

粗糙波面中心点亮度比像质评价准则*

向 阳

(中国科学院长春光学精密机械研究所应用光学国家重点实验室, 长春 130022)

摘 要 建立了兼含粗糙度与波面像差影响的中心点亮度比公式及其像质评价准则。根据粗糙波面中心点亮度比的大小, 把像质标准划分为“极佳”、“良好”和“不理想”等三个等级; 粗糙度公差范围为 $\lambda/20 \sim \lambda/80$ 。

关键词 表面粗糙度, 中心点亮度比, 像质评价。

1 引 言

长期以来, 各种光学系统中的光学元件表面粗糙度加工公差全都标以宽范围的经验值 $0.012/\sqrt{\Delta}$ 。对于像质要求和系统结构形式等不相同的光学系统, 是否合适, 有待理论的阐述, 以便给出合适的加工公差, 既保证像质, 又降低成本。

目前所有像质评价准则^[1~3], 都只针对波面像差。实际上, 光学元件表面粗糙度降低系统的像质^[4]。因此, 发展和完善当前各种像质评价准则, 使之还包含粗糙度的影响, 并在此基础上建立粗糙度公差理论, 为给出合适的加工公差提供理论依据, 是非常有意义的。

本文将讨论粗糙度对中心点亮度比及其像质评价准则的影响、像质等级的划分、粗糙度公差的标准和范围等问题。讨论这些问题的理论基础与方法, 与求解粗糙波面点扩散函数相类似, 都是基于“点成像”的弗琅和费(Fraunhofer)衍射积分。因此, 本文的讨论将基于作者另一篇论文“粗糙波面点扩散函数”中的某些基本原理、概念和关系式^[5]。

2 粗糙波面中心点亮度比

如文献[5]所述, 一受像差影响的波面, 在出瞳面 ($\zeta, \eta, z = 0$) 处的波面轮廓, 如图 1(a)中粗线所示, Q 点光线在像面上的位置为 $k'(x', y', z')$, 波面像差为 $Q'Q_0 = W_{\text{像差}}(\zeta, \eta)$ 。图 1(a)虚线表示参考球面 R_w , 其曲率中心位于 $k_0(x_0, y_0, z_0)$ 处, 曲率半径为 $Ok_0 = R$ 。受光学元件表面粗糙度的影响, 波面“粗糙化”, 而有粗糙波面差 $QQ' = W_{\text{粗}}(\zeta, \eta)$, 其波面轮廓如图 1(b)中折线所示, Q' 点光线在像面上的位置, 从 $k'(x', y', z')$ 点移至 $k(x, y, z)$ 点。

考虑到当前所用光学元件表面基本上是轻度粗糙的, 对光的折、反散射是相干型的^[6]。光波通过由这种表面性质光学元件组合的光学系统, 根据文献[5]中的(6)式, 当参考球面曲

* 应用光学国家重点实验室基金资助课题的部份研究内容。

收稿日期:1995年10月12日; 收到修改稿日期:1996年2月5日

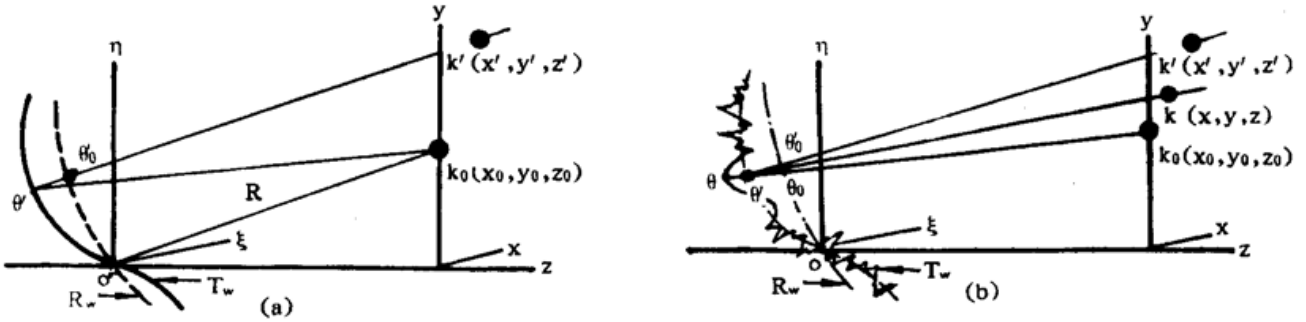


Fig. 1 Fraunhofer diffraction of rough wavefront at an aperture in a plane screen; a) only aberration; b) rough wavefront with aberration. where, R_w : reference wavefront; T_w : test wavefront

