

饱和克尔介质中双光子 J-C 模型的原子动力行为

唐慧琴 朱开成 黄笃之

(湘潭师范学院物理系, 湘潭 411201)

摘 要 讨论了高 Q 饱和克尔(Kerr)介质腔中单个两能级原子与单模光场发生双光子相互作用时原子动力学行为的演化。

关键词 饱和克尔介质 J-C 模型, 崩溃-复苏, 纯度.

1 引 言

由于 Jaynes-Cummings (J-C) 模型是描述原子与光场相互作用最简单和最典型的模型^[1], 近年来, 对它已有极广泛的研究。作为 J-C 模型的一个推广, Buzek 和 Jex^[2] 研究了一个与单模光场发生单光子相互作用的两能级原子位于充满克尔介质的高 Q 腔中(即不考虑腔体的单光子损耗, 这里称之为 B-J 模型), 分别研究了克尔介质对原子动力学行为以及光场性质的影响。Werner 和 Risken^[3] 计及单光子损耗的影响, 讨论了 B-J 模型中原子和光场的性质, 发现由于克尔介质的存在, 将使得原子粒子布居差的回复效应更具有规律, 光场压缩效应几乎不受腔损耗和热光场的影响。Joshi 和 Puri^[4] 将 B-J 模型中的单光子过程推广到简并双光子过程, 通过考虑准概率分布函数(Q 函数)随时间的演化, 揭示了克尔介质对原子动力学行为的影响。但是上述研究均是基于无饱和的理想克尔介质中单模光场与原子相互作用情形。实际上, 许多非线性材料都存在着不同程度的饱和效应, 最近 Lyra 和 Gouveia-Neto^[5] 讨论了相干态在饱和克尔介质光纤中的演化及迭加态的产生问题, 讨论表明, 输出信号的相位分布敏感依赖于克尔介质的饱和特性。因此, 讨论饱和克尔介质中原子布居的演化等特性就是一极具理论和实际意义的研究课题。本文将对 B-J 模型进行推广, 考虑一个位于高 Q 饱和克尔介质腔中(即不计及腔体的单光子损耗)的两能级原子与单模光场发生的双光子相互作用, 研究饱和克尔介质饱和效应效应对原子布居等动力学行为的影响。

2 模型及求解

Buzek 和 Jex 考虑过的模型是单个两能级原子处于充满克尔介质的高 Q 腔中与光场相互作用的情形。将克尔介质用一非线性振子描述, 其有效哈密顿(Hamiltonian)可写为^[2]

$$\hat{H} = (\chi/2) \hat{n}(\hat{n} - 1) \quad (\text{取 } \hbar = 1) \quad (1)$$

这里 $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ 是光子数算符, \hat{a} 、 \hat{a}^\dagger 分别是光场的产生算符和湮灭算符, 而 χ 是克尔介质三阶非线性介电常数, 它正比于介质的非线性折射率, 并在此已用了算符的正规序形成。然而, 对于高场振幅场感应引起的折射率变化是由于高阶非线性的结果, 而对于实际的物质材料, 光学感应引起的折射率变化都不同程度的具有饱和效应, 使得感应引起的折射率变化有一上界。为了考虑到饱和效应的影响, 本文用有效哈密顿来描述饱和克尔介质^[5]

$$\hat{H} = (\chi/2) \hat{n}(\hat{n} - 1)/(1 + \hat{n}/a_s) \quad (2)$$

式中 a_s 为特征饱和振幅, 它反映了饱和克尔介质的特性, 这样的模型已被用来描述具有非线性光学性质的掺杂半导体玻璃 $\text{CdS}_{1-x}\text{Se}_x$ ^[6,7], 另外, 充满了液体的细毛细管当其折射指数的变化是由于非共振相互作用引起时也可用此模型来描述^[5]。因此, 上述有效相互哈密顿可以用来描述许多具有类似饱和效应的非线性材料的特性。

设两能级原子的基态和激发态为 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$, 这样, 处在高 Q 饱和克尔介质腔中的单个两能级原子与光场进行双光子相互作用的有效哈密顿在旋波近似和偶极近似下可写为

$$\hat{H}_{eff} = \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega \hat{S}_z + (\chi/2) \hat{n}(\hat{n} - 1)/(1 + \hat{n}/a_s) + g(\hat{a}^\dagger \hat{S}_- + \hat{a} \hat{S}_+) \quad (3)$$

式中 \hat{S}_\pm 、 \hat{S}_z 为原子的能量和跃迁算符, ω 为跃迁频率。(3) 式描述的系统的演化可以精确求得, 设原子初始处于激发态 $|e\rangle$ 而场处于任意的数态迭加态

$$|\xi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n\rangle \quad (4)$$

式中光场具有 n 个光子的几率分布为 $P_n = |F_n|^2$ 。同时假设在 $t = 0$ 时刻原子和场是退耦合的, 即初始时刻系统的态矢 $|\Psi(0)\rangle$ 可表示为

$$|\Psi\rangle = |\xi\rangle \otimes |e\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n |n, e\rangle \quad (5)$$

