

位相光栅偏振特性的耦合波分析*

张国平 叶嘉雄 李再光
(华中理工大学光学系, 武汉 430074)

摘 要 基于麦克斯韦方程组和电磁场的边界连续条件, 本文导出了位相光栅的严格的矢量耦合波衍射方程, 指出了各级次衍射波之间存在相互耦合作用。并分析了光栅的偏振效应, 得到光栅在不同偏振方式下的衍射特性。实验测试结果验证了理论分析的正确性。

关键词 偏振, 耦合波, 位相光栅, 衍射。

1 引 言

近年来, 衍射光栅由于其在量子电子、集成光学、光谱及全息等领域中的广泛应用而受到了普遍重视^[1]。衍射光栅的分析可以采用标量或者矢量衍射理论。当光栅的特征尺寸远大于入射光波长时, 采用标量衍射理论分析就足够精确, 这时光栅特性与偏振无关。若其特征尺寸接近甚至小于波长时, 必须采用更严格的矢量衍射理论来分析^[2, 3], 而且此时光栅的特性还与入射光的偏振状态有关。目前常用的矢量衍射分析方法有积分法、微分法、模式法和耦合波法。由于耦合波方法在数学描述及方程求解上相对容易些, 因而本文采用耦合波分析法来讨论光栅的偏振特性。

2 理论基础

为简化叙述, 本文以一个一维浮雕型二元位相光栅为例, 不考虑它对光的吸收损耗, 其几何外形如图 1 所示。图中 d 为光栅深度, Λ 为光栅周期, τ 为线宽, 则占空系数 $D = \tau/\Lambda$ 。入射介质(即区域 1)和透射介质(即基片、区域 3)的相对介电系数分别为 ϵ_1 、 ϵ_3 。设光栅的面型函数为 $F(x)$, 则有:

$$Z = F(x) = F(x + \Lambda) \quad (1)$$

光栅调制区(即区域 2)的相对介电系数 ϵ_2 可写为:

$$\epsilon_2(x, z) = \epsilon_1 + \Delta\epsilon f(x, z) \quad (2)$$

其中 $\Delta\epsilon = \epsilon_3 - \epsilon_1$, 函数 $f(x, z)$ 定义为:

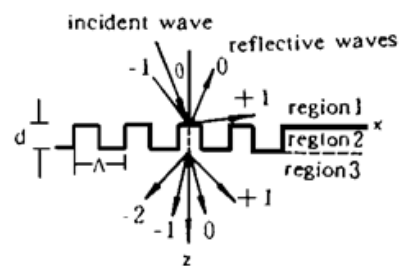


Fig. 1 Geometry of binary phase grating

* 本文得到国家教委高校博士点基金资助。

收稿日期: 1995 年 5 月 11 日

$$f(x, z) = \begin{cases} 0, & z < F(x) \\ 1, & z > F(x) \end{cases} \quad (3)$$

将 $\epsilon_2(x, z)$ 展开成傅里叶级数形式:

$$\epsilon_2(x, z) = \epsilon_1 + \Delta\epsilon \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{\epsilon}_m \exp(jKmx) \quad (4)$$

式中 $K = 2\pi/\Lambda$, 系数 $\tilde{\epsilon}_m$ 由下式给出:

$$\tilde{\epsilon}_m = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} f(x, z) \exp(-jKmx) dx \quad (5)$$

设以线偏振的单位振幅平面波入射, 其波长为 λ , 入射角为 θ (见图 1)。其场分布表达式为 $u(x, z)$, 对于 TE 偏振, $u(x, z)$ 代表电矢量分量 E_y , $E_x = E_z = 0$; 对于 TM 偏振, $u(x, z)$ 则代表磁矢量分量 H_y , $H_x = H_z = 0$ 。区域 1、2、3 中的复振幅场分布可分别表示为^[2, 4]:

$$u_1(x, z) = \exp[j(\alpha_0 x + r_0 z)] + \sum_{i=-\infty}^{\infty} R_i \exp[j(\alpha_i x - r_i z)] \quad (6)$$

$$u_2(x, z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_i \exp[j(\alpha_i x + s_i z)] \quad (7)$$

$$u_3(x, z) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} T_i \exp\{j[\alpha_i x + t_i(z - d)]\} \quad (8)$$

