

# 适用于量子阱激光器的速率方程

刘 斌 方祖捷

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘 要** 首次在理论上用量子阱激光器增益与载流子密度的对数关系替代了原有速率方程中的线性关系, 得到了改进了的速率方程, 分析了稳态和调制特性。从理论上得到了获得最低阈值的最佳阱数和最大调制带宽的最佳腔长。

**关键词** 速率方程, 量子阱激光器, 载流子密度。

## 1 引 言

描述半导体激光器动力学的速率方程为:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{J}{ed} - \frac{N}{\tau_s} - \alpha(N - N_{tr})P, \\ \frac{dP}{dt} &= \Gamma\alpha(N - N_{tr})P - \frac{P}{\tau_p} + \Gamma\beta\frac{N}{\tau_s}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $N$  为载流子浓度,  $N_{tr}$  为透明载流子浓度,  $P$  为一个激光腔模中的光子密度,  $J$  为注入电流密度,  $d$  为有源区厚度,  $\tau_s$  为载流子的自发辐射寿命,  $\tau_p$  为腔内光子寿命,  $\alpha$  为光增益系数,  $\beta$  为自发辐射耦合系数,  $\Gamma$  为光限制因子,  $e$  为电子电荷。(1)式是对激光器内载流子和光子的供给、产生和湮灭的简单唯象描述, 它建立在半经典理论基础上, 以最基本的方式描述了激光动力学。尽管(1)式是理解激光器动态行为的重要工具, 但它仅是一近似方程组, 具有一定的适用条件, 其中之一就是光增益是注入载流子浓度的线性函数, 即  $g = \alpha(N - N_{tr})$ 。该条件对普通的体材料双异质结半导体激光器是合适的, 但对量子阱结构的半导体激光器则不合适, 因此仍用(1)式描述量子阱激光器是不合适的。量子阱激光器增益与注入载流子浓度的对数关系已为大家所承认, 因此有必要对(1)式作一定修正以适用于量子阱激光器。

本文将基于量子阱激光器增益与载流子浓度的对数关系, 通过速率方程讨论量子阱激光器的稳态和动态特性。

## 2 量子阱激光器的速率方程

对量子阱激光器增益的实验测量和理论计算已有诸多文献报道。其中一个重要特点是, 量子阱激光器的增益与电流密度(以及与载流子浓度)的关系不是线性的而是对数的关系<sup>[1, 2]</sup>, 即

$$g = g_0 \ln (N/N_v). \quad (2)$$

其中  $g_0$  为增益常数。图 1 为计算的量子阱激光器的增益与注入载流子浓度关系曲线, 图中上面的曲线为不考虑弛豫效应计算的增益曲线, 下面的曲线为考虑弛豫效应的增益与载流子密度的关系, 数值拟合发现两者均符合对数关系。

用增益与载流子浓度的对数关系替代线性关系就得到适用于量子阱激光器的速率方程:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{J}{ed} - \frac{N}{\tau_s} - g_0 \ln \left( \frac{N}{N_v} \right) P, \\ \frac{dP}{dt} &= \Gamma g_0 \ln \left( \frac{N}{N_v} \right) P - \frac{P}{\tau_p} + \Gamma \beta \frac{N}{\tau_s}, \end{aligned} \quad (3)$$

在  $(N - N_v)/N_v \ll 1$  的条件下, 有  $\ln (N/N_v) \approx (N - N_v)/N_v$ 。此时, 方程(3)等价于方程(1)。对量子阱半导体激光器这一条件一般是不满足的(见下文), 因此不能用增益与载流子浓度的线性关系代替对数关系。

### 3 速率方程的解

#### 3.1 稳态解

如果取  $\beta = 0$ , 则稳态解为(下标  $s$  代表稳态解):

阈值电流密度:

$$J_{th} = ed (N_v/\tau_s) \exp (1/\tau_s \Gamma g_0), \quad (4)$$

阈值以上的稳态载流子密度:

$$N_s = N_v \exp (1/\tau_s \Gamma g_0). \quad (5)$$

阈值以上的稳态光子密度:

$$P_s = \tau_p \Gamma [J/ed - (N_v/\tau_s) \exp (1/\tau_s \Gamma g_0)] = (\Gamma \tau_p / ed) (J - J_{th}). \quad (6)$$

在  $\beta \neq 0$  时, 一阶近似下有稳态解:

$$N = (1 - \beta \frac{N_s}{g_0 \tau_s P_s}) N_s, \quad (7)$$

$$P = (1 + \beta \frac{N_s/\tau_s + g_0 P_s \tau_s \Gamma N_s}{g_0 \tau_s P_s^2}) P_s. \quad (8)$$

