

光波导折射率分布的数值算法

姚 珩 杨治安 康翠荣 宋 威
(天津大学分析中心, 天津 300072)

摘 要 介绍了光波导折射率分布的数值算法。采用该方法, 可由光波导输出端面的二维光强分布得到其折射率差的二维分布和沿 x 、 y 方向的线分布。文中给出了 Ti:LiNbO_3 光波导沿垂直于基片表面方向的折射率差分布的测量结果。

关键词 光波导, 折射率分布, 近场测量。

1 引 言

光波导和光纤的折射率分布直接确定或影响带宽、模场直径、单模条件以及波导间耦合系数等重要参数^[1]。此外, 折射率分布还对光波导的生产过程控制起重要作用。考虑到条形波导导波区的宽度和扩散元素的浓度, 折射率研究被限定在 $10 \mu\text{m}$ 左右的区域, 且差别很小, 所以, 直接测量折射率分布相当困难。目前, 被采用的方法有, 远场辐射图形技术^[2, 3], 散射图形方法^[4], 反射方法^[5], 汇聚法^[6], 反射近场技术^[7]和解析法^[8]。本文介绍的数值计算方法在被测波导工作波长下, 通过测量传播模输出截面的光强分布, 分析有关信息的基模近场图案得到折射率分布。

2 光波导折射率分布的数值计算

2.1 折射率分布与光强分布的函数关系

假定光波导介质与空气的磁导率相等, 而且它们之间的折射率差别很小, 则麦克斯韦方程可以近似地表为标量波动方程^[9],

$$\nabla_i^2 \phi(x, y) + \{k^2 n^2(x, y) - \beta^2\} \phi(x, y) = 0 \quad (1)$$

式中 $\phi(x, y)$ 为横波场函数, k 为真空中的波数, β 为传播常数, ∇_i^2 为拉普拉斯算符。从(1)式可得折射率平方的表达式。

$$n^2(x, y) = \frac{\beta^2}{k^2} - \frac{1}{k^2 \phi(x, y)} \nabla_i^2 \phi(x, y) \quad (2)$$

由于光强 $p(x, y)$ 正比于 $\phi(x, y)$ 的平方, 而且

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{2\phi} \left[\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{2p} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \right], \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{1}{2\phi} \left[\frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{1}{2p} \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (3)$$

则光强分布函数与折射率分布函数的关系为

$$n^2(x, y) = \frac{\beta^2}{k^2} - \frac{1}{2k^2p} \{ \nabla_i^2 p - \frac{1}{2p} (\nabla_i p)^2 \} \tag{4}$$

假定(4)式右侧第二项相比于 $(\beta/k)^2$ 很小, 故可以近似地得到

$$n(x, y) \approx \frac{\beta}{k} - \frac{1}{4\beta k p} \{ \nabla_i^2 p - \frac{1}{2p} (\nabla_i p)^2 \} \tag{5}$$

式中右侧第一项为未知常量。因为 $n(x, y)$ 在波导与基体交界处连续, 所以, 可通过测量基体的折射率来确定此常量。将(5)式变化成

$$\Delta n(x, y) = n(x, y) - \frac{\beta}{k} = - \frac{1}{4\beta k p} \{ \nabla_i^2 p - \frac{1}{2p} (\nabla_i p)^2 \} \tag{6}$$

可见, 即使基体的折射率不知道, 也可以根据(6)式唯一地确定出与光强分布相对应的折射率差的分布。

2.2 折射率差分布的数值解

光波导传播模近场的光强分布由 CCD 器件或摄像头探测, 再经模数转换等电路的处理, 以矩阵的形式被存放在帧存贮器中, 矩阵中某一元素的数值(灰度)与光场中相应位置的光强成正比。所以(6)式中的光强分布函数 P 是 $m \times n$ 的二维数组, 其涉及的一次和二次微分计算只能以数值的方法完成。图 1 给出了折射率差 N 的数值求解的过程, 其中包括求 P 的梯度的平方 $D = (\nabla P)^2$, 求 p 的拉普拉斯变换 $L = \nabla^2 P$ 及 P 、 D 、 L 同位置元素间的运算。