式中 R_i 、 S_i 和 T_i 分别为各场的振幅系数, 传输因子 α_i 、 r_i 、 s_i 和 t_i 分别为:

$$\alpha_i = k \sqrt{\epsilon_1} \sin \theta + iK \quad (i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (9)$$

$$r_i = \begin{cases} (k^2 \epsilon_1 - \alpha_i^2)^{1/2}, & k \sqrt{\epsilon_1} \geq |\alpha_i| \\ j(\alpha_i^2 - k^2 \epsilon_1)^{1/2}, & \alpha_i > k \sqrt{\epsilon_1} \end{cases} \quad (10)$$

$$s_i = \begin{cases} (k^2 \sqrt{\epsilon_2} - \alpha_i^2)^{1/2}, & k \sqrt{\epsilon_2} \geq \alpha_i \\ j(\alpha_i^2 - k^2 \sqrt{\epsilon_2})^{1/2}, & k \sqrt{\epsilon_2} < \alpha_i \end{cases} \quad (11)$$

$$t_i = \begin{cases} (k^2 \epsilon_3 - \alpha_i^2)^{1/2}, & k \sqrt{\epsilon_3} \geq |\alpha_i| \\ j(\alpha_i^2 - k^2 \epsilon_3)^{1/2}, & k \sqrt{\epsilon_3} < |\alpha_i| \end{cases} \quad (12)$$

这里 $k = 2\pi/\lambda$, $\bar{\epsilon}_2$ 为光栅区的平均相对介电系数, 即 $\bar{\epsilon}_2 = \epsilon_1 + \Delta\epsilon \cdot \tilde{\epsilon}_0$, i 代表衍射级次。(10)~(12) 式中各传输因子为实数时代表导波, 为虚数时则代表倏逝波。

在区域 2 中, 光场也必须满足波动方程, 即

$$\nabla^2 u_2(x, z) + k^2 \epsilon_2(x, z) u_2(x, z) = 0 \quad (13)$$

将(4)、(7)两式代入其中, 经整理后可得

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} S_i(z) + j2s \frac{d}{dz} S_i(z) + K^2 i(B - i) S_i(z) \\ + k^2 \Delta\epsilon \sum_{m \neq 0} \tilde{\epsilon}_m S_{i-m} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $B = 2\Lambda \sqrt{\epsilon_1} \sin \theta / \lambda$ 。方程(14)就是本文所需要的严格的耦合波方程, 该方程对于 TE 和 TM 偏振在形式上是一样的, 所不同的是振幅系数 $S_i(z)$ 分别代表电矢量 E_y (对于 TE), 或者磁矢量 H_y (对于 TM)。从方程的最后一项可以看出, 各级次的衍射波之间存在相互耦合作用, 这种耦合效应主要是由光栅区介电系数的调制变化而引起的。

3 方程求解

耦合波方程(14)是一个二阶线性微分方程组,采用线性系统分析法可求得其通解^[5]。 $S_i(z)$ 为光栅区的场振幅系数,为求出反射波和透射波中各衍射级次的振幅系数 R_i 和 T_i 的值,需要在光栅的上下两个界面($z = 0$ 和 $z = d$)处运用边界条件,即电磁场的切向分量连续。

对于TE偏振波,其电场切向分量只有 E_y ,磁场切向分量只有 H_x ,且 $H_x = \frac{j}{\omega\mu} \partial E_y / \partial z$,其边界条件可写为:

1) $z = 0$:

$$\delta(i) + R_i = S_i(0), \quad j r_i [\delta(i) - R_i] = \frac{d}{dz} [S_i(z) \exp(jsz)]_{z=0} \quad (15)$$

2) $z = d$:

$$T_i = S_i(d) \exp(jsd), \quad j t_i T_i = \frac{d}{dz} [S_i(z) \exp(jsz)]_{z=d} \quad (16)$$

对于TM偏振波,其磁场切向分量只有 H_y ,电场切向分量只有 E_x ,且 $E_x = -\frac{j}{\omega\epsilon} \partial H_y / \partial z$,因而其边界条件为:

1) $z = 0$:

$$\begin{aligned} \delta(i) + R_i &= S_i(0), \\ j [\epsilon_i r_i (\delta(i) - R_i) + \Delta\epsilon \tilde{\epsilon} r_0 - \Delta\epsilon \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{i-m} R_{i-m}] \\ &= \epsilon_i \frac{d}{dz} [S_i(z) \exp(jsz)]_{z=0} \end{aligned} \quad (17)$$

2) $z = d$:

$$\begin{aligned} T_i &= S_i(d) \exp(jsd), \\ j (\epsilon_i t_i T_i + \Delta\epsilon \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{\epsilon}_m t_{i-m} T_{i-m}) \\ &= \epsilon_3 \frac{d}{dz} [S_i(z) \exp(jsz)]_{z=d} \end{aligned} \quad (18)$$

由方程组(15)和(16),或者(17)与(18),即可分别求出TE与TM偏振方式下反射波与透射波中各衍射级次 R_i 和 T_i 的大小。衍射效率 η 定义为衍射光与入射光的强度之比。因此反射波和透射波中各级次的衍射效率分别为

$$\eta_{ri} = \text{Re}(r_i/r_0) |R_i|^2 \quad (19)$$

$$\eta_{ti} = \text{Re}(t_i/r_0) |T_i|^2 \cdot c \quad (20)$$

其中

$$c = \begin{cases} 1 & (\text{TE}) \\ \epsilon_i/\epsilon_3 & (\text{TM}) \end{cases} \quad (21)$$

函数 $\text{Re}(x)$ 代表取复自变量 x 的实部。当不考虑介质的吸收损耗时,各级次的衍射效率的总和应为1,即满足

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} (\eta_{ri} + \eta_{ti}) = 1 \quad (22)$$

该式可以用来验证计算结果的正确性。

应该指出的是,在上述各式中,衍射级次 i 的取值是从 $-\infty \sim +\infty$,而在实际计算中只能保留有限的级次数来参与耦合计算。计算表明,只需保留所有的导波级次和少量倏逝波级次,其计算结果就足够精确了,过多的衍射级次将导致计算时间的大大增加。

4 结果分析

线偏振光入射时, 不管其场的振动方向如何, 总能将其分解为 TE 偏振和 TM 偏振两个分量。根据上述的理论分析, 对于 TE 偏振, 采用电矢量进行求解, 对于 TM 偏振则用磁矢量来求解。两种偏振方式下光场的耦合波方程在形式上是一样的, 如(14)式所示。但它们的边界条件不一样, TE 偏振的边界条件方程(如(15)、(16)式所示)不含有耦合形式, 而 TM 偏振的边界条件方程(如(17)、(18)式所示)则具有耦合形式。正是由于 TE 和 TM 偏振的边界条件方程不一样, 光栅才表现出偏振效应。

下面针对具体的实例进行计算。为便于光栅的制作, 希望入射光波长越长越好。故取 $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$, 入射角 $\theta = 30^\circ$, $\epsilon_1 = 1.0$, $\epsilon_3 = 4.0$ 。分别计算了在不同的光栅深度 d 、周期 Λ 、及占空系数 D 的情况下, TE 和 TM 偏振波的衍射效率, 其透射光(0级)的衍射效率分别如图 2、3、4 中的实线所示。从这三组图的比较中可以看出, 对于不同的光栅参数 d 、 Λ 和 D , TE 和 TM 偏振波的衍射效率曲线在总的变化趋势上是基本一致的, 但是每一点的具体数值大小则可能有差异。差异的产生就是因为两者边界条件方程的不同, 因而也导致了光栅的偏振特性。

