

长方闪烁体镜反射光收集效率的解析计算

梁 杰 高启安

(合肥工业大学应用物理系, 合肥 230009)

摘 要 对 γ 射线探测器中狭长型塑料闪烁体镜反射方式下的光收集问题进行了研究, 建立了一种光传输与收集的解析模型, 并结合实例计算了光收集效率。

关键词 闪烁体, 镜反射, 光收集效率。

1 引 言

Shurcliff 等人利用光锥计算法, 导出了置于空气中长方体、大平板和球形闪烁体光陷落率的表达式^[1], Ankenbrandt 等人推导出置于空气中圆柱闪烁体光陷落率和光逸出率的计算表达式^[2], Carrier 等人建立了一个圆柱闪烁体光传输模型^[3], 并对以往的解析模型进行了深化, 针对 BGO 长方闪烁体的光传输与光收集, 作了较为全面的描述^[4], 提出的模型假设: 闪烁体的一个端面与反射器耦合, 侧面与空气耦合, 光与侧表面的作用由逸出函数确定。分别导出了镜反射器、漫反射器情形下的光收集效率计算公式。

作者在研究 γ 射线探测器中狭长型长方塑料闪烁体的光收集问题时, 考虑到塑料闪烁体的折射率($n = 1.60$)比 BGO 的折射率($n = 2.15$)小, 闪烁光在表面的全反射临界角比较大($\theta_c = 38.7^\circ$), 不仅要利用全反射, 还要利用由外部镜反射器产生的镜反射, 才能使狭长型闪烁体的闪烁光获得最有效的传输, 得到最佳的光收集效率, 实验测试和蒙特卡罗计算也证实了这一点^[5]。

本文建立了一个长方闪烁体镜反射光传输与收集的解析模型。模型着重考虑了侧面镜反射器的作用, 而对探测面与另一端面间的光传输, 采用了文献[4]的处理方法。文中的部分符号也与该文献中的保持一致。

2 镜反射光收集效率公式的推导

图1为长方闪烁体剖面图, 闪烁体尺寸为 $C_1 \times C_2 \times C_3$ 。为方便起见, 选取发光点 (x_0, y_0, z_0) 在中线上, $x = C_1$ 为探测平面。 n_c 为闪烁体折射率, n_s 为光耦合剂折射率, n_0 为空气折射率, R_r 为镜反射器的反射率, R_d 为探测平面的反射率。假设空气层及探测平面耦合层厚度很小, 镜反射器与闪烁体表面平行。

将闪烁光的传输与收集按 θ 角分为四个区域: (1)区, 对面反射, $\theta \in [0, \theta_{c1})$; (2)区, 对

面反射, $\theta \in [0, \theta_{n_2})$; (3) 区, 侧面反射, $\theta \in (\theta_{n_1}, \pi/2)$; (4) 区, 侧面反射, $\theta \in (\theta_{n_2}, \pi/2)$ 。 θ 为光相对于探测平面的入射角。

2.1 (1)区光的收集

设 $C_{s1}(\theta)$ 为 (1) 区中某一入射角 θ 的光子被探测到的几率, T_1 为 (1) 区的光收集效率, R_{s0} 为光与探测平面相对的平面总反射率, R_{sd} 为探测平面总反射率, 有如下关系^[4]

$$R_{s0}(\theta, n_c, n_d) = R_F + \frac{(1 - R_F)^2 R_c}{1 - R_F R_s} \quad (1)$$

$$R_{sd}(\theta, n_c, n_d) = R_F + \frac{(1 - R_F)^2 R_d}{1 - R_F R_s}$$

式中 R_F 为菲涅耳反射率, 它与 θ 及界面两边介质的折射率有关。光子的探测面与另一端面间经历多次反射、衰减, (1) 区中入射角 θ 的光子被探测到的几率 $C_{s1}(\theta)$ 是一收敛级数

$$C_{s1} = \exp(-\mu L_1) (1 - R_{sd}) - \exp(-\mu L_1) R_{sd} \exp(-2\mu L_0) R_{s0} (1 - R_{sd}) + \dots$$

$$= \frac{\exp(-\mu L_1) (1 - R_{sd})}{1 - \exp(-2\mu L_0) R_{sd} R_{s0}} \quad (2)$$

