

# 旋转不变振幅位相合成圆谐滤波器

陈学文 陈祯培

(四川大学光电系, 成都 610064)

**摘 要** 提出了振幅位相合成圆谐滤波器用于旋转不变模式识别。该滤波器的振幅是圆谐滤波器的振幅谱加偏移量后的逆函数, 位相是圆谐滤波器的位相谱。计算机模拟实验证明, 与传统的圆谐滤波器和纯位相圆谐滤波器相比, 振幅位相合成圆谐滤波器具有更好的识别能力, 能产生更尖锐的相关峰和更大的输出信噪比。

**关键词** 光学图像识别, 圆谐滤波器, 振幅位相合成圆谐滤波器。

## 1 引 言

光学模式识别中, 旋转不变是个基本问题, 传统的匹配空间滤波器(MSF)<sup>[1]</sup>只具有位移不变性, 它对输入目标的尺度、旋转等几何形变十分敏感, 从而导致相关峰强度和识别率下降。为实现旋转不变模式识别, Yang等<sup>[2]</sup>提出了最佳圆对称滤波器, 但该滤波器不再具有位移不变性。其后 Hsu等<sup>[3, 4]</sup>提出了圆谐滤波器(CHF)的思想, 既保留了系统的位移不变性, 同时又实现了旋转不变。其不足在于相关峰不尖锐, 输出信噪比和识别能力都较低。为了提高圆谐滤波器的相关识别能力, 提出了纯位相圆谐滤波器<sup>[5-7]</sup>(POCHF)。与传统的圆谐滤波器相比, 纯位相圆谐滤波器具有相关峰尖锐、识别能力高、输出信噪比高、光效率高等优点。

最近, Mu等<sup>[8]</sup>提出, 尽管位相信息十分重要, 但振幅信息也很重要。位相的不匹配导致相关峰消失, 而振幅的不匹配导致相关峰变宽。基于这一思想, 他们提出了振幅补偿匹配滤波器, 该滤波器具有比纯位相匹配滤波器更好的相关识别能力。这意味着可以通过把振幅和位相信息加以适当的组合改进相关识别效果。

本文把圆谐滤波器的振幅谱加以适当的变化, 并与其位相谱相结合构成振幅位相合成圆谐滤波器(APC-CHF), 该滤波器具有位移不变性和旋转不变性。与圆谐滤波器和纯位相圆谐滤波器相比, 其相关峰更加尖锐, 识别能力更好, 输出信噪比更高。

## 2 旋转不变滤波器

### 2.1 圆谐滤波器

选  $f(x, y)$  为目标物函数, 它可以在极坐标系中表示为圆谐展式<sup>[3]</sup>:

$$f(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(r) \exp(jm\theta). \quad (1)$$

其中

$$f_n(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(r, \theta) \exp(-jm\theta) d\theta \quad (2)$$

$f_n(r) \exp(jm\theta)$  称为图像  $f(r, \theta)$  的第  $m$  级圆谐分量(CHC), 取某一级圆谐分量作傅里叶变换就可得到圆谐滤波器。在傅里叶平面, 圆谐滤波器可用极坐标  $(\rho, \varphi)$  表示为

$$H_c(\rho, \varphi) = F_n(\rho) \exp(jm\varphi). \quad (3)$$

$F_n(\rho) \exp(jm\varphi)$  可看作图像傅里叶变换的第  $m$  级圆谐分量。

当输入为旋转了  $\theta_0$  角的目标图像  $f(r, \theta + \theta_0)$  时, 输出的中心相关峰值为

$$R_n(\theta_0) = 2\pi \exp(jm\theta_0) \int_0^{\infty} |F_n(\rho)|^2 \rho d\rho. \quad (4)$$

显然, 中心相关强度  $|R_n(\theta_0)|$  是与输入物的旋转角度  $\theta_0$  无关的, 因而圆谐滤波器具有旋转不变性。

## 2.2 纯位相圆谐滤波器

纯位相圆谐滤波器通过令(3)式中的  $F_n(\rho)$  的模为 1 而得, 即

$$H_s(\rho, \varphi) = \exp[j\theta_n(\rho)] \exp(jm\varphi) \quad (5)$$

其中  $\theta_n(\rho)$  为  $F_n(\rho)$  的位相, 该位相包含了物信息, 而  $\exp(jm\varphi)$  保证了旋转不变性。

