

# 激光诱导热效应光栅自衍射效率 的角度依赖关系\*

李 劲 陈英礼 张则斌 蔡 军 黄建东  
(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

**摘要** 报道了激光诱导热效应光栅自衍射效率与两入射激光束夹角的依赖关系。实验结果给出自衍射效率与夹角的四次方成反比, 理论分析与实验结果一致。

**关键词** 激光诱导光栅, 自衍射, 热效应。

## 1 双光束自衍射过程的理论模型——复折射率光栅模型

双光束自衍射是光与物质相互作用的一个特殊问题, 这一现象可以用不同的模型来描述。在经典理论的框架下, 比较严格的方法是建立多波耦合方程组, 然后求解。如果仅考虑一级衍射波, 则为四波耦合问题。目前对克尔型非线性介质中的自衍射过程的四波耦合问题已有一些文章<sup>[1]</sup>发表。由于热致非线性光学过程的复杂性, 从多波耦合方程出发求解有不少困难, 通常都是从简单的复折射率光栅模型出发讨论光波自衍射问题<sup>[2]</sup>。

复折射率光栅模型是简单而且直观的, 当两相干激光束以一定的夹角入射到非线性光学介质时, 就在介质中产生周期性的光场分布, 这种周期性的光场导致非线性光学介质中折射率的周期调制, 从而形成光栅。这一光栅又反过来使入射光场产生衍射, 由于折射率的空间调制一般都较弱, 衍射光场比入射光场弱很多, 因而衍射光场对已存在的光栅的影响可忽略, 从而大大简化自衍射过程的理论描述。

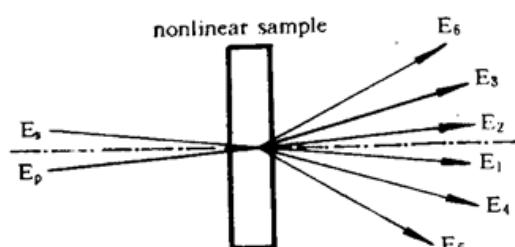


Fig. 1 Schematic drawing of self-diffraction under Raman-Nath condition

在采用复折射率光栅模型时, 必须注意的是: 光栅的厚度(即非线性介质的厚度)对衍射过程有着重要的影响。为得到在空间上与入射光分离的衍射光(拉曼-奈斯衍射, 见图 1), 必须满足所谓的薄光栅条件, 即<sup>[2]</sup>

$$Q = 2\pi d\lambda / \Lambda^2 n \ll 1. \quad (1)$$

\* 上海市科学技术发展基金项目。

收稿日期: 1995年4月24日; 收到修改稿日期: 1995年7月5日

其中  $d$  为光栅厚度,  $\Lambda$  为光栅周期,  $n$  为介质折射率,  $\lambda$  为入射激光在真空中的波长。

当  $Q > 1$  时衍射进入布拉格范畴, 将得不到在空间上与入射光束分离的衍射光束。

激光诱导动态光栅可通过不同的机制产生, 如分子重新取向或分布、电荷分布畸变、混和物浓度变化、光折变效应、热效应等等。本文报道热效应光栅衍射效率与入射光束夹角间关系的实验研究和理论分析。

## 2 实验结果

实验装置示意图如图 2 所示。非线性介质为染料的酒精溶液, 它在激光波长 514.5 nm 处为弱吸收, 从而导致热效应光栅。液槽的典型厚度为 1 mm。探测器分别测出 0 级光与 1 级光的功率  $P_0$  与  $P_1$ , 定义衍射效率

$$\eta = P_1/P_0. \quad (2)$$

由于是热效应产生的动态光栅, 因此其衍射过程具有肉眼能够分辨的时间依赖性。在适当的液槽厚度和入射光功率下, 一旦打开快门让激光束入射到液槽, 可以在其后的观察屏上清晰地看到两个入射光斑和两个衍射光斑, 但是很快(1 秒钟以内), 入射光斑由于空间自位相调制而发散成逐渐扩展的环状斑, 其发散角可大于 1 级衍射光与 0 级衍射光的角距离, 以致入射光场与衍射光场重叠而无法区分。为获得稳定的衍射光场, 在光路中加入一斩波器, 使得激光束照射液槽的时间足够短而不致引起明显的空间自位相调制, 从而得到稳定的衍射光斑, 如图 3 所示。入射光和衍射光功率的相对值由示波器读出。