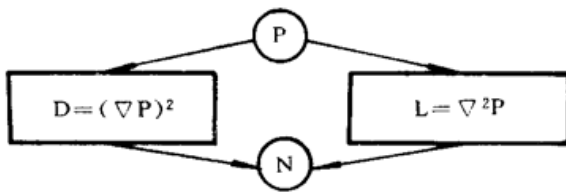


Fig. 1 The flowchart of numerical method for calculating refractive-index difference profile

2.2.1 矩阵 D 的计算

光强分布函数 $p(x, y)$ 在点 (x, y) 处的梯度 ∇p 的

值为

$$|\nabla p(x, y)| = \sqrt{[\Delta_x p(x, y)]^2 + [\Delta_y p(x, y)]^2} \tag{7}$$

则矩阵 D 可表示为

$$D = (\nabla p)^2 = [\Delta_x p(x, y)]^2 + [\Delta_y p(x, y)]^2 = [p(x+1, y) - p(x-1, y)]^2 + [p(x, y+1) - p(x, y-1)]^2 \tag{8}$$

从上面的微分运算可以看出, 它对于光强分布中的噪声是敏感的, 噪声作为一种高频成分也将得到增强。为了抑制噪声, 本文采用 Prewitt 算子^[10], 计算 $\Delta_x p$ 和 $\Delta_y p$, 其算法如下:

$$\Delta_x p(x, y) = [p(x-1, y-1) + p(x-1, y) + p(x-1, y+1)] - [p(x+1, y-1) + p(x+1, y) + p(x+1, y+1)] \tag{9}$$

$$\Delta_y p(x, y) = [p(x-1, y-1) + p(x, y-1) + p(x+1, y-1)] - [p(x-1, y+1) + p(x, y+1) + p(x+1, y+1)] \tag{10}$$

用加权矩阵的方法表示时, 上述算子可以写成下面的矩阵和光强分布函数的卷积。

$$\Delta_x p: \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \Delta_y p: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

2.2.2 L 的计算

根据对 L 的定义, 即 $L = \nabla^2 P$, 可以得到,

$$\begin{aligned} L &= \Delta_x^2 p(x, y) + \Delta_y^2 p(x, y) \\ &= p(x+1, y) + p(x-1, y) + p(x, y-1) + p(x, y+1) - 4p(x, y) \end{aligned}$$

用加权矩阵可表示为

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

2.3 求解折射率差分布的计算机模拟

为了验证求解(6)式的数值方法, 本文利用计算机模拟由光强分布求解折射率分布的过程。单模光纤基模的光强分布可由(11)式给出的高斯函数近似表达

$$p(x, y) = C_1 + C_2 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-x_0}{\sigma} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{y-y_0}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (11)$$

当式中的常数 $C_1 = 1$, $C_2 = 10$, $\sigma = 10$ 时, x 和 y 的取值范围由 1 到 64, $x_0 = y_0 = 32$, (11) 式所描述的光强分布由图 2 给出。

利用本节介绍的方法求解出的折射率差的分布由图 3 给出。图 3 所表现的折射率差分布的趋势与实际情况基本相符, 但是, 折射率差没能随着距轴心距离的增加单调地下降并趋于一常量, 而是出现了反跳, 这说明此算法在远离最大光强区的两侧未能给出理想的结果。但是, 通过对靠近最大光强的折射率差分布曲线的拟合, 可得到理想的结果。

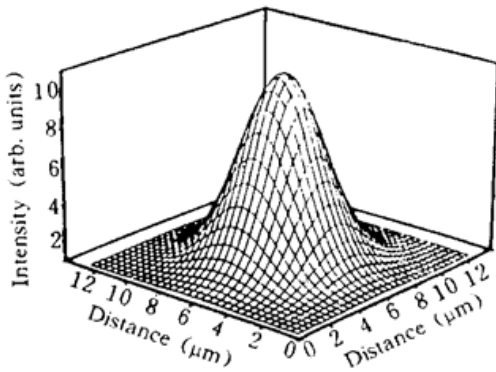


Fig. 2 Two dimensional intensity profile of single mode fiber with computer simulation