当输入为  $f(r, \theta + \theta_0)$  时, 输出的中心相关峰值为

$$R_n(\theta_0) = 2\pi \exp(jm\theta_0) \int_0^{\infty} |F_n(\rho)| \rho d\rho \quad (6)$$

显然, 纯位相圆谐滤波器亦是旋转不变的。由于振幅透过率  $|F_n(\rho)| = 1$ , 纯位相圆谐滤波器没有光吸收, 而且高频分量在中心相关处的分布增加, 所以输出峰较高也较尖锐, 识别力较强。

## 2.3 振幅位相合成圆谐滤波器

众所周知, 在相关系统的傅里叶平面上, 经滤波器后的傅里叶变越平滑, 则输出平面的相关峰越尖锐, 系统识别能力也越高。如果该傅里叶谱为平面波, 则相关峰为  $\delta$  函数。因此当滤波器函数为

$$H(\rho, \varphi) = \exp[j\theta_n(\rho)] \exp(jm\varphi) / |F_n(\rho)| \quad (7)$$

系统具有较好的相关输出。但利用(7)式构造的滤波器存在两个问题, 一是若  $|F_n(\rho)| = 0$ , 则  $H(\rho, \varphi)$  将不确定, 另一个问题是  $H(\rho, \varphi)$  有可能在某些点大于 1, 而从物理意义上说透过率是不可能大于 1 的。因此  $H(\rho, \varphi)$  是无法由物理方法得以实现的。为此对(7)式加以修正, 提出振幅位相合成圆谐滤波器, 即:

$$H_A(\rho, \varphi) = b \exp[j\theta_n(\rho)] \exp(jm\varphi) / [a + |F_n(\rho)|] \quad (8)$$

其中  $a, b$  为常数。  $b \leq a + |F_n(\rho)|_{\min}$  保证了该滤波器的透过率小于或等于 1。  $a > 0$  可以避免由于  $|F_n(\rho)| = 0$  所带来的不确定条件。有趣的是, 当  $b = 1$  且  $|F_n(\rho)| \gg a$  时, 振幅位相合成圆谐滤波器相当于(7)式, 即逆圆谐滤波器, 而当  $b = 1$  且  $|F_n(\rho)| \ll a$  时, 振幅位相合成圆谐滤波器相当于纯位相圆谐滤波器。因此通过选择适当的  $a, b$  值, 可以得到较优的识别效果。这时振幅匹配和位相匹配被有效地结合起来产生较窄而锐的自相关峰。

当输入为  $f(r, \theta + \theta_0)$  时, 输出的中心相关峰值为

$$R_m(\theta_0) = 2\pi \exp(jm\theta_0) \int_0^{\infty} b |F_m(\rho)| \rho d\rho / [a + |F_m(\rho)|] \quad (9)$$

显然, 振幅位相合成圆谐滤波器也是旋转不变的, 下面将通过计算机模拟实验来检验其识别能力。

### 3 计算机模拟实验

为了论证振幅位相合成圆谐滤波器的相关识别能力, 进行了模拟实验。利用  $90 \times 90$  的二维快速傅里叶变换, 大小为  $13 \times 13$  的字母 E 置于  $90 \times 90$  的数组里作为目标物, 并分别根据(3)、(5)、(7)式计算一级 ( $m = 1$ ) 圆谐滤波器、纯位相圆谐滤波器和振幅位相合成圆谐滤波器。

用归一化相关峰强度  $N$ 、信噪比  $S$ 、峰边比  $P$  和识别度  $\Delta$  四个参数对不同的滤波器进行评估。其中,  $N$  定义为绝对相关峰强度 ( $I_p$ ) 除以整个相关输出面强度。它表明输出强度中有多少在相关峰内, 归一化相关峰值越大, 说明相关峰越强, 亦即增加了识别的可能性。信噪比  $S$  定义为  $I_p$  除以输出面上小于  $I_p/50\%$  的响应的均方根<sup>[9]</sup>。峰边比  $P$  定义为  $I_p$  除以输出面上小于  $I_p/50\%$  的响应的平均值<sup>[9]</sup>。 $\Delta$  定义为  $(I_p - I_s)/I_p$ <sup>[8]</sup>。其中  $I_p$  为对应于输入目标物的绝对自相关峰强度。 $I_s$  为对应于输入相似物的绝对互相关峰强度。 $\Delta$  越大, 说明识别相似物的能力越高。

