

# 克尔型介质平板波导中的弱非线性横向电场波

曹庄琪 周 骏 陈英礼

(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

**摘 要** 对芯子为克尔型非线性介质、覆盖层和衬底为线性介质的平板波导, 在弱非线性近似下, 导出了这类波导横向电场波满足的色散方程和场分布, 其物理意义清晰, 且大大降低了数值计算的强度。

**关键词** 光波导, 色散, 非线性光导波, 克尔介质。

## 1 引 言

电磁波在非线性平板波导中的传输是近年来引起广泛重视的课题。这是由于约束在这类波导中的非线性光导波(NGW)具有导致全光开关和全光信号处理的重要性质, 例如, 与光功率有关的传播常数和场分布等。

对于芯子为克尔型的非线性介质、覆盖层和衬底为线性介质的平板波导, 已有文献[1, 2]研究过它们的非线性光导波, 即通过严格求解非线性方程得到其解析解和色散方程。但是, 由于这些结果包含复杂的雅可比椭圆函数和逆雅可比椭圆函数, 牵涉到不完全椭圆积分的数值计算, 因此, 不仅不能从这些结果中看清所考虑问题的物理意义, 而且在数值计算中需要化费大量的计算机时间。另外, 目前由于激光功率和材料损伤阈值的限制, 实验可达到的非线性折射率变化  $\Delta n$  远小于波导中芯子与衬底(或覆盖层)的折射率差  $\Delta n_0$ , 即只产生  $\Delta n \ll \Delta n_0$  的弱非线性效应。同时, 需要指出, 以上文献讨论的一维强非线性光导波实际上是不可能存在的<sup>[3]</sup>。基于上述理由, 作者认为建立弱非线性光导波的色散方程和场分布是必要的。

本文采用弱非线性近似, 研究了克尔型自聚焦介质平板波导中的横向电场(TE)波, 导出了显示自聚焦效应的场分布以及与光功率有关但形式与线性情况相似的色散方程。由该方程可知弱非线性作用下波矢和衰减系数的变化。

## 2 理论分析

考虑图 1 所示的三层平板波导结构, 其中衬底和覆盖层是线性介质, 介电系数分别为  $n_1^2$  和  $n_2^2$ , 而芯子是介电系数为  $n_1^2 + \alpha|E|^2$  的克尔型非线性介质。芯子中 TE 波满足的非线性波动方程为:

$$\frac{d^2 E}{dr^2} + k_1^2 E + k_1^2 \alpha E^3 = 0, \quad (1)$$

式中，

$$k_1^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2,$$

$\beta$  为光导波传播常数,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  是自由空间的波数,  $\lambda$  是真空光波长,  $E(x)$  是横向电场在  $x$  方向的分量。

设覆盖层和衬底中的线性解分别为

$$E(x) = \begin{cases} E(0) \exp(-\alpha_1 x) & (x > 0) \\ E(-d) \exp[\alpha_2(x-d)] & (x < -d) \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\alpha_2 = (\beta^2 - k_0^2 n_2^2)^{1/2}$ ,  $\alpha_1 = (\beta^2 - k_0^2 n_3^2)^{1/2}$ ,

$E(0)$  和  $E(-d)$  分别为  $x = 0$  和  $x = -d$  处的场振幅。

(1)式经过一次积分后, 得到

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)^2 + k_1^2 E^2 - \frac{1}{2} k_0^2 \alpha E^4 = C, \quad (3)$$

式中  $C$  为积分常数, 代入边界值后, 则有

$$\begin{cases} \alpha_1^2 E^2(0) + k_1^2 E^2(0) + \frac{1}{2} k_0^2 \alpha E^4(0) = C, \\ \alpha_2^2 E^2(-d) + k_1^2 E^2(-d) + \frac{1}{2} k_0^2 \alpha E^4(-d) = C. \end{cases} \quad (4)$$

根据图 1 所选择的坐标, 对(3)式再积分, 可得

$$\int_{E(0)}^{E(x)} \frac{dt}{(C - k_1^2 t^2 - \frac{1}{2} k_0^2 \alpha t^4)^{1/2}} = -x \quad (5)$$