率中心与像点重合, 或位于轴上时, $x = y = 0$, 得到兼含粗糙度与波面像差影响的中心点振幅函数及其强度(简称之为粗糙波面中心点强度)分别为:

$$u_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0) = C \iint \exp \{-jk[W_{\text{粗}}(\zeta, \eta) + W_{\text{像差}}(\zeta, \eta)]\} d\zeta d\eta \quad (1)$$

$$\begin{aligned} I_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0) &= |u_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0) * u_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0)| \\ &= C^2 \iint_{(\zeta_1, \eta_1)} d\zeta_1 d\eta_1 \iint_{(\zeta_2, \eta_2)} d\zeta_2 d\eta_2 \exp \{-jk[W_{\text{粗}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{粗}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\} \\ &\quad \times \exp \{-jk[W_{\text{像差}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{像差}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\} \end{aligned} \quad (2)$$

由于 $W_{\text{粗}, 1}(\zeta_1, \eta_1)$ 、 $W_{\text{粗}, 2}(\zeta_2, \eta_2)$ 的分布随机性、 $I_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0)$ 、 $W_{\text{粗}, 1}(\zeta_1, \eta_1)$ 、 $W_{\text{粗}, 2}(\zeta_2, \eta_2)$ 均取系综平均值^[7], 则表示粗糙波面中心点强度的(2)式可以写成:

$$\begin{aligned} E[I_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0)] &= C^2 \iint_{(\zeta_1, \eta_1)} d\zeta_1 d\eta_1 \iint_{(\zeta_2, \eta_2)} d\zeta_2 d\eta_2 E[\exp \{-jk[W_{\text{粗}, 1}(\zeta_1, \eta_1) \\ &\quad - W_{\text{粗}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\}] \exp \{-jk[W_{\text{像差}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{像差}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\} \end{aligned} \quad (3)$$

设光瞳面和像面上的极坐标分别为 (ρ, θ) 和 (ζ, φ) , 与其相对应的直角坐标有下面的关系式:

$$\begin{aligned} \zeta_1 - \zeta_2 = \zeta = \rho \cos \theta, & \quad \eta_1 - \eta_2 = \eta = \rho \sin \theta; \\ x = \zeta \cos \varphi, & \quad y = \zeta \sin \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

作者曾指出: 通常所用光学元件表面粗糙度概率分布函数及其自相关函数均为高斯型、平稳和各向同性^[8]。于是, 根据文献[9]和(4)式, 则 $W_{\text{粗}}(\zeta, \eta)$ 的特征函数 $E[\cdot]$ 和自相关函数 $C(\rho)$ 分别为:

$$E[\exp \{-jk[W_{\text{粗}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{粗}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\}] = \exp(-k^2\sigma^2) \exp[k^2\sigma^2 C(\rho)] \quad (5)$$

$$C(\rho) = \exp[-(\rho/l_c)^2] \quad (6)$$

(5)式、(6)式中 σ 、 l_c 分别为 $W_{\text{粗}}(\zeta, \eta)$ 的均方差和相关长度。把(5)式中的 $\exp[-k^2\sigma^2 C(\rho)]$ 按泰勒级数展开, 则(5)式可以写成:

$$E[\exp \{-jk[W_{\text{粗}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{粗}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\}] = \exp[-(k\sigma)^2] \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k\sigma)^{2n}}{n!} C^n(\rho)\right] \quad (7)$$