测量了热效应光栅自衍射效率与入射光束夹角之间的关系, 典型的结果示于图 4, 由回归曲线可得:

$$\eta \sim \theta^{-4}. \quad (3)$$

据作者所知, 这一实验结果至今尚未见报道。



Fig. 3 The photograph of far-field pattern of incident and diffracted beams

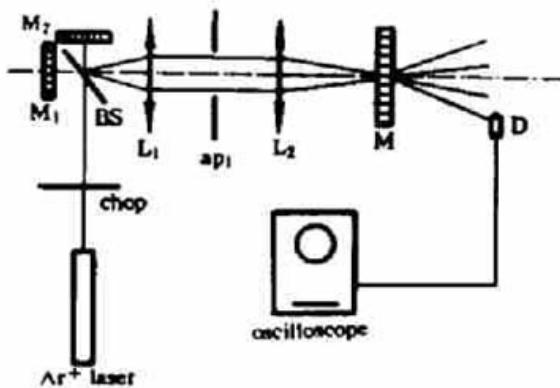


Fig. 2 Experimental set-up for self-diffraction measurement

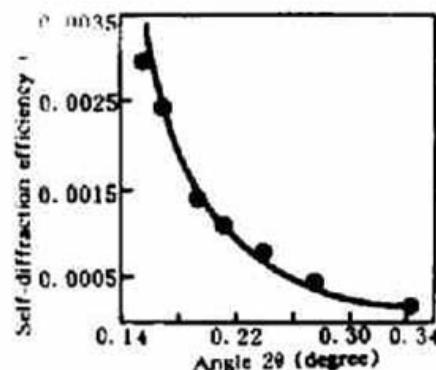


Fig. 4 The relation between  $\eta$  and  $\theta$

### 3 理论分析

设两相干平面波入射于薄非线性介质，如图 5 所示，在介质中产生周期性的光强分布：

$$I(x) = 2I_0[1 + \cos(2\pi x/\Lambda)]. \quad (4)$$

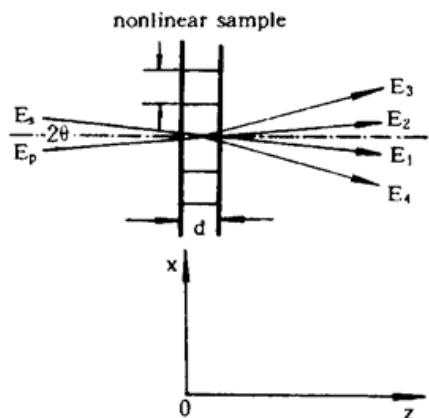


Fig. 5 Schematic drawing of four-wave-mixing under Raman-Nath diffraction condition

其中  $\Lambda = \lambda/2 \sin \theta$ ,  $\lambda$  为入射光在真空中的波长,  $I_0$  为一束入射光的光强。该干涉场导致介质复折射率(包括折射率和吸收)的调制：

$$\tilde{n} = \tilde{n}_0 + \Delta\tilde{n} \cos(2\pi x/\Lambda), \quad (5)$$

入射光将被此复折射率光栅所衍射。

因为夹角  $\theta$  通常在  $1^\circ$  以内, 所以在讨论入射光被光栅衍射时, 不妨假设入射光垂直于入射表面。复折射率光栅的振幅透过率为:

$$t(x) = \exp[i\tilde{\varphi} \cos(2\pi x/\Lambda)], \quad (6)$$

其中:

$$\tilde{\varphi} = 2\pi\Delta\tilde{n}d/\lambda. \quad (7)$$

当不存在非线性吸收时, 仅复折射率的实部被调制, 虚部在各处是均匀的, 光栅可认为是纯位相型的, 只有  $\Delta\tilde{n}$  的实部是重要的,  $\tilde{\varphi}$  可视为实数。把(7)式改写为  $\varphi = 2\pi\Delta nd/\lambda$ 。

振幅为  $A$  的平面波垂直入射于该光栅, 则透射场振幅分布为:

$$At(x) = A \exp[i\varphi \cos(2\pi x/\Lambda)]. \quad (8)$$

因而第  $m$  级衍射光的振幅分布可表示为:

$$\begin{aligned} A_m &= \left(\frac{A}{\Lambda}\right) \int_0^{\Lambda} \exp\{i[\varphi \cos(2\pi x/\Lambda) + 2m\pi x/\Lambda]\} dx \\ &= \frac{A}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\varphi \cos t) \cos(mt) dt = A i^m J_m(\varphi). \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $J_m(\varphi)$  是  $m$  阶贝塞耳函数。当  $|\varphi| \ll 1$  (即光栅调制度很小)时, 可作如下近似

$$J_0 \approx 1, \quad J_1 \approx \varphi/2.$$

于是一级衍射波的衍射效率为:

$$\eta = |A_1|^2 / |A_0|^2 \approx |J_1(\varphi)|^2 \quad (10)$$

由(10)式可见, 欲计算衍射效率, 只需要计算  $\varphi$ , 也就是计算  $\Delta n$ 。下面就从热传导方程出发来定量计算  $\Delta n$ 。