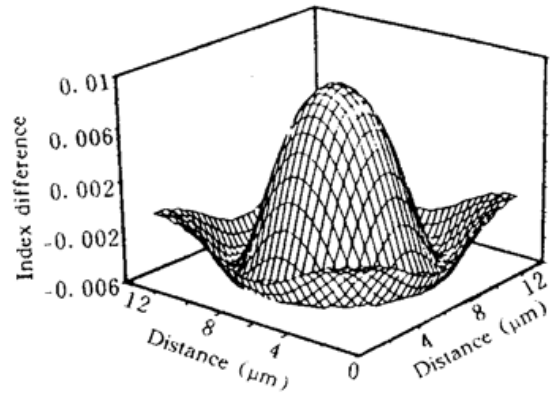


Fig. 3 Two dimensional refractive index difference profile computed by numerical method

3 应 用

采用光波导传播模近场观测系统^[11], 对 $\text{Ti}:\text{LiNbO}_3$ 光波导输出端面的光强分布进行观测。图 4 和图 5 分别为基模模场及 x 、 y 方向的光强分布曲线。

图 6 给出了沿垂直于基片方向的折射率差分布的测量中间结果。图中实线是由 10 次平均和平滑处理后的光强分布曲线, 虚线是由此实线计算出的折射率差分布。

折射率分布的最终测量结果可以由对图 6 中曲线 2 的拟合得出。假定该分布被表达为高斯函数的形式

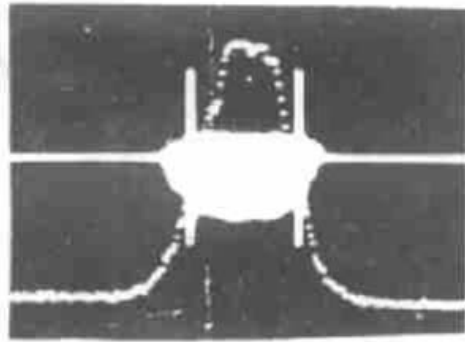


Fig. 4 LiNbO₃ optical waveguide fundamental mode field and the intensity distribution curve in z direction

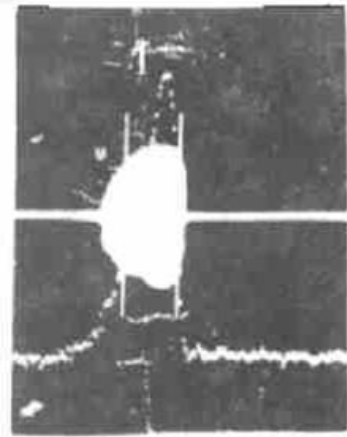


Fig. 5 LiNbO₃ optical waveguide fundamental mode field and the intensity distribution curve in y direction

$$\Delta n(y') = C_0 + C_1 \exp[-C_2(y' - C_3)^2] \quad (12)$$

利用坐标变换并整理成线性的形式,

$$\ln \Delta n(y) = \ln C_1 - C_2 y^2 \quad (13)$$

利用曲线 2 所对应的数据组 $(y_i, \Delta n(y_i))$, $i = 1, 2, \dots, m$ 和最小二乘法的方法方程可求解出 $C_1 = 2.8 \times 10^{-3}$ 和 $C_2 = 0.42$ 。图 7 给出了被测波导折射率差分布的最终测量结果。