(7)式代入(3)式, 并用 C^2 规化, 则粗糙波面中心点强度表达式进一步可以写成:

$$E[I_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0)] = \exp[-(k\sigma)^2] \iint_{(\zeta_1, \eta_1)} d\zeta_1 d\eta_1 \iint_{(\zeta_2, \eta_2)} d\zeta_2 d\eta_2 [1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k\sigma)^{2n}}{n!} C^n(\rho)] \times \exp\{-jk[W_{\text{像差}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{像差}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\} \quad (8)$$

根据(8)式, 建立一种既含有波面像差又含有粗糙波面差影响的中心点亮度比表示式为

$$I_{\text{粗, 像}}(0, 0) = E[I_{\text{粗, 像}}(x=0, y=0)] \left| \iint d\zeta d\eta \right|^2 = \exp[-(k\sigma)^2] \left(\iint_{(\zeta_1, \eta_1)} d\zeta_1 d\eta_1 \iint_{(\zeta_2, \eta_2)} [1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k\sigma)^{2n}}{n!} C^n(\rho)] \times \exp\{-jk[W_{\text{像差}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{像差}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\} d\zeta_2 d\eta_2 \right) \left| \iint d\zeta dy \right|^2 \quad (9)$$

将(9)式简称为粗糙波面中心点亮度比。实际上, $\rho > 0$, 因此总有 $|C(\rho)| < 1$ ^[9]。又知: 光学元件表面是轻度粗糙的, $\sigma \ll \lambda$ ^[8], 则由文献[5]中的表 1 知, $(k\sigma)^2 \ll 1$, 于是有:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k\sigma)^{2n}}{n!} C^n(\rho) \ll 1 \quad (10)$$

考虑到(10)式, 则通常实际情况下的粗糙波面中心点亮度比, 可用(9)式的近似式来表示:

$$I_{\text{粗, 像}}(0, 0) \doteq \exp[-(k\sigma)^2] \left\{ \iint_{(\zeta_1, \eta_1)} d\zeta_1 d\eta_1 \iint_{(\zeta_2, \eta_2)} \exp\{-jk[W_{\text{像差}, 1}(\zeta_1, \eta_1) - W_{\text{像差}, 2}(\zeta_2, \eta_2)]\} d\zeta_2 d\eta_2 \right\} \left| \iint d\zeta d\eta \right|^2 \doteq \exp[-(k\sigma)^2] \left| \iint_{(\zeta, \eta)} \exp[jkW_{\text{像差}}(\zeta, \eta)] d\zeta d\eta \right|^2 \left| \iint_{(\zeta, \eta)} d\zeta d\eta \right|^2 \quad (11)$$

已知中心点亮度比的 Maréchal 表示式为^[10]:

$$\{S. D\} = \left| \iint_{(\zeta, \eta)} \exp[jkW_{\text{像差}}(\zeta, \eta)] d\zeta d\eta \right|^2 \left| \iint_{(\zeta, \eta)} d\zeta d\eta \right|^2 = 1 - k^2 \langle \Delta W_{\text{像差}}^2(\zeta, \eta) \rangle \quad (12)$$

式中 $[\langle \Delta W_{\text{像差}}^2(\zeta, \eta) \rangle]^{1/2}$ 为 $W_{\text{像差}}(\zeta, \eta)$ 的均方差。将(12)式代入(11)式, 得到 $W_{\text{像差}}(\zeta, \eta) < \lambda$ 时的粗糙波面中心点亮度比表示式为:

$$I_{\text{粗, 像, 小}}(0, 0) \doteq \exp[-(k\sigma)^2] [1 - k^2 \langle \Delta W_{\text{像差}}^2(\zeta, \eta) \rangle] = \exp[-(k\sigma)^2] \{S. D\} \quad (13)$$

(9)、(12)、(13)式表明: 1) 广义而言, 粗糙波面中心点亮度比的大小除了与粗糙度和波面像有关外, 还可能与相关长度有关。实际上, 由于光学元件表面是轻度粗糙的, 粗糙波面中心点亮度比的大小主要取决于粗糙度和波面像差, 而与相关长度无关; 2) 粗糙波面中心点亮度比与粗糙波面点扩散“核”^[5]均以相同的规律(高斯型)随粗糙度的增加而下降。其原因是两者都是表示点像中心亮斑光强, 仅仅是不同的量值表示方法。由此进一步看到, 原 Strehl-Maréchal 的中心点亮度比没有包含粗糙度的影响, 显然是不完整的, 修正和完善其理论是很有必要的; 3) 原 Strehl-Maréchal 中心点亮度比仅是当粗糙度趋于零时粗糙波面中心点亮度比的一种特殊形式。

