第 16 卷 第 4 期
1996 年 4 月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 16, No. 4
April, 1996

超强激光作用下相对论电子振荡所导致的谐波辐射

余 玮 王晓方 沈百飞 曾贵华 张正泉 徐至展
(中国科学院上海光学精密机械研究所，上海 201800)

摘 要 研究发现，在超强激光作用下电子运动的相对论效应可导致高次谐波辐射。采用单电子模型计算分析了不同偏振激光作用下的高次谐波发射，表明圆偏振激光较线偏振激光更有利于高次谐波产生。

关键词 超强激光， 高次谐波.

由于激光技术的迅猛发展，目前用于实验的激光聚焦光强已达到 $I_L\lambda^2 \sim 10^{19}$ 量级(I_L 为激光光强，以 W/cm^2 为单位；λ 为激光波长，以 μm 为单位)，并可望在近期内提高到 10^{21} Wμm²/cm² 量级。当 $I_L\lambda^2$ 为 10^{18} Wμm²/cm² 量级时，归一化的激光场矢势 $a = eA_L/mc^2 \sim 1$、光场驱动下的电子运动将具有很强的相对论性。这种非线性振荡的电子周期性地发射电磁脉冲，其波谱中不仅会含有激光基频成份，还包含激光的各次谐波。进入 90 年代后，已有不少理论文章结合完全电离的等离子体，研究了线偏振超强激光驱动下的电子在激光传播方向的谐波发射[1]。本文将结合电子在强光场中的运动，探讨圆偏振激光驱动下的电子的谐波发射，以及线偏振激光驱动下的电子在激光传播方向以外的谐波发射。电子在光场中的相对论拉格朗日量为

$$L = mc^2 \sqrt{1 - u^2/c^2} - \frac{e}{c}\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{A} \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{A}$ 为运动速度及光场矢势。代入欧拉-拉格朗日方程得到：

$$\frac{d}{dt}\left(m\gamma u_i - \frac{e}{c}A_{Li}\right) + \frac{e}{c}\boldsymbol{u} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i}\boldsymbol{A}_L = 0 \tag{2}$$

在光场驱动下的电子具有加速度，因而向周围发射电磁波，单位立体角的辐射功率为[2]：

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = |G(t')|^2, \qquad \mathbf{G}(t') = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi c}}\left\{\frac{\boldsymbol{n} \times [(\boldsymbol{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(1 - \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{n})^3}\right\}_{ret} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{n}$ 为位于 $\boldsymbol{d}$-$\boldsymbol{n}$ 方向的单位矢，$\boldsymbol{d}, \boldsymbol{r}$ 为观察点与电子的位置矢。下标 ret 表示括号中的量须采用推迟时间(retarded time)，用 t 表示，而观察时间则用 t' 表示。由于观察点远离电子运动区域，$d \gg r$，故可令 $\boldsymbol{n} \sim \boldsymbol{d}/d$，即令 $\boldsymbol{n}$ 位于观察方向，而推迟时间可以由

收稿日期：1995 年 11 月 9 日

$$t' - t = d/c - (\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{r})/c \tag{4}$$

求出。本文将考虑电子在交变电场

$$\boldsymbol{E}_L = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}_L}{\partial t} = E_L[\cos\omega_0 t\boldsymbol{x} + \varepsilon\sin\omega_0 \boldsymbol{y}] \tag{5}$$

中的相对论振荡及由此造成的谐波。对于圆偏振激光 $\varepsilon = 1$，而对于线偏振激光 $\varepsilon = 0$。这相当于文献[1]的"quiver"模型，即仅考虑激光电场力作用下的横向振荡、忽略磁场力即有质动力作用下的纵向运动。圆偏振光的质动力是时间无关的，对于谐波辐射并无直接贡献；线偏振光的有质动力包含振荡成分，因而将导致谐波辐射。关于有质动力造成的谐波在以往的文献中已有了较多的研究。

先考虑圆偏振激光，由(2)式、(5)式可求出电子的运动速度为：

$$\boldsymbol{\beta} = e\boldsymbol{A}_L/mc^2\gamma = -(a/\gamma)[\sin\omega_0 t\boldsymbol{x} - \cos\omega_0 t\boldsymbol{y}] \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{u}/c, a=eA_L/mc^2$.　$A_L=cE_L/\omega_0$，　相对论因子 $\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}=(1+a^2)^{1/2}$与时间无关。电子的位置矢及加速度分别为

$$\boldsymbol{r} = (a/\omega_0\gamma)[\cos\omega_0\boldsymbol{x} + \sin\omega_0\boldsymbol{y}] \tag{7}$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = -(a\omega_0/\gamma)[\cos(\omega_0 t - k_0 z)\boldsymbol{x} + \sin(\omega_0 t - k_0 z)\boldsymbol{y}] \tag{8}$$