为比较两种速率方程, 这里给出(1)式在  $\beta = 0$  时的稳态解(下标  $B$  代表体材料):

$$N_B = N_v + \frac{1}{\Gamma \tau_s a}, \quad (9)$$

$$P_B = \Gamma \tau_p \left( \frac{J}{ed} - \frac{N_v + (1/\Gamma \tau_s a)}{\tau_s} \right) = \frac{\Gamma \tau_p}{ed} (J - J_{th}), \quad (10)$$

$$J_{thB} = \frac{ed}{\tau_s} \left( N_v + \frac{1}{\Gamma \tau_s a} \right). \quad (11)$$

可见, 体材料和量子阱激光阈值以上的光子密度与电流密度关系的斜率是相同的; 而阈值电流密度和载流子浓度的表达式有所不同。下文将会表明速率方程(3)对量子阱激光器更

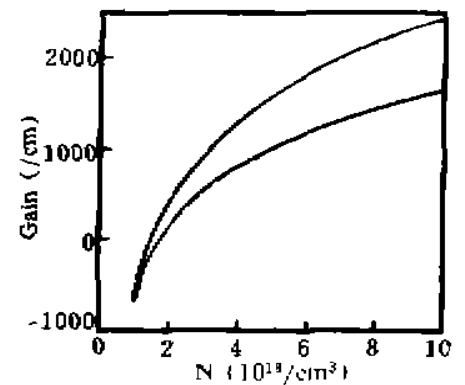


Fig. 1 Calculated gain of an AlGaAs/GaAs SQW laser plotted as a function of carrier density. The upper curve is calculated without consideration of intraband relaxation, and the lower curve with the consideration. The dashed curves are logarithm functions fitted to the gain curves

合理。取 GaAs/GaAlAs 单量子阱激光器的典型值比较计算结果。 $d = 10 \text{ nm}$ ,  $\tau_r = 4 \text{ ns}$ ,  $L = 500 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $g_0 = 1.07 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$ ,  $N_r = 1.48 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\Gamma = 0.04$ , 则  $J_{th} = 94 \text{ A/cm}^2$ 。从(5)式可得  $N = 1.59 N_r$ , 故不满足  $N \ll 2N_r$ 。若用增益与载流子浓度的线性关系, 则  $J_{th} = 100 \text{ A/cm}^2$ 。虽然两者无明显差异, 但是对于多量子阱激光器, 却可以揭示重要的差别。

对多量子阱激光器, 可以认为光限制因子正比于阱数  $M$ 。对于增益与载流子的线性关系, 有  $J_{th} = M(ed/\tau_r)(N_r + 1/M\Gamma\tau_r\mu)$ 。显然随着阱数增加, 阈值电流密度增大。对于对数增益关系, 有  $J_{th} = M(edN_r/\tau_r) \exp(1/M\Gamma\tau_r g_0)$ 。可以看到有一最佳阱数  $M_{opt} = I_{nr}(1/\Gamma\tau_r g_0)$  存在, 对应于最小的阈值电流密度。由于  $\tau_r = L/v \ln(1/R)$  (忽略内损耗,  $v$  为光速,  $R$  为反射率), 可见最佳阱数与腔长有关。对长腔, 单量子阱激光器优于多量子阱; 对短腔, 多量子阱优于单量子阱。这些已为数值计算和实验所证实。图 2 为计算的不同腔长和不同阱数下的阈值电流密度(激光器的  $\Gamma = 0.03$ , 其它参数同上)。若  $L = 100 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $M_{opt} = 3$ ; 若  $L > 250 \text{ }\mu\text{m}$ , 则单量子阱阈值较低。从上式可看出, 阱数的选择依赖于腔长、腔面反射率、限制因子和增益常数  $g_0$ 。因此将增益与载流子密度的对数关系应用于速率方程更合理。

### 3.2 动态解

对速率方程(3)进行小信号分析可得到光子密度的转移函数:

$$p = \frac{j}{ed} \frac{\Gamma g_0 P_s / N_s + \Gamma \beta / \tau_r}{(i\omega + 1/\tau_r + g_0 P_s / N_s) (i\omega - \Gamma g_0 \ln \frac{N_s}{N_r} + 1/\tau_r) + (\Gamma g_0 P_s / N_s + \Gamma \beta / \tau_r) g_0 \ln \frac{N_s}{N_r}} \quad (12)$$