3 粗糙波面中心点亮度比准则和粗糙度公差标准

已知中心点亮度比像质评价准则的 Maréchal 表示式为^[2]：

$$\{S. D\} = 1 - k^2 \langle \Delta W_{像差}^2(\zeta, \eta) \rangle \geq 0.8 \tag{14}$$

正如前面中心点亮度比讨论中所指出的那样，(14)式中只包含波面像差是一种明显的缺陷，应该予以修正和完善，使其包含粗糙度的影响。中心点亮度比像质评价准则的基本出发点，只是把点像的能量集中度作为系统像质好坏的一种标志。因此，在该准则表示式中，除了波面像差外，也可以包含粗糙度的影响。基于这种观念，为了克服当今中心点亮度比像质评价准则的缺点，只须用(13)式的 $\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0)$ ，取代(14)式中的 $\{S. D\}$ ，以此建立一种既含波面像差又含粗糙度影响的中心点亮度比像质评价准则表示式：

$$\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0) \doteq \exp[-(k\sigma)^2] \{S. D\} \geq 0.8 \tag{15}$$

简称(15)式为粗糙波面中心点亮度比准则。根据大量测试的结果，衍射极限镜头像质等级与其波面像差，既中心点亮度比，有如表 1 所列的关系^[11]。表 1 指出了当今衍射极限系统发展的一种新动向：极大地提高 $\{S. D\}$ ，以获得较高的像质。为了使粗糙波面中心点亮度比准则(15)式体现表 1 所列的差异，同时在保持原中心点亮度比准则的基本原则前提下，可以按 $\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0)$ 的大小，把像质划分为“极佳”、“良好”和“不理想”等三个等级，如表 2 所列。其实，这种像质等级划分，基本上是把原中心点亮度比准则认为“理想”或“接近理想”的同一个等级，改划为“极佳”和“良好”两个等级而已，以便更好地体现像质的差异。从(15)式知， $\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0)$ 与 $\{S. D\}$ 成正比，随 σ 的增加呈高斯型下降。 $\exp\{-(k\sigma)^2\}$ 随 σ/λ 增加而下降的计算值如表 3 和图 2 所示。

Table 1. The image quality gradation in relationship with aberration or $\{S. D\}$

image quality gradation	wave aberration	$\{S. D\}$
very good	$\lambda/8 \sim \lambda/10$	>0.9
good	$\lambda/4$	0.8
non-ideal	$\lambda/2$	0.4

Table 2. The image quality gradation classified by $\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0)$

image quality gradation	$\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0)$
very good	>0.85
good	$0.8 \sim 0.85$
non-ideal	$0.75 \sim 0.80$

Table 3. $\exp[-(k\sigma)^2]$ for different σ/λ ratio

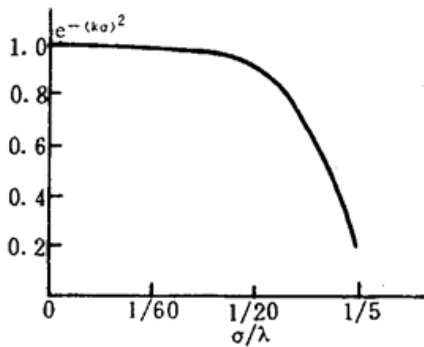
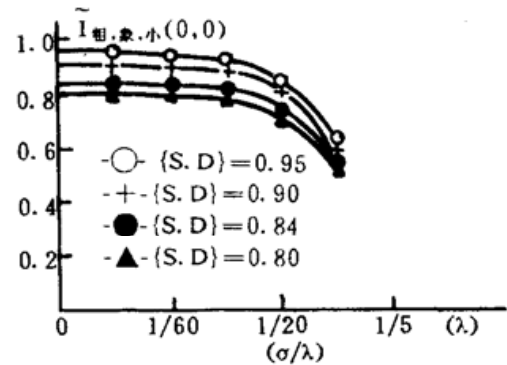
σ/λ	0	1/90	1/80	1/60	1/40	1/20	1/10	1/5
$\exp[-(k\sigma)^2]$	1	0.995	0.994	0.989	0.975	0.910	0.674	0.206