在圆偏振条件下，电子以 $T = 2\pi/\omega_0$ 为周期、$r = (\beta/2\pi)\lambda$ 为半径在与激光传播方向垂直的 xy 面上作圆周运动。由于加速度方向与速度方向垂直，该电子具有较好的辐射效果[3]。如将观察点选在激光传播方向，即 z 方向，(3)式中

$$G(t') = \sqrt{e^2/4\pi c}\,(a\omega_0/\gamma)\,[\cos\omega_0 t\boldsymbol{x} + \sin\omega_0 t\boldsymbol{y}] \tag{9}$$

$$t' - t = d/c$$

由于(9)式是简谐函数，所观察到的是频率为 ω_0 的单色光，并无谐波成分出现。如将观察点选在激光垂直方向，例如 x 方向，则

$$G(t') = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi c}}\frac{(a\omega_0/\gamma)(a/\gamma + \sin\omega_0 t)\boldsymbol{y}}{[1 + (a/\gamma)\sin\omega t]^3} \tag{10}$$

$$t' - t = d/c - (a/\gamma\omega_0)\cos\omega_0 t$$

图 1(a)显示了由(10)式得到的辐射时间谱，其中 $a = 0.9$。它表明观察点周期性地接收电磁

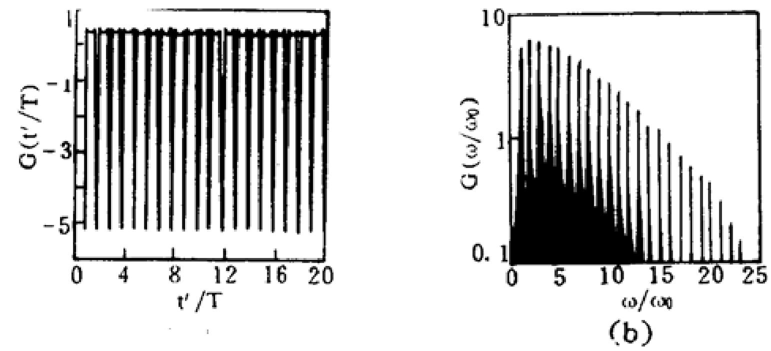


Fig. 1 (a) The radiation of a single electron in circularly polarized laser field. t' is in unit of T which is the period of laser. The observing direction is vertical to the laser incident direction. (b) The corresponding frequency spectrum of the radiation, which is the FFT in (a). The frequency is in unit of ω_0 which is the frequency of laser

脉冲，由于(10)式在很大程度上取决于分母中的 $[1 + (a/\gamma)\sin\omega_0 t]^3$ 项。除在上述分母变小的短暂瞬间外，在每个周期的大部分时间并无明显的辐射。单位时间单位频率间隔的辐射能

谱可表示为：

$$\frac{d^2I}{d\Omega d\omega} = 2|G(\omega)|^2, \qquad G(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(t')e^{i\omega t'}dt' \tag{11}$$

图 1(b)显示对图 1(a)的数据作快速傅里叶变换后得到的频率谱。不难想象，对于图 1(a)所示的周期性尖锐脉冲，其频谱中包含大量的谐波成分。圆偏振超强激光作用下的电子运动及辐射与磁轫致辐射十分相似。众所周知，当相对论电子在均匀磁场中作圆周运动时，其电磁辐射集中在电子运动方向上一个狭窄的锥形区域，每当该锥形区域扫过观察点时即接收一个脉冲，所记录到的辐射频谱是由电子回旋频率的各整数次倍频所组成的离散谱[2,3]。磁轫致辐射是近代同步加速器中的主要辐射机制，以此为基础的同步辐射光源目前有重要的实用意义。

对于线偏振激光，电子在(5)式所示的交变电场中的运动速度为：

$$\boldsymbol{\beta} = (a/\gamma)\sin\omega_0 t\boldsymbol{x} \tag{12}$$

其中相对论因子 $\gamma = (1 + a^2\sin^2\omega_0 t)^{1/2}$ 依赖于时间。电子的位置矢量与加速度

$$\boldsymbol{r} = (c/\omega_0)\sin^{-1}(a\cos\omega_0 t/\sqrt{1+a^2})\boldsymbol{x} \tag{13}$$

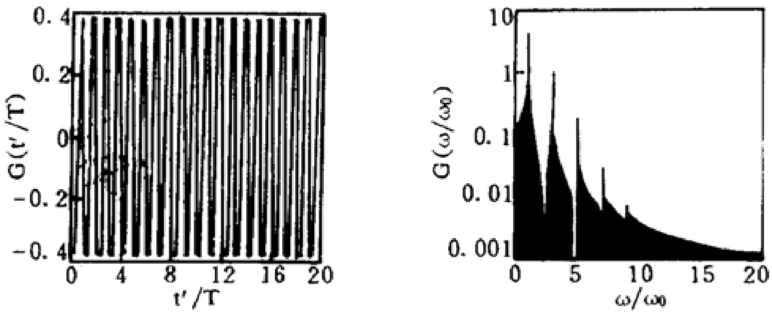
$$\dot{\boldsymbol{\beta}}^2 = -(a\omega_0/\gamma^3)\cos\omega_0 t\boldsymbol{x} \tag{14}$$