其中,  $j$  为小信号调制幅度,  $\omega$  为调制频率,  $P_s$ 、 $N_s$  为稳态解。从(12)式得到激光器的类共振断率

$$f_r = (1/2\pi) \sqrt{g_0 P_s / \tau_r N_s} \quad (13)$$

对增益与载流子浓度为线性关系

$$f_{rB} = (1/2\pi) \sqrt{a P_{sB} / \tau_r} \quad (14)$$

比较(13)式与(14)式, 最主要的不同在于(13)式的分母中多了稳态载流子浓度。一般认为激光器的调制带宽等于  $f_r$ 。从(14)式可看出, 对体材料激光器提高调制带宽可通过提高增益系数、提高光子密度、降低光子寿命这三个途径实现。在一定的功率密度下, 腔长越短, 光子寿命越小,  $f_r$  越大, 这对体材料双异质结半导体激光器是成立的。对于量子阱结构, 通过提高增益和光子密度可以增大  $f_r$ , 这一点与体材料激光器是一致的。但是光子寿命并非越短越好。从(13)式可以推出, 在一定的功率密度(即一定的光子密度)下, 当  $\tau_r = 1/\Gamma g_0$  时, 调制带宽最大。因此对量子阱激光器存在一最佳腔长。

$$L_{opt} = \frac{v \ln(1/R)}{\Gamma g_0} \quad (15)$$

以得到最大的调制带宽。对上节所述 AlGaAs/GaAs 单量子阱激光器, 可求得最佳腔长为  $235 \text{ }\mu\text{m}$ 。这一点从速率方程(1)是得不到的。图 3 为由两种速率方程计算得到的调制带宽与腔长的关系。

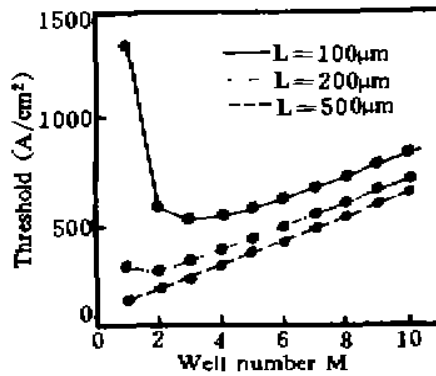


Fig. 2 Threshold current density as functions of well number with parameter of cavity length

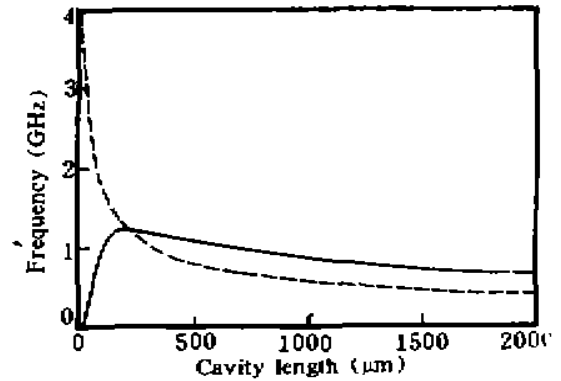


Fig. 3 A comparison between modulation frequency calculated from the logarithmic relation (solid line) and that from the linear relation (broken line) as a function of cavity length. (photon density fixed to be  $P_0 = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ )

**结 论** 本文首次将增益与载流子密度的对数关系引入速率方程, 比较了两种速率方程的稳态和动态解。改进后的速率方程较之原来的速率方程更适用于量子阱激光器, 并得到了获得最低阈值电流密度的最佳阱数和获得最大调制带宽的最佳腔长。这些结果将有助于量子阱激光器的设计。

### 参 考 文 献

- [1] P. W. A. McIlroy, A. Kurobe, Y. Uematsu, Analysis and application of theoretical gain curves to the design of multi-quantum-well lasers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1985, QE-21(12): 1958~1963
- [2] Thomas A. DeTemple, Craig M. Herzinger, On the semiconductor laser logarithmic gain-current density relation. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1993, QE-29(5): 1246~1252

## Modified Rate Equations for Quantum Well Lasers

Liu Bin Fang Zujie

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 2 January 1995; revised 10 July 1995)

**Abstract** The linear relation of gain on carrier density in the conventional rate equation is replaced by the logarithmic relation for quantum well lasers in this paper. The static and dynamic behaviors brought by the revision are analyzed. An optimal well-number for the minimum threshold current and an optimal cavity length for the highest modulation frequency have been obtained.

**Key words** rate equation, quantum well laser, carrier density.