以下讨论  $C - k_1^2 t^2 \gg \frac{1}{2} k_0^2 \alpha t^4$  的情况。

根据(3)式知, 上式即是  $\Delta n_0 \gg \Delta n$  的弱非线性近似。在此近似下, (5)式左边的积分可近似为:

$$\begin{aligned} \int_{E(0)}^{E(x)} \frac{dt}{(C - k_1^2 t^2 - \frac{1}{2} k_0^2 \alpha t^4)^{1/2}} &\approx \int_{E(0)}^{E(x)} \frac{dt}{(C - k_1^2 t^2)^{1/2}} - \frac{k_0^2 \alpha}{4} \int_{E(0)}^{E(x)} \frac{dt}{(C - k_1^2 t^2)^{3/2}} \\ &= \left[ 1 - \frac{3k_0^2 \alpha C}{8k_1^4} \right] \frac{1}{k} \left[ \sin^{-1} \frac{k_1 E(x)}{C^{1/2}} - \sin^{-1} \frac{k_1 E(0)}{C^{1/2}} \right] \\ &\quad + \frac{k_0^2 \alpha}{8k_1^4} \left\{ \frac{(3C - k_1^2 E^2(x))E(x)}{[C - k_1^2 E^2(x)]^{3/2}} - \frac{(3C - k_1^2 E^2(0))E(0)}{[C - k_1^2 E^2(0)]^{3/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

由(6)式作简单的代数运算, 在一级近似下可得

$$\left[ \sin^{-1} \frac{k_1 E(x)}{\sqrt{C}} - \sin^{-1} \frac{k_1 E(0)}{\sqrt{C}} \right] + \frac{k_0^2 \alpha}{8k_1^4} \Theta = - \left[ 1 + \frac{3k_0^2 \alpha C}{8k_1^4} \right] k_1 x. \quad (7)$$

式中,

$$\Theta = \frac{(3C - k_1^2 E^2(x))E(x)}{\sqrt{C - k_1^2 E^2(x)}} - \frac{(3C - k_1^2 E^2(0))E(0)}{\sqrt{C - k_1^2 E^2(0)}}.$$

再由(7)式可得

$$\begin{aligned} E(0) &\left\{ \cos [(1 - \delta)k_1 x] - \frac{\sqrt{C - k_1^2 E^2(0)}}{k_1 E(0)} \sin [(1 + \delta)k_1 x] \right\} \\ &= E(x) + \frac{\delta}{\sqrt{C - k_1^2 E^2(0)}} [E(x) \sqrt{C - k_1^2 E^2(0)} - E(0) \sqrt{C - k_1^2 E^2(x)}] \end{aligned}$$

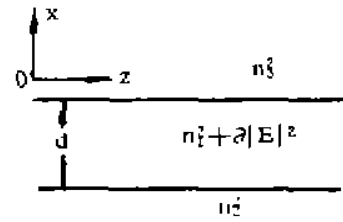


Fig. 1 Nonlinear waveguide bounded by different linear dielectrics

$$- \frac{k_1^2 \delta}{3C} \left[ E^3(x) - \sqrt{\frac{C - k_1^2 E^2(x)}{C - k_1^2 E^2(0)}} E^3(0) \right]. \quad (8)$$

式中,  $\delta = 3k_0^2 \alpha c / 8k_1^2$  (9)

是一小量, 因而(8)式右边第二、第三两项也是小量。从(8)式可以得到以下结论:

1) 在线性情况下,  $\delta = 0$ , 利用(4)式, (8)式还原为

$$E(x) = E(0) \frac{\cos(k_1 x + \phi_{13})}{\cos \phi_{13}}. \quad (10)$$

式中,  $\phi_{13} = \text{tg}^{-1} \left( \frac{a_3}{k_1} \right)$

(10)式即为线性光导波的场分布。

2) 在弱非线性情况下, 场型与线性情况基本相同, 但横向波矢  $k_1$  变为  $(1 + \delta)k_1$ 。由(4)式和(9)式可知, 波矢成为光功率的函数。

3) 对自聚焦介质,  $\alpha > 0$ , 于是  $\delta > 0$ , 因此, 横向波矢  $(1 + \delta)k_1$  增大, 即余弦函数的周期减小, 说明场形变窄, 这正反映了自聚焦的性质。同样理由可以说明自散焦( $\alpha < 0$ )的性质。

4) 由(8)式可明显看出非线性介质中的正反馈现象。即光场诱导的折射率将使光场重新分布, 而光场的重新分布又将诱导新的折射率变化, 如此反复, 构成正反馈。

由于(8)式右边第二、第三两项是小量, 因而可用线性参量代入, 并定义

$$k_1 \equiv (1 + \delta)k_1, \quad \phi_{13} \equiv \text{tg}^{-1} \left( \frac{a_3}{k_1} \right).$$