要得到振幅位相合成圆谐滤波器首先要确定  $a$ 、 $b$  的值, 为方便, 取  $b = a + |F_m(\rho)|_{\min}$ 。测量了当  $a$  值改变时, 相应的  $P$ 、 $S$  和  $N$  变化曲线, 如图 1 所示。从图 1 可以看出,  $P$ 、 $S$  和  $N$  都是先单调上升, 然后下降。它们各自在不同的  $a$  值处到达最大值。在实验中, 取  $a = 8$ , 计算振幅位相合成圆谐滤波器, 从图 1 可见, 这时的  $P$ 、 $S$  和  $N$  都较高。

表 1 为三种滤波器的相关结果。从表 1 可见, 圆谐滤波器的各项值最低, 因而其相关能力最差。纯位相圆谐滤波器和振幅位相合成圆谐滤波器的相关峰有显著提高, 显然更加尖锐且旁瓣低。纯位相圆谐滤波器的绝对相关峰强度最高, 但其归一化相关峰强度低于振幅位相合成圆谐滤波器, 就是说振幅位相合成圆谐滤波器的相关输出有更多的能量集中在中心相关峰上。而且其对应的信噪比和峰边比亦比纯位相圆谐滤波器高, 可见其相关峰更加尖锐, 狭窄, 而且旁瓣更低, 同时噪声小。为了说明这点, 相应的三维图如图 2 所示。其中图 2(a)、图 2(b) 和图 2(c) 分别对应于圆谐滤波器、纯位相圆谐滤波器和振幅位相合成圆谐滤波器的相关结果图。

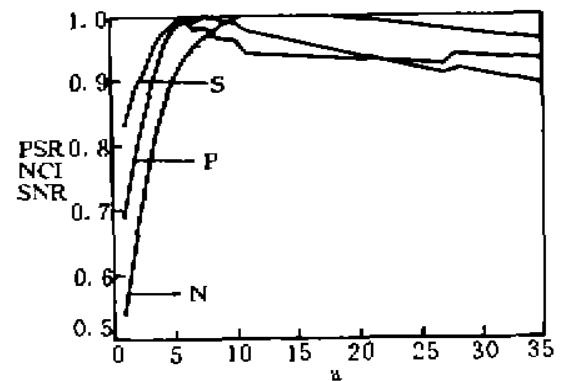


Fig. 1  $P$ ,  $N$  and  $S$  versus  $a$  for an APC-CHF

Table 1. Correlation results for different MSFs

type of MSF	$I_p$	$N (\times 10^{-3})$	$P$	$S$
CHF	0.28	5.5	6.08	6.57
POCHF	2.10	16.3	18.4	12.5
APC-CHF	0.64	19.4	25.1	16.1

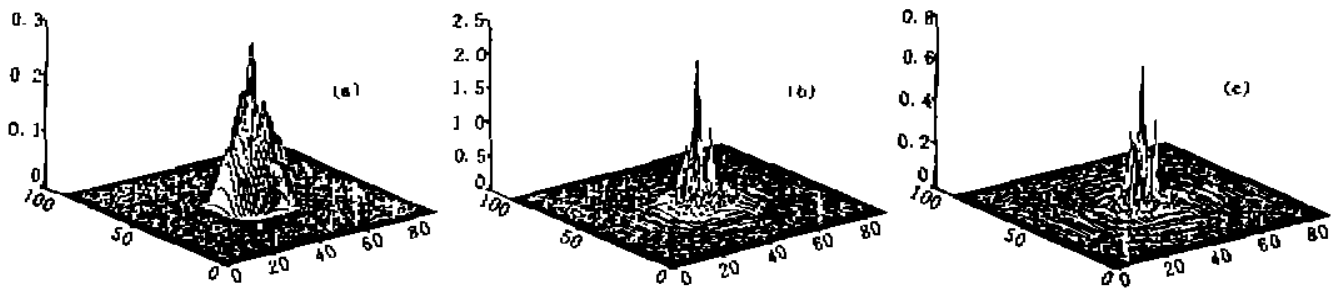


Fig. 2 (a) Correlation result for a CHF, (b) Correlation result for an POCHF, (c) Correlation result for an APC-CHF

显然图 2 所示结果与上面分析的结果相一致。纯位相圆谐滤波器和振幅位相合成圆谐滤波器的相关结果有明显的改善。而振幅位相合成圆谐滤波器的中心相关峰最尖锐，同时旁峰小，噪声小。