1) 实验中, 基于所考虑的问题的具体条件, 作进一步的简化: 入射光束为高斯光束, 但因其截面半径(毫米量级)比光栅周期大得多 ( $\theta \approx 0.14^\circ$  时,  $\Lambda \sim 77 \mu$ ), 所以暂且认为入射光光强沿光束截面是常量。

2) 因两入射光束在  $x-z$  平面内, 所涉及的物理量沿  $y$  轴的变化均可忽略, 即  $\partial/\partial y = 0$ 。

3) 因非线性介质的厚度  $d$ (毫米量级)比  $\Lambda$  大十倍左右, 所以沿  $z$  方向的温度梯度及热交换也可忽略。这样一来热过程就简化为具有周期性热源的侧表面绝热的细杆的热传导问题了, 这个问题可用下列热传导方程描述:

$$T_t - a^2 T_{zz} = F(x, t)/c\rho \quad (11)$$

其中  $c$  为介质的比热容,  $\rho$  为介质密度,  $a^2 = \kappa/(c\rho)$ ,  $\kappa$  为介质的热导系数。 $T_{xx} = \partial^2 T / \partial x^2$ ,  $T_t = \partial T / \partial t$ 。热源是由介质所吸收的光场能量提供, 即

$$F(x, t) = 2\alpha I_0 [1 + \cos(2\pi x/\Lambda)] = \alpha I \cos^2(\pi x/\Lambda). \quad (12)$$

其中  $\alpha$  为溶液的吸收系数,  $I = 4I_0$ ,  $I_0$  为一个入射场的光强。不失一般性, 设:

$$T|_{t=0} = 0. \quad (13)$$

令  $F(x, t)/c\rho = f(x, t)$ , 则问题可化为下列方程:

$$T_t - a^2 T_{xx} = f(x, t), \quad T|_{t=0} = 0. \quad (14)$$

此方程的解可表示为(见参考文献[3]):

$$T(x, t) = \frac{2\alpha I}{c\rho} \left\{ \frac{\cos(2\pi x/\Lambda)}{4a^2 k^2 \sin^2 \theta} [1 - \exp(-4a^2 k^2 \sin^2 \theta t)] + t \right\}. \quad (15)$$

式中  $k$  为入射光在真空中的波矢。 $k^2 \sin^2 \theta$  实际上等于  $(\pi/\Lambda)^2$ 。(15) 式写成现在的形式是为了既表明温度分布以  $\Lambda$  为周期, 又便于下面导出衍射效率与角度  $\theta$  的关系。

因为  $T|_{t=0} = 0$ , 所以  $T(x, t)$  即溶液的温度变化  $\Delta T(x, t)$ , 温度变化导致折射率变化:

$$\Delta n = (\partial n / \partial T) \Delta T \quad (16)$$

(15)式中大括号内的最后一项表示一个随时间而增加的本底温度, 而前两项则表示周期性的温度起伏, 也就是折射率起伏, 即折射率光栅。 $t = 0$  时, 折射率起伏为 0, 随着  $t$  的增加, 光栅逐渐建立。 $4a^2 k^2 \sin^2 \theta$  的值可估算如下:

$$\begin{aligned} \theta &= 0.2^\circ, \lambda = 0.5145 \mu\text{m}, c = 2.24 \text{ J/g} \cdot \text{K}, \\ \rho &= 0.79 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \kappa = 0.818 \text{ J/s} \cdot \text{m} \cdot \text{K}, \\ 4a^2 k^2 \sin^2 \theta &\approx 744 \text{ s}^{-1}, 1/4a^2 k^2 \sin^2 \theta \approx 0.0013 \text{ s}, \end{aligned}$$

所以指数项很快趋于 0(约  $t \approx 0.001 \text{ s}$ ), 因此稳定的光栅大约在 1 ms 左右建立起来, 其分布形式为:

$$\Delta n(x) = \frac{2\alpha I}{\rho c} \frac{1}{4a^2 k^2 \sin^2 \theta} \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right) \frac{dn}{dT} \quad (17)$$

其振幅为[见(5)式]:

$$\Delta n_0 = \frac{2\alpha I}{\rho c} \frac{1}{4a^2 k^2 \sin^2 \theta} \frac{dn}{dT} \quad (18)$$