式中 μ 为闪烁体的衰减系数; $L_1 = (C_1 - x_0)/\cos \theta$, $L_0 = C_1/\cos \theta$, 分别为光子由 $x = x_0$ 至 $x = C_1$ 和在 $x = 0$ 与 $x = C_1$ 之间的程长。(1) 区的光收集效率为

$$T_1 = \int_0^{a_1} I(\theta) C_{s1}(\theta) d\theta \quad (3)$$

式中 $a_1 = \min(\theta_{n_1}, \theta_2)$; $\theta_2 = \arcsin(n_d/n_c)$ 为探测面全反射临界角。 $I(\theta)$ 为闪烁光子角分布。

2.2 (2)区光的收集

类似(1)区的处理, (2)区中入射角为 θ 的光子被探测到的几率 $C_{s2}(\theta)$ 和光收集效率 T_2

$$C_{s2}(\theta) = \exp(-\mu x_0/\cos \theta) R_{s0} \exp(-\mu L_0) (1 - R_{sd})$$

$$+ \exp(-\mu x_0/\cos \theta) R_{s0} \exp(-\mu L_0) R_{sd} \exp(-2\mu L_0) R_{s0} (1 - R_{sd}) + \dots$$

$$= \frac{\exp(-\mu L_2) R_{s0} (1 - R_{sd})}{1 - \exp(-2\mu L_0) R_{sd} R_{s0}} \quad (4)$$

$$T_2 = \int_0^{a_2} I(\theta) C_{s2}(\theta) d\theta \quad (5)$$

式中 $L_2 = (x_0 + C_1)/\cos \theta$, $a_2 = \min(\theta_{n_2}, \theta_2)$ 。

2.3 (3)区光的收集

光经长方体侧面反射的传输情形如图 2 所示, 则

(3)区中入射角 θ 的光子被探测到的几率 $C_{s3}(\theta)$ 为

$$C_{s3}(\theta) = \exp(-\mu L_1) R_s^2 (1 - R_{sd}) + \exp(-\mu L_1) R_{s1sd} R_{sd} R_{s0}$$

$$\times \exp(-2\mu L_0) R_{s2sd} (1 - R_{sd}) + \dots$$

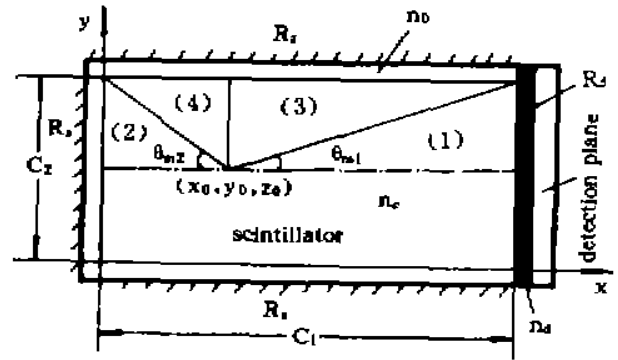


Fig. 1 Classification of scintillation light transport
 n_2 : Index of refraction of the scintillator, n_d : Index of refraction of the coupling medium, n_c : Index of refraction of air, R_s : Reflectivity of the specular reflector, R_{sd} : Reflectivity of the detection plane