与速度同向。单位立体角的辐射功率可由：

$$G(t') = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi c}}\left\{\frac{-(a\omega_0/\gamma^3)\sin\omega_0 t\sin\alpha}{[1+(a/\gamma)\sin\omega_0 t\cos\alpha]^3}\right\}_{ret} \tag{15}$$

$$t' - t = d/c - r(t)\cos\alpha/c$$

求出，其中 α 为观测方向与电子运动方向的夹角。在激光传播方向($\alpha = \pi/2$)，由(15)式求出的电子辐射的时间谱如图 2(a)所示，其中 $a = 0.9$。由于 γ 依赖于时间，它不再是简谐的，其结构具有反演对称(inversion symmetry)，即在每个周期有一正一负两个对等的峰，故在其频



(a) (b)

Fig. 2 (a) The radiation of a single electron in linearly polarized laser field. The observing direction is along the laser incident direction. (b) The corresponding frequency spectrum of the radiation, which is the FFT in (a)

谱(图 2(b))中仅出现激光的奇数次谐波，这一情况与现有理论与实验的结果一致[1]。然而，(15)式还表明，在激光传播方向以外也有谐波发射，图 3(a)显示了 $\alpha = \pi/3$ 方向上的辐射时间谱，它已明显地不具有反演对称的特征，因而在其频谱(图 3(b))中出现了偶数次谐波。上述结果同样反映了相对论电子的辐射特性。非相对论电子的辐射方向与其运动方向垂直，随着速度的增加，辐射逐渐倾向于运动方向。对于往返振荡的相对论电子，辐射光锥的角度随速度变化而变化，位于各个方向上的观察点都周期地被光锥扫过，因而都能观测到谐波。

综上所述，本文通过单电子计算研究了超强激光作用下相对论电子振荡所导致的谐波辐

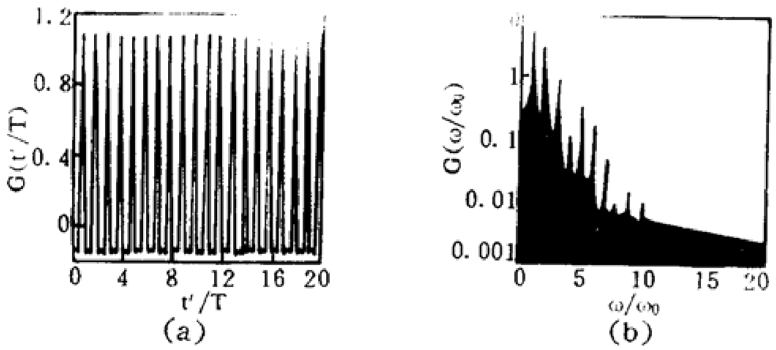


Fig. 3 (a) The radiation of a single electron in linearly polarized laser field. The observing direction is $\pi/3$ to the electron oscillation direction. (b) The corresponding frequency spectrum of the radiation, which is the FFT in (a)

射。在圆偏振条件下，电子运动及辐射与加速器中的磁轫致辐射相似：它以激光周期作圆周运动，由于加速度方向与速度方向垂直其辐射效果较好，谐波发射集中在激光垂直方向，在激光传播方向观察不到谐波。在线偏振条件下，除在激光传播方向有奇次谐波外，在激光方向以外也有谐波发射、且其中包含偶数次谐波成分。

参　考　文　献

[1] E. Esarey, A. Ting, P. Sprangle *et al.*, Nonlinear analysis of relativistic harmonic generation by intense lasers in plasmas. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **PS-21**(1): 95～104

[2] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, New York, John Wiley & Sons, 1975

[3] 刘盛纲， 相对论电子学，北京，科学出版社，1987

High Harmonic Emission from Relativistic Electron Oscillation Driven by Super Strong Laser Field

Yu Wei　　Wang Xiaofang　　Shen Baifei　　Zeng Guihua
Zhang Zhengquan　　Xu Zhizhan
(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 201800)

(Received 9 November 1995)

Abstract　It is discovered that driven by the super strong laser field, the oscillation of electrons, due to their relativistic motion, will generate harmonic emission. The characteristics of the harmonics are analyzed with a single electron model in the case of different laser field polarization. It is found that the harmonic emission is more effective in the case of circular polarization than linear polarization.

Key words　strong field,　harmonic emission.