由(10)式可知:

$$\eta \approx |J_1(\varphi)|^2 \approx |\varphi/2|^2 = (2\pi \Delta n d / \lambda)^2 / 4 \quad (19)$$

把(18)式中的  $\Delta n_0$  代入, 即可得:

$$\eta \approx (\alpha^2 d^2 / 4k^2 \kappa^2) (1/\sin^4 \theta) (dn/dT)^2 I^2 \quad (20)$$

显然, 当  $\theta \ll 1$  时,  $\eta \propto (\sin \theta)^{-4} \propto \theta^{-4}$  (21)

从(15)式出发, 自衍射过程的时间特性也可以得到很好的解释。在导出(15)式时曾忽略入射波光强的高斯轮廓, 理由是光强沿截面的变化与双光束干涉形成的光强变化相比是缓慢的。但实际上两光束均为高斯光束, 由于两光束夹角很小, 又接近于垂直入射, 且关心的只是  $x-y$  平面内的光强变化, 所以不妨只考虑一维的光强变化, 即将入射光光强分布写为:

$$I_0(x) = I_0 \exp(-x^2/w^2) \quad (22)$$

$w$  为入射高斯光束介质内的光斑半径(因为介质很薄, 在光路内光束又几乎未经聚焦, 所以  $w$  可视为与  $z$  无关的常数), 这样(15)式中的  $I$  可表示为:

$$I = 4I_0 \exp(-x^2/w^2) \quad (23)$$

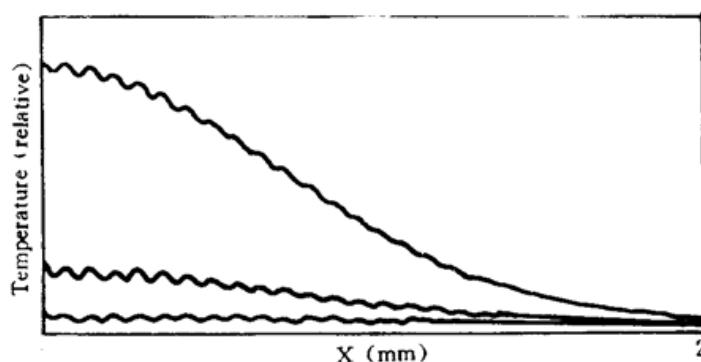


Fig. 6 Transverse temperature distribution for different time  
upper trace:  $t = 0.05$  s; middle trace:  $t = 0.01$  s; lower  
trace:  $t = 0.001$  s

由于(15)式中的前二项表示周期性温度场, 而最后的一项则为一本底, 周期性温度起伏的幅度在 1 ms 左右时间内由 0 趋于某一固定值, 但本底在继续增大, 最终得到一个在不断增高的高斯本底上叠加的一个有限振幅的周期性温度场。这个温度分布对应着折射率分布, 其时间变化特性如图 6 所示。在经历了一个短暂的时间间隔后, 稳定的光栅在一个不高的本底上建立起来, 于是就在实验中观察到明显的自衍射及相应的四个清晰的光斑。但随着时间的增加, 本底逐渐提高, 光栅的相对幅度逐渐下降, 这时, 由于高斯型分布的折射率本底对入射光束的位相调制, 使入射光波面发生畸变, 最终使自衍射的观察变得不可能。

**结 论** 本文对激光诱导热效应光栅衍射效率中的角度依赖关系进行了实验研究, 发现了衍射效率与入射夹角四次方成反比的规律。同时, 对热效应光栅的建立过程进行了理论描述, 定量地解释了实验结果。

### 参 考 文 献

- [1] I. C. Khoo, T. H. Liu, Theory and experiments on multiwave-mixing-mediated probe-beam amplification. *Phys. Rev. (A)*, 1989, 39(8) : 4036~4044
- [2] H. J. Eichler, P. Gunter, D. W. Pohl, *Laser-Induced Dynamic Gratings*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 1986
- [3] 胡嗣柱, 倪光炯, 数学物理方法. 上海, 复旦大学出版社, 1989 : 272~273

### Angular Dependence of Self-Diffraction Efficiency of Laser Induced Thermal Gratings

Li Qu Chen Yingli Zhang Zebin Cai Jun Huang Jiandong

(Department of Applied Physics, Jiaotong University, Shanghai 200030)

(Received 24 April 1995; revised 5 July 1995)

**Abstract** The angular dependence of self-diffraction efficiency of laser-induced thermal gratings is discussed. Experimental results show that the efficiency is inversely proportional to the fourth power of the angle. The theoretical analysis explains the experimental results.

**Key words** laser-induced grating, self-diffraction, thermal effect.