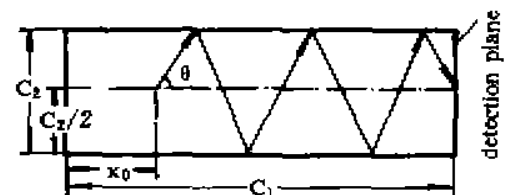


Fig. 2 Transport of scintillation light by reflections between side planes

$$= \frac{\exp(-\mu L_1) R_{s1}^{N_1} (1 - R_{s2})}{1 - R_{s2} R_{s1}^{2N_0} R_{s0} \exp(-2\mu L_0)} \quad (6)$$

$$R_{s2}(\theta, n_c, n_0) = \begin{cases} R_{s0}(\pi/2 - \theta, n_r, n_0), & \text{当 } \theta > \pi/2 - \theta_c \\ 1, & \text{当 } \theta \leq \pi/2 - \theta_c \end{cases} \quad (7)$$

$$T_3 = \int_{\theta_{m1}}^{\theta_c} I(\theta) C_{s3}(\theta) d\theta \quad (8)$$

式中 $N_1 = (C_1 - x_0) \operatorname{tg} \theta / C_2$ 为光由发光点至探测面侧面反射点的数目； $N_0 = C_1 \operatorname{tg} \theta / C_2$ 为 $x = 0$ 至 $x = C_1$ 间的侧面反射点数目； R_{s1} 为侧面总反射率， $\theta_c = \arcsin(n_0/n_c)$ 。如果 $\theta_{m1} \geq \theta_c$ ，则令 $T_3 = 0$ 。

2.4 (4) 区光的收集

$$\begin{aligned} C_{s4}(\theta) &= \exp(-\mu x_0 / \cos \theta) R_{s1}^{N_2} R_{s0} R^{-\mu L_1} R_{s1}^{N_1} (1 - R_{s2}) + \exp(-\mu x_0 / \cos \theta) R_{s1}^{N_2} R_{s0} \\ &\quad \times \exp(-\mu L_0) R_{s1}^{N_1} R_{s2} \exp(-2\mu L_0) R_{s0} R_{s1}^{2N_0} (1 - R_{s2}) + \dots \\ &= \frac{\exp(-\mu L_2) R_{s1}^{N_2 - N_1} R_{s0} (1 - R_{s2})}{1 - R_{s2} R_{s1}^{2N_0} R_{s0} \exp(-2\mu L_0)} \end{aligned} \quad (9)$$

其中， $N_2 = x_0 \operatorname{tg} \theta / C_1$ 。

$$T_4 = \int_{\theta_{m2}}^{\theta_c} I(\theta) C_{s4}(\theta) d\theta \quad (10)$$

如果 $\theta_{m2} \geq \theta_c$ ，则令 $T_4 = 0$ 。

2.5 镜反射光收集效率

综合以上四个区域光收集的分析，就可得总的光收集效率 P ：

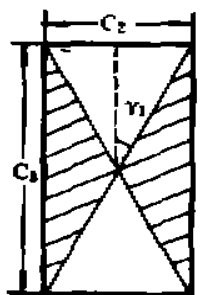
$$P = \sum_{i=1}^4 T_i \quad (11)$$

2.6 光子角分布 $I(\theta)$ 的选取

在选取闪烁光子角分布时，结合光收集效率 P 积分，采用二维加权平均计算，即设光在平面内传输，并考虑到图 1 中光传输分区中线上、下平面的对称性及 P 积分区间的选取，应有 $I(\theta) = 1/\pi$ ，分别计算出两个互相垂直平面内传输闪烁光的 P ，然后加权平均，权重因子可按闪烁光子立体角分布确定。这样做避开了斜光线传输难以求解的困难，并把 C_2 、 C_3 对光传输的限制因素也考虑进来，计算结果也较合理。

2.7 权重的计算

闪烁体横截面如图 3 所示，阴影部分所占立体角 Ω_1 较大，分配给平行于 $z = 0$ 平面传输的光；空白部分所占立体角 Ω_2 较小，分配给垂直于 $z = 0$ 平面传输的光。那么，



$$\begin{aligned} \Omega_1 &= 2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_{\gamma_1}^{\pi/2} \sin \gamma d\gamma = 4\pi \cos \gamma_1, \\ \Omega_2 &= 2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\gamma_1} \sin \gamma d\gamma = 4\pi (1 - \cos \gamma_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Fig. 3 Weight distribution