根据(15)式和表 3，对不同的 $\{S. D\}$ 和 σ/λ ，计算了 $\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0)$ ，如表 4 和图 3 所示。上面的论述，以及(15)式和表 1、表 2、表 4 等表明：

- 1) 本文的理论结果，与 Strehl-Maréchal 准则，有很大的不同，在同一表示式中，兼含波面像差和粗糙度两种影响，这有利于全面地考查波面像差和粗糙度对像质的影响；
- 2) 在 $\sigma = 0 \sim \lambda/40 \doteq 14 \text{ nm}$ ($\lambda = 550 \text{ nm}$)、 $\{S. D\} \geq 0.8$ 整个范围内，其中除 $\sigma/\lambda = (1/60) \sim (1/40)$ 、 $\{S. D\} = 0.8$ 个别情况外，像质等级为“极佳”或“良好”，直接取决于 $\{S. D\}$ 或 $\overset{\infty}{I}_{粗, 像, 小}(0, 0)$ 的大小。总体来说，上述结论与当前常规评价法则(在粗糙度公差 $\nabla^{0.012}$ 和 $\{S. D\} \geq 0.8$ 范围内，像质是接近理想的)是大体一致的。这一结论说明了：本文的理论反

Table 4. Calculated of $I_{\text{粗, 像, 小}}^{\infty}(0, 0)$ according to formula (15) and table 3

$I_{\text{粗, 像, 小}}^{\infty}(0, 0)$ {S. D}	σ/λ	0	1/90	1/80	1/60	1/40	1/20	1/10
0.8		0.8	0.8	0.8	0.79	0.78	0.73	0.54
0.82		0.82	0.82	0.82	0.81	0.8	0.75	0.55
0.84		0.84	0.84	0.83	0.83	0.82	0.76	0.57
0.86		0.86	0.86	0.86	0.85	0.84	0.78	0.58
0.88		0.88	0.88	0.87	0.87	0.86	0.80	0.59
0.90		0.90	0.90	0.89	0.89	0.88	0.82	0.60
0.92		0.92	0.92	0.91	0.91	0.90	0.83	0.62
0.95		0.95	0.95	0.94	0.94	0.93	0.86	0.64

Fig. 2 $\exp[-(k\sigma)^2]$ for different σ/λ ratioFig. 3 Calculated data of $I_{\text{粗, 像, 小}}^{\infty}(0, 0)$ according to formula (15) and (table 3)

映了客观情况及其正确性；当前基于经验的粗糙度公差 $\nabla^{0.012/}$ 大体遵循理论要求，有一定的适用性；Strehl-Maréchal 准则也是有其意义和应用价值；

3) 在 $\sigma/\lambda = (1/60) \sim (1/40)$ 、 $\{S. D\} = 0.8$ 范围内的像质，常规评价法则认为是“接近理想的”，而本文则认为“不理想”；作者认为，即使 $\sigma = \lambda/20 > \nabla^{0.012/}$ ，倘若 $\{S. D\} \geq 0.86$ ，像质仍可能达到“良好”，而常规评价法则认为是“不理想的”，等等。产生这些差异的原因，是由于常规评价法则“孤立地”看待粗糙度和 $\{S. D\}$ 两者对像质的影响。其次是因为粗糙度公差 $\nabla^{0.012/}$ 终究只是基于有限的经验。即，所述这些差异就是公差 $\nabla^{0.012/}$ 和 Strehl-Maréchal 准则的不足之处。