则可得弱非线性横向电场波的场分布为:

$$E(x) = \frac{E(0)}{\cos \phi_{13}} \cos(k_1 x + \phi_{13}) + \delta E(0) \left\{ \sin \phi_{13} \cos \phi_{13} + \frac{\cos^3 \phi_{13}}{3 \sin \phi_{13}} \right\} \sin k_1 x \\ + \frac{1}{3} \delta E(0) \left[ \frac{\cos^2(k_1 x + \phi_{13})}{\cos \phi_{13}} - \frac{\cos^2 \phi_{13}}{\sin \phi_{13}} \sin(k_1 x + \phi_{13}) \right]. \quad (11)$$

再利用边界上连续的条件, 可得弱非线性横向电场波满足的色散方程为:

$$k_1 d = m\pi + \text{tg}^{-1} \left( \frac{a_2}{k_1} \right) + \text{tg}^{-1} \left( \frac{a_3}{k_1} \right), \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (12)$$

式中,  $\frac{a_2}{k_1} \leftarrow \frac{a_2}{k_1} - \frac{2}{3} \delta \frac{a_2 k_1}{a_2^2 + k_1^2}, \quad \frac{a_3}{k_1} = \frac{a_3}{k_1} - \frac{2}{3} \delta \frac{a_3 k_1}{a_3^2 + k_1^2}$

### 3 数值计算

为了说明第二节得到的结果, 分别对(11)和(12)两式进行了数值计算。利用图 1 所示的波导, 选择  $n_1 = 2$ ,  $n_2 = 1.5$  和  $n_3 = 1$ , 得到了图 2 所示的场的分布。由图 2 可知, 弱非线性横向电场波的场分布与线性波导的场分布基本相同, 但随着  $\delta$  的增加, 可以看出明显的自聚焦作用。

图 3 表示有效折射率  $n_{\text{eff}} = \beta/k_0$  随光功率  $\alpha E_0^2$  的变化(其中  $E_0 = E(0)$ )。由图 3 看出, 在自聚焦介质中,  $\text{TE}_0$  模的  $n_{\text{eff}}$  随光功率的增加而明显增加, 而  $\text{TE}_1$  模的  $n_{\text{eff}}$  随光功率虽然也有增加, 但不十分明显, 这是由于  $\text{TE}_0$  模在芯子中的光功率远比  $\text{TE}_1$  模强的缘故。

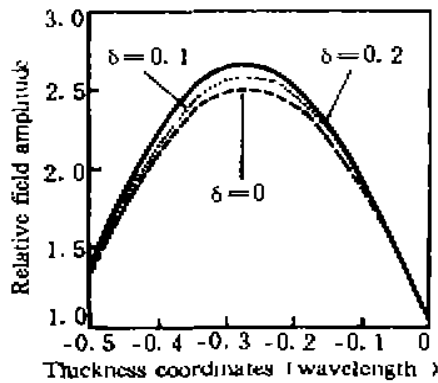


Fig. 2 The electric field component within the nonlinear film  $E(x)$ , in units of  $E_0 = E(0)$

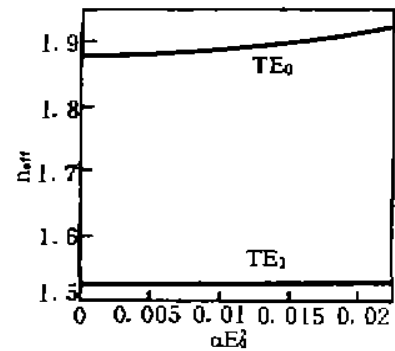


Fig. 3  $n_{eff}$  as a function of the intensity of the electric field for positive values of the nonlinear coefficient

### 参 考 文 献

- [1] N. N. Akhmdiev, K. O. Boltar, V. M. Eleonskii, Dielectric optical waveguide with nonlinear susceptibility and asymmetric refractive-index profile. *Opt. Spectrosc. (USSR)*, 1982, **53B**(6): 645~658
- [2] A. D. Boardman, P. Egan, Optically nonlinear waves in thin films. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1986, **QE-22**(2): 319~324
- [3] K. S. Chiang, R. A. Sammut, Effective-index method for spatial solitons in planar waveguides with Kerr-type nonlinearity. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1993, **10**(4): 704~708

## Weakly Nonlinear TE Wave in Planar Waveguides with Kerr-Type Medium

Cao Zhangqi    Zhou Jun    Chen Yingli

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

(Received 20 January 1995)

**Abstract** A new treatment of the behavior of TE waves in a planar waveguide with Kerr-type nonlinearity is given in the weakly nonlinear approximations. Dispersion equations and field profiles with clear physical insight are presented. This method simplifies the numerical calculations significantly.

**Key words** waveguide, dispersion, nonlinear guide wave, Kerr-type medium.