其中， $\gamma_1 = \operatorname{arctg}(C_2/C_3)$ 。相应的权重应为

$$W_1 = \Omega_1/4\pi = \cos \gamma_1, \quad W_2 = \Omega_2/4\pi = 1 - \cos \gamma_1 \quad (13)$$

加权平均的光收集效率为

$$P = \cos \gamma_1 P_1 + (1 - \cos \gamma_1) P_2 \quad (14)$$

式中 P_1 、 P_2 分别是传输平面宽度为 C_2 、 C_3 的光收集效率。

3 镜反射率光收集效率解析计算结果

利用变步长辛普生方法对 P 积分进行数值计算，程序用 Fortran 77 语言编写。参数设为： $n_s = 1.60$ ， $n_0 = 1.0$ ， $n_d = 1.44$ ，闪烁体光衰减长度 $\lambda = 1/\mu = 2500 \text{ mm}$ (除 3.4 中的图 7)。

反射方式分为两种：1). 有空气层镜反射 (如抛光的闪烁体外包覆铝箔)，记为 AS 方式；2). 无空气层镜反射 (如闪烁体外镀铝膜)，记为 NS 方式。在计算 NS 方式的 P 积分时，取 $R_s = R_d = R_i$ ， R_i 为镜膜的反射率。计算的结果见以下各图中的曲线。

3.1 光收集效率与发光点位置的关系

由图 4 可见，光收集效率 P 与闪烁光发光点位置 x_0 密切相关。对 AS 方式，由于在镜反射器与闪烁体表面之间存在空气层，一部分闪烁光可以经历全反射，无反射损失，另一部分闪烁光因较高的镜反射器总反射率而经历高效率的镜反射，所以， P 值较高，而且 $P \sim x_0$ 曲线较为平缓。该方式是狭长型长方塑料闪烁体的优选方案。对 NS 方式，既无全反射，而且反射率也低于 AS 方式的，因此反射损失很显著， $P \sim x_0$ 曲线变化很大， P 的均值低，不宜采用。

3.2 光收集效率与反射率的关系

图 5 是塑料闪烁体光收集效率与反射器反射率的关系曲线。因为 P 与 x_0 有关，故闪烁体内各点 P 是不同的，为了与实验结果对照及方便，此处及后面内容的计算中以光点选在闪烁体中点，即 $x_0 = C_2/2$ 。如果考虑闪烁体光收集的总效率，可以利用网格法，先计算许多点的光收集效率，然后取平均值。图 4 和图 5 的曲线与作者利用蒙特卡罗方法计算的相应内容的结果^[5]是符合的。

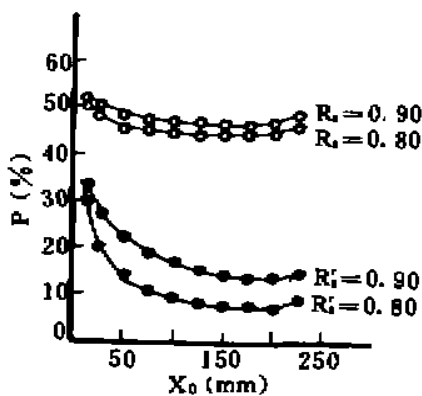


Fig. 4 Relation between light collection efficiency P and scintillation origin x_0

○ Specular reflection behind a thin layer of air, ● Direct specular reflection

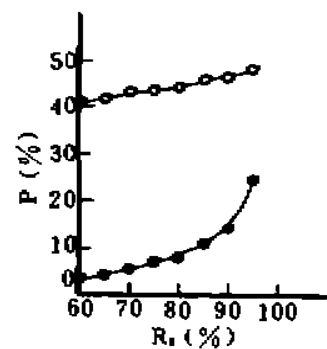


Fig. 5 Relation between light collection efficiency P and reflectivity R_i of the reflector