作为滤波器，能否识别相似物是很重要的一个指标。为此分别利用与字母 E 相似的字母 F 和 H 做为输入物，利用识别度  $\Delta$  为标准。这时测得的输出相关峰值为互相关峰值  $I_c$ ，分别用  $I_F$  和  $I_H$  表示，相应的识别度用  $\Delta_F$ 、 $\Delta_H$  表示，测量结果见表 2。从表 2 可以看出，对圆谐滤波器来说，其识别 E 和 F 的识别度为 21.4%，识别 E 和 H 的识别度为 14.3%，是最低的。纯位相圆谐滤波器有了显著的提高，识别 E 和 F 的识别度为 40.5%，几乎为圆谐滤波器的两倍，而识别 E 和 H 的识别度近似为圆谐滤波器的三倍多。最好的是振幅位相合成圆谐滤波器，无论是对 F 还是 H，其识别度最高。就是说振幅位相合成圆谐滤波器的识别能力最好。

Table 2. Degree of discrimination for different MSFs

type of MSF	$I_p$	$I_F$	$\Delta_F$ (%)	$I_H$	$\Delta_H$ (%)
CHF	0.28	0.22	21.4	0.24	14.3
POCHF	2.10	1.25	40.5	1.12	46.7
APC-CHF	0.64	0.34	46.9	0.28	56.3

**结 论** 本文提出了一种新型的旋转不变滤波器即振幅位相合成圆谐滤波器，该滤波器有效地利用了圆谐滤波器的振幅的位相信息。改变设计参数  $a$ 、 $b$ ，就可以改变其相关运算能力，从而可以根据不同的需要选择不同的参数。计算机模拟实验还证明了，与传统的圆谐滤波器和纯位相圆谐滤波器相比，振幅位相合成圆谐滤波器具有更好的识别效果，如相关峰更尖锐、旁峰低、输出信噪比高等，尤其是其相关识别能力得到了较大的提高。

### 参 考 文 献

- [1] A. Vander Lugt, Signal detection by complex spatial filtering. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 1964, IT-10(2): 139~145
- [2] Y. Yang, Y. N. Hsu, H. H. Arsenault, Optimum circular symmetrical filter and their uses in pattern recognition. *Opt. Acta*, 1982, 29(5): 627~644
- [3] Y. Hsu, H. H. Arsenault, Rotation-invariant digital pattern recognition using circular harmonic expansion. *Appl. Opt.*, 1982, 21(22): 4012~4015
- [4] Y. Hsu, H. H. Arsenault, Optical pattern recognition using circular harmonic expansion. *Appl. Opt.*, 1982, 21(22): 4016~4019
- [5] J. L. Horner, P. D. Gianino, Phase-only matched filtering. *Appl. Opt.*, 1984, 23(6): 812~816

- [6] L. Leclerc, Y. Sheng, H. H. Arsenault, Rotation invariant phase-only and binary phase-only correlation. *Appl. Opt.*, 1989, 28(6): 1251~1256
- [7] H. F. Yan, C. C. Chang, Phase-only circular harmonic matched filtering. *Appl. Opt.*, 1989, 28(11): 2070~2074
- [8] G. G. Mu, X. M. Wang, Z. Q. Wang, Amplitude-compensated matched filtering. *Appl. Opt.*, 1988, 27(16): 3461~3463
- [9] B. Javidi, Q. Tang, D. A. Gregory *et al.*, Experiments on nonlinear joint transform correlator using an optically addressed spatial light modulator in the Fourier plane. *Appl. Opt.*, 1991, 30(14): 1772~1776

## Rotation Invariant Amplitude Phase Composite Circular Harmonic Filter

Chen Xuewen      Chen Zhenpei

(*Opto-Electronics Department, Sichuan University, Chengdu 610064*)

(Received 13 December 1994; revised 20 February 1995)

**Abstract** The rotation invariant amplitude phase composite circular harmonic filter (CHF) is proposed. It gives an amplitude spectrum as the inverse of a biased amplitude spectrum of the CHF, and a phase spectrum as the phase spectrum of the CHF. Computer simulation results show that the proposed filter yields a sharper correlation peak, higher signal-to-noise ratio and better correlation discrimination compared with the CHF and the phase-only CHF.

**Key words** optical image recognition, circular harmonic filter, amplitude phase composite circular harmonic filter.