4) 上面 1)、2) 提到的粗糙度影响像质的现象，并不少见。众所周知，很多同类光学仪器产品，尽管其结构形式，像差大小基本相同，但其像质却有“理想”和“不理想”的显著差异^[12]。其原因之一是，粗糙度公差 $\nabla^{0.012/}$ 范围较宽，在实际加工中，由于技术水平的差异，粗糙度可能是 $\lambda/80$ 、 $\lambda/40$ ，甚至 $\lambda/20$ ，而导致像质的差异。

5) 上面 2) 中所提到 $\{S. D\}$ 对像质起决定性(或主要)作用，以及 3) 中所述及的 $\{S. D\}$ 有补偿粗糙度影响的功能，印证了当今衍射极限成像系统的发展新动向；

6) 常规评价法则，由于上述一些不足之处，因而按照该法则，难于作到既保证像质、又降低成本。

本文所说的粗糙度，是指整个光学系统而言的。在另文中，将探讨单个光学元件表面粗

糙度对象质的影响,从而了解粗糙度公差和系统光学元件面数的关系。

结 论 根据 Strehl-Maréchal 准则的基本观点,和光学元件表面微观念轮廓特征,并考虑到原常规评价准则所未涉及的“新现象”,建立了粗糙波面中心点亮度比准则,该准则较好地全面地体现了粗糙度和 $\{S. D\}$ 对像质的影响;阐述了粗糙度公差 $\nabla^{0.012}$ 和 Strehl-Maréchal 准则的适用性及其不足之处;给出了合理确定中心点亮度比像质等级,粗糙度公差和 $\{S. D\}$ 等参数指标的原则与方法;为光学设计、像质评价和粗糙度公差提供了理论依据和更为合理的定量标准;对既保证像质、又降低成本,是有参考意义的。

本文是在向才新研究员关注指导下完成的,在此表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] Lord Playleigh, Collected papers. Cambridge University Press, 1902, 2 : 84
- [2] A. Maréchal, Thesis. University of Paris, 1948 : 449~470
- [3] H. H. Hopkins, The aberration permissible in optical systems. *Proc. Phys. Soc.*, 1957, 70B : 449~470
- [4] J. E. Harvey, K. L. Lewotsky, Scattering from multilayer coatings; a linear system model. *Proc. SPIE*, 1991, 1530 : 35~
- [5] 向 阳,向才新,粗糙波面的点扩散函数.应用光学国家重点实验室 95 年年报,1995
向才新,向 阳,王淑荣等,表面粗糙度对成像质量影响的研究(研究报告).中国科学院长春光机所,1995
- [6] 向才新,向 阳,光学波面的粗糙化和传递.应用光学国家重点实验室 95 年年报,1995
向才新,向 阳,王淑荣等,表面粗糙度对成像质量影响的研究(研究报告).中国科学院长春光机所,1995
- [7] D. Middleton, *Statistical Communication Theory*, New York McGraw-Hill Book Co., 1960
- [8] 向才新,向 阳,光学元件表面微观轮廓.应用光学国家重点实验室 95 年年报,1995
向才新,向 阳,王淑荣等,表面粗糙度对成像质量影响的研究(研究报告).中国科学院长春光机所,1995
- [9] P. Bechman, A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. Pergamon Press, 1963 : 183~191
- [10] 草川辙, レンズ设计の十のめの波面光学. 日本东海大学出版社, 1976 : 24~25
- [11] 向才新,刘 钧,显微物镜像差测定及其像质评价. *光学机械*, 1989, (3) : 1~9
- [12] 刘瑞祥,显微物镜杂光特性普查对比的结果与分析. *光学机械*, 1992, (1) : 30~36

The Roughness Wavefront “Strehl Intensity Ratio” Criterion

Xiang Yang

(State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

(Received 12 October 1995; revised 15 December 1995)

Abstract The formula and criterion of the Strehl intensity ratio consisting of the aberration and roughness are developed. According to the roughness wavefront Strehl intensity ratio criterion, the gradation of image quality is classified into three grades: “non-ideal”, “good” and “very good”. The roughness tolerance of $\lambda/20 \sim \lambda/80$ is established.

Key words surface roughness, Strehl intensity ratio, image quality evaluation criterion.