○ Specular reflection behind a thin layer of air, ● Direct specular reflection

3.3 光收集效率与闪烁体长度的关系

图 6 给出了光收集效率 P 与闪烁体长度 C_1 的关系曲线。作为对比，也给出了蒙特卡罗计算结果及 AS 方式的实测值^[5]。

3.4 光收集效率与光衰减长度的关系

对于尺寸相同、外反射器相同的闪烁体, 闪烁体的光(本征)衰减长度 λ 越大, P 也越高。图 7 给出三种不同形状(立方、狭长型长方、板状)闪烁体的解析计算 $P \sim \lambda$ 曲线。

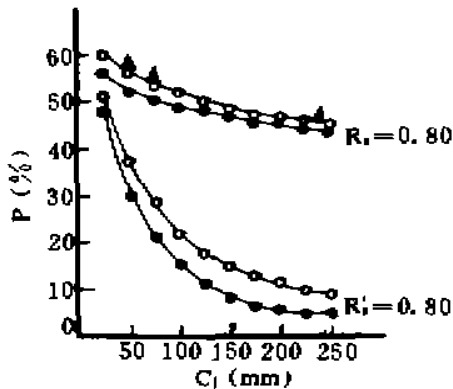


Fig. 6 Relation between light collection efficiency P and the scintillator's length C_1

○ Analytical calculations. ● Monte Carlo calculations.
▲ Experimental results with the specular reflector behind a thin layer of air, $C_2 > C_3 = 6 \times 16 \text{ mm}^2$

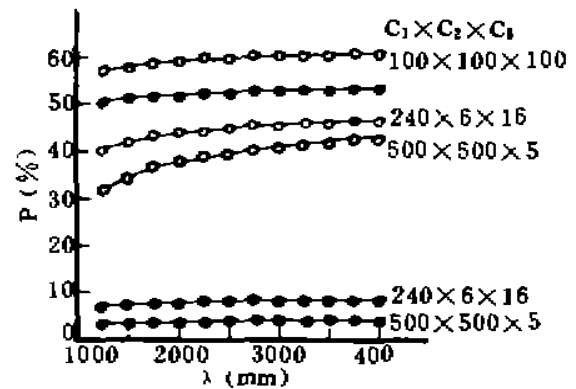


Fig. 7 Relation between light collection efficiency P and light attenuation length λ

□ Specular reflection behind a thin layer of air. ● Direct specular reflection. $R_1 = 0.80$, $R_2 = 0.80$

结 论 全面考虑外部镜反射器作用的光传输和收集的解析模型, 适用于狭长型长方闪烁体的情形。对塑料闪烁体光收集效率 P 的计算表明: 采用有空气层的镜反射方式, P 较高且随发光点位置的均匀性也非常好。

参 考 文 献

- [1] W. A. Shurcliff, R. Clark Jones, The trapping of fluorescent light produced within objects of high geometrical symmetry. *J. Opt. Soc. Am.*, 1949, **38**(11): 912~916
- [2] C. M. Ankenbrandt, E. M. Lent, Increasing the light collection efficiency of scintillation counters. *Rev. Scient. Instrum.*, 1963, **34**(6): 647~651
- [3] C. Carrier, R. Lecomte, Trapping of fluorescent light in cylindrical scintillators. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1989, **A278**: 622~624
- [4] C. Carrier, R. Lecomte, Theoretical modelling of light transport in rectangular parallelepipedic scintillators. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1990, **A292**: 685~692
- [5] 梁 齐, 高启安, 常 勇, 长方塑料闪烁体光收集效率的研究. *核技术*, 1994, **17**(8): 493~498

An Analytical Model of the Collection of Scintillation Light from a Rectangular Scintillator with the Specular Reflector

Liang Qi Gao Qian

(Department of Applied Physics, Hefei University of Technology, Hefei 230009)

(Received 18 September 1994; revised 2 April 1995)

Abstract This paper proposes an extended analytical model of the collection of scintillation light from a long and narrow plastic scintillator with the specular reflector. The light collection efficiency has been calculated.

Key words scintillator, specular reflection, light collection efficiency.