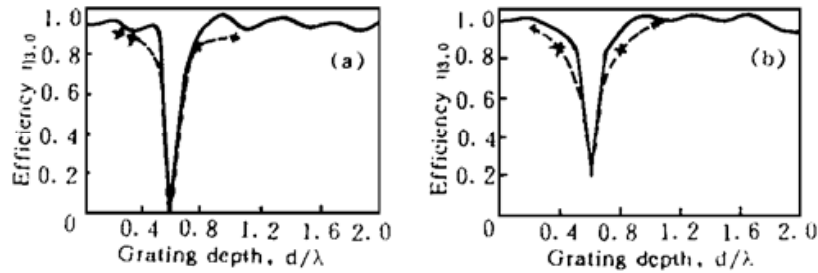


Fig. 2 Diffraction efficiency as a function of grating depth. (a) TE, (b) TM

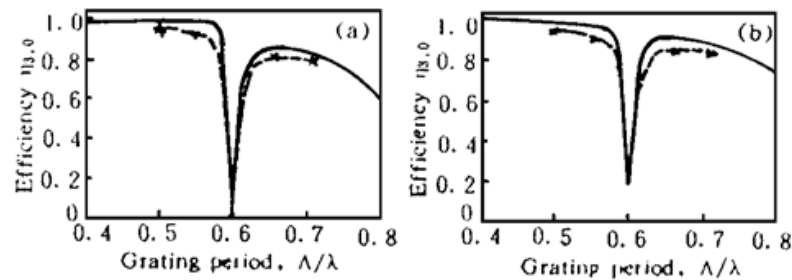


Fig. 3 Diffraction efficiency as a function of grating period. (a) TE, (b) TM

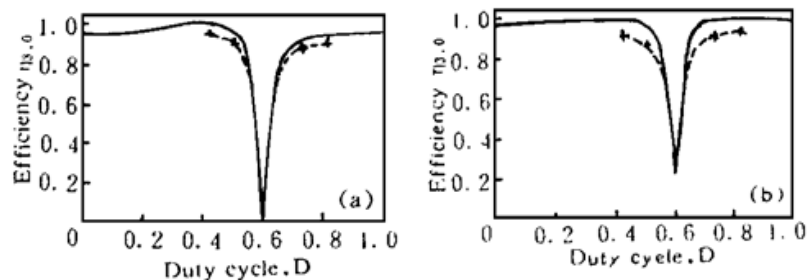


Fig. 4 Diffraction efficiency as a function of duty cycle. (a) TE, (b) TM

分别对应于图 2、3、4, 作者制作了一系列参数不同的二元位相光栅。由于实验条件的限制, 对于每一种光栅参数 (d 、 Λ 、 D), 只取了五个不同的值。实验测试结果分别如图 2、3、4 中的虚线所示。在考虑到制作误差和测量误差的前提下, 认为实验结果和理论值基本相符。

结 论 当光栅的特征尺寸接近甚至小于波长时, 呈现出偏振效应。本文采用严格的矢量耦合波理论, 分析了这种偏振效应起源于不同的场的边界条件方程。TE 偏振的边界条件方程中没有耦合作用, 而 TM 偏振的边界条件方程包含有耦合作用。进一步的分析表明, 对于 TE 和 TM 偏振, 光栅的衍射特性的变化趋势基本一致, 但是具体的数值不同。

参 考 文 献

- [1] R. Petit, *Electromagnetic theory of gratings*. Berlin: Springer-Verlag, 1980
- [2] D. Maystre, *Rigorous vector theories of diffraction gratings*. in *Progress in Optics*, E. Wolf, ed. Amsterdam: North-Holland, 1984, **21**: 1~ 67
- [3] T. K. Gaylord, M. G. Moharam, *Analysis and applications of optical diffraction by gratings*. *Proc. IEEE*, 1985, **73**: 894~ 937
- [4] E. Noponen, A. Vasara, *Synthetic diffractive optics in the resonance domain*. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(7): 1206~ 1213
- [5] C. L. Liu, J. W. S. Liu, *Linear System Analysis*. New York: McGraw-Hill, 1975

Coupled-Wave Analysis of Polarization Properties of Phase Gratings

Zhang Guoping Ye Jiaxiong Li Zaiguang

(*Department of Optical Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074*)

(Received 11 May 1995)

Abstract Based on the Maxwell's equations and boundary continuity of electromagnetic fields, rigorous vector coupled-wave equations of phase gratings are derived. It shows that coupling effects exist between every order diffractive wave. The polarization properties of gratings are analyzed when different polarized fields are incident. Experimental results verified the theoretical analysis.

Key words polarization, coupled-wave, phase grating, diffraction.