束语 本文针对常规 BP 算法支持下的前向神经网络混沌光学系统辨识过程较长的缺点, 提出了利用混沌加速 BP 算法支持的前向 BP 神经网络进行混沌光学系统辨识。研究发现, 混沌加速 BP 算法支持下的 BP 网络混沌光学系统辨识不仅具有较高的辨识精度, 而且实施起来也甚容易。加之神经网络本身所具有的容错性、并行性、壮健性以及 BP 网络结构简单易于训练等优点, 此法在实际应用中是很有价值的。值得注意的是, 尽管由 BP 网络进行混沌系统辨识是为解决光学混沌控制而提出的, 但也适合其它领域中的混沌系统辨识。

参 考 文 献

- [1] Scott Hayes, Celso Grebogi, Edward Ott, Communicating with chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, 70(20): 3091~3093
- [2] Kurt Wiesenfeld, Bruce Mcnamara, Period-doubling systems as small signal amplifiers. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, 55(1): 13~14
- [3] J. Chrostowski, C. Delisle, R. Tremblay, Oscillations in an acoust-optic bistable device. *Can. J. Phys.*, 1983, 61(2): 188~191
- [4] K. Hornik, M. Stinchcombe, H. White, Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multilayer feedforward networks. *Neural Network*, 1990, 3(1): 551~560
- [5] Grassberger P., Procaccia I., Characterization of strange attractor. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, 50(5): 346~349
- [6] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, Controlling chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, 64(11): 1196~1199

Chaos Speedup Feedforward Neural Network Identification of Chaotic Optical Systems

Yang Huaijiang

(Department of Engineering Optics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Shen Ke

(Department of Optical Physics, Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Changchun 130022)

Weng Zhaoheng

(State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 130022)

Zhou Liwei

(Department of Engineering Optics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

(Received 24 April 1995; revised 24 July 1995)

Abstract The identification of the chaotic optical system with BP feedforward neural network supported by a modified BP algorithm is suggested. The feasibility of this suggestion was demonstrated with computer simulation of the identification of the Bragg acoustooptic bistable & chaotic system. The computer simulation result shows that, the three layers forward neural network, if trained with the chaos speedup BP algorithm, is indeed a fine identifier with less training iterations than usual. Thus it could be used to reconstruct the dynamics of the chaotic optical system with its output time series very efficiently.

Key words neural network (NN), system identification, chaos.