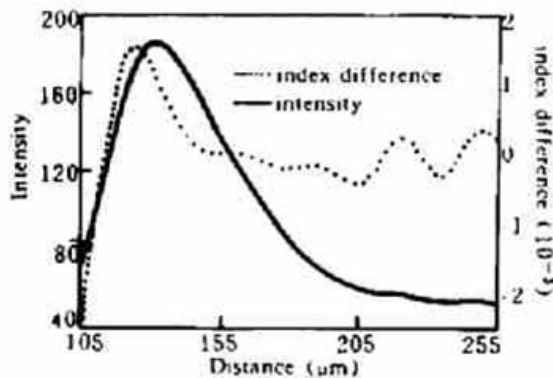


Fig. 6 Intensity and refractive index difference profiles in the direction perpendicular to the substrate surface of a LiNbO₃ optical waveguide

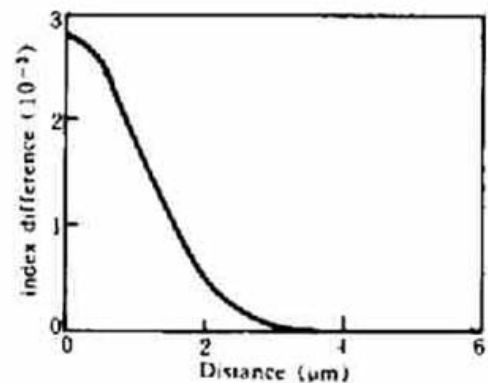


Fig. 7 The measurement result of the refractive-index difference profile of the optical waveguide

结 论 如果已知光波导传播模近场光强分布, 即可通过数值计算求得光波导折射率差分布。计算机模拟和 Ti:LiNbO₃ 光波导的测量结果与实际符合得较好, 此方法为光波导折射率分布测量开辟了一条捷径。

参 考 文 献

- [1] 徐森禄, 凌世德, Loulergue, 光波导及其应用. 杭州, 浙江大学出版社, 1990: 149~217
- [2] K. Hotate, T. Okoshi, Measurement of refractive-index profile and transmission characteristics of a single-mode optical fiber from its exit-radiation pattern. *Appl. Opt.*, 1979, 18(19): 3265~3271
- [3] T. Okoshi, K. Hotate, Refractive-index profile of an optical fiber; its measurement by the scattering-pattern method. *Appl. Opt.*, 1976, 15(11): 2756~2764

- [4] M. Tateda, Single-mode-fiber refractive-index profile measurement by reflection method. *Appl. Opt.*, 1978, 17(3): 475~478
- [5] H. M. Presby, D. Marcuse, W. G. French, Refractive-index profiling of single-mode optical fibers and preforms. *Appl. Opt.*, 1979, 18(23): 4006~4011
- [6] K. I. White, Practical application of the refracted near-field technique for the measurement of optical fiber refractive index profiles. *Opt. & Quant. Electron.*, 1979, 11(1): 185~196
- [7] G. W. Tasker, W. G. French, J. R. Simpson *et al.*, Low-loss single-mode fibers with different B₂O₃-SiO₂ compositions. *Appl. Opt.*, 1978, 17(11): 1836~1842
- [8] S. P. Pogossian, A new approach to determining the waveguide mode index distribution. *Opt. & Quantum Electron.*, 1993, 25(2): 417~422
- [9] K. Morishita, Index profiling of three-dimensional optical waveguides by the propagation-mode near-field method. *J. Lightwave Technol.*, 1986, LT-4(8): 1120~1124
- [10] 徐建华, 图象处理与分析. 北京, 科学出版社, 1992: 58
- [11] 杨治安, 姚珩等, 光波导传播模的近场采集、观测的处理系统. 天津大学学报, 1994, 27(5): 557~562

Numerical Calculation of Refractive-Index Profile of Optical Waveguides

Yao Pei Yang Zhi'an Kang Cuirong Song Wei

(Analysis Center, Tianjin University, Tianjin 300072)

(Received 11 March 1995; revised 16 May 1995)

Abstract The numerical calculating method of refractive index profile in optical waveguides is discussed. By using this method, the two dimensional distribution or line distribution along x , y direction of refractive-index difference can be obtained based on the output pattern of optical waveguides. The measured result of the index difference profile of a Ti:LiNbO₃ waveguide in the direction perpendicular to the substrate surface is given.

Key words optical waveguide, refractive-index profile, near field measurement.