这样任意时刻的态矢 $|\Psi(t)\rangle$ 可由薛定谔方程

$$i\partial_t |\Psi(t)\rangle = \hat{H}_{eff} |\Psi(t)\rangle \quad (5)$$

解出, 容易求得满足初始条件(5)式的态矢 $|\Psi(t)\rangle$ 可表为

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-i\mu_n t) F_n [C_n(t) |n, e\rangle + D_n(t) |n+2, g\rangle] \quad (7)$$

其中函数 $C_n(t)$ 和 $D_n(t)$ 为

$$C_n(t) = \cos(Q_n t) - i \frac{R_n}{Q_n} \sin(Q_n t), \quad D_n(t) = -i \frac{g \sqrt{(n+1)(n+2)}}{Q_n} \sin(Q_n t), \quad (8)$$

而

$$\begin{aligned} \mu_n &= \omega(n+1) + \frac{1}{2} \chi a_s \left[\frac{n(n-1)}{a_s+n} + \frac{(n+1)(n+2)}{a_s+2+n} \right] \\ R_n &= \Delta + \frac{1}{2} \chi a_s \left[\frac{n(n-1)}{a_s+n} - \frac{(n+1)(n+2)}{a_s+2+n} \right] \\ Q_n &= \sqrt{R_n^2 + g^2(n+1)(n+2)}, \quad \Delta = \omega - 2\omega \end{aligned} \quad (9)$$

式中 Q_n 为广义拉比频率, Δ 为失谐参数。当 $\chi = 0$ 时, 得到标准的双光子 J-C 模型的结果; 当 $a_s \rightarrow \infty$ 可得由 Buzek 和 Jex 讨论过的克尔介质腔中单原子与场相互作用的 B-J 模型的结果。

3 原子的布居反转和纯度

在腔量子电动力学实验中, 实验上感兴趣的物理量是原子布居反转, 它是原子处在激发态和基态的几率之差, 在 J-C 模型中, 最简单而又最有意义的物理量, 由下式给出

$$W(t) = \langle \Psi(t) | \hat{S}_z | \Psi(t) \rangle \quad (10)$$

由(8)式得到原子在 $t = 0$ 处于激发态时任意时刻的原子布居反转表达式为

$$W(t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left[\left(\frac{R_n}{Q_n} \right)^2 + \frac{g^2(n+1)(n+2)}{Q_n^2} \cos(2Qnt) \right] \quad (11)$$

这个表达式当取参数 $\chi = 0$ 就得到标准的单光子 J-C 模型的结果; 而当取 $a_s \rightarrow \infty$ 可获得由 Buzek 和 Jex 讨论过的克尔介质腔中单原子与场相互作用的 B-J 模型的原子布居反转结果。容易看出, 当初始场态处于在光子数本征态 $|n\rangle (P_n = \delta_{n,n})$ 时, 原子布居反转呈现出规则的正弦振荡形式, 只是多一直流因子, 这与标准的双光子 J-C 模型和双光子 B-J 模型的结果相似。然而, 当初始光场处于相干态时, 其初始场光子分布函数为

$$P_n = \exp(-\bar{n}) \bar{n}^n / n! \quad (12)$$

式中 \bar{n} 为初始光场的平均光子数。本文用数值方法讨论了原子布居反转, 其结果如图 1 所示, 这里已取饱和参数 $a_s = 30$ 。从中可以看出, 对于一定的饱和参数, 当初始光场强度远低于、近似等于及远大于饱和和强度时, 原子的布居反转特性有明显不同。当初始光场的平均光子数远小于饱和场振幅 a_s (如 $\bar{n} = 1$) 时, 原子布居反转呈现出较规则的振荡, 但这种振荡具有两个系列, 一种是快周期振荡而另一种是最大振幅包络所呈现的大范围的振荡, 称前者为快振荡而后者为慢振荡; 随着初始光场的平均光子数增加, 原子布居反转呈现出明显的崩溃-复苏现象, 当初始场的平均光子数远小于饱和克尔介质的特征振幅时, 原子布居反转在短时间内呈现出较规则的崩溃-复苏特性, 这与理想克尔介质的情形相似, 仔细分析表明, 在饱和克尔介质的情况下慢振荡的周期变短。随着初始平均光子数增加至饱和克尔介质的特征振幅附近时, 崩溃-复苏呈现出新的特征, 在长时间内每个复苏都在平均值处单向发生, 且相邻复苏取向不同, 如图 1(c) 所示。在本文的模型中原子布居几率在某个复苏区总是有较大的几率处于某一能级, 而在相邻复苏区则总是有较大几率处于另一能级上, 这样在某些复苏区总是比崩溃时更明显地呈现出激发原子的禁戒衰变(inhibited decay)效应, 随着初始平均光子数变得远大于饱和克尔介质的特征振幅(如 $\bar{n} = 60$, 图 1(d)、图 1(e), 原子布居反转的这种不对称性不再是规则的交替改变, 只在克尔参数 χ 较大时才是理想的单向复苏, 但可明显地看出复苏最大值包迹呈现出振荡特性。这表达了双光子与两能级原子的相互作用过程中饱和克尔介质的存在明显地改变了原子的布居特性。此种布居特性也还未见到报道。特别地, 由于饱和克尔介质的存在, 原子布居反转的时间平均值为

$$\bar{W}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \{ (R_n / Q_n)^2 \} \quad (13)$$

在 $\Delta = 0$ 时也不为零, 而总是大于零, 即原子总是以较大几率处于激发态而呈禁戒衰变。

此外, 本文也讨论了原子态的纯度参数 $Tr_r(\rho_a^2)$, 该参数对于纯态等于 1, 而对于混态时小于 1; 其中 $\rho_a = Tr_r(\rho)$ 是约化原子密度算符, 而 $\rho_a = |\Psi(t) \times \Psi(t)|$ 是原子-场系统的密度算符, Tr_r 表示对场态取迹。图 2 给出了数值结果, 可以看出, 纯度参数与原子布居反转的演化相似。当初始光场足够弱也即远低于克尔介质饱和和特征振幅时, 该参数随时间变化呈现了多个系列的振荡, 并且原子态在几乎纯态与混态之间转换; 而随着初始场的平均光子数增加, 此参数开始时近乎是单调地下降, 然后当原子布居处于第一崩溃区时几乎是不变化, 而其后演化是在某个确定下界值上单向起伏; 当初始光场足够强以至于与克尔介质饱和和特征振幅相当时, 对比原子布居反转情况, 两种取向的原子布居反转复苏所对应原子态的纯度不同, 向上的复苏反转有较大的纯度, 如图 1(c) 和图 2(c) 所示。而当初始光子数远高于克尔介质饱和和特征振幅时, 对于一定的参数 χ , 纯度参数的演化特征在定性上与初始平均光子数和

克尔介质饱和特性振幅相当时的大体一致; 但当 x 变大时原子布居反转处于第一崩溃区的约一半时, 纯度参数达最大值, 而后的演化定性上与前述一致如图 2(e) 所示。这也表明了纯度参数比原子布居反转更能反映出原子系统演化的规律性。联系到纯度参数与熵演化的相似特性^[9], 纯度参数在原子布居崩溃区的不变化表明在此时原子与场是去耦合的, 此时原子与场都处在各自的不关联的混态, 这与标准 J-C 模型和 B-J 模型的结果不同, 当在原子布居反转复苏时间的一半处, 熵演化到最小值且不断变化, 因此场与原子并未去耦合^[10, 12], 而是有相互作用。关于此一问题, 将专文讨论。

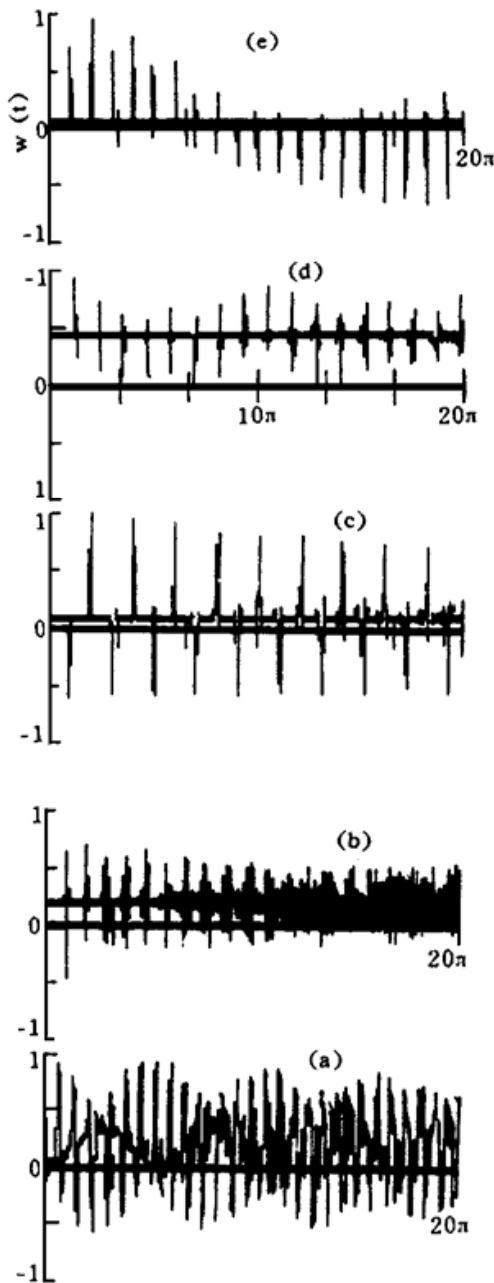


Fig. 1 The evolution of atomic population inversion versus gt under fixed parameters when the resonance $\Delta = 0$ and $a_s = 30$. (a) $\bar{n} = 1$, $\chi = 0.5g$; (b) $\bar{n} = 15$, $\chi = 0.5g$; (c) $\bar{n} = 30$, $\chi = 0.5g$; (d) $\bar{n} = 60$, $\chi = 0.5g$; (e) $\bar{n} = 60$, $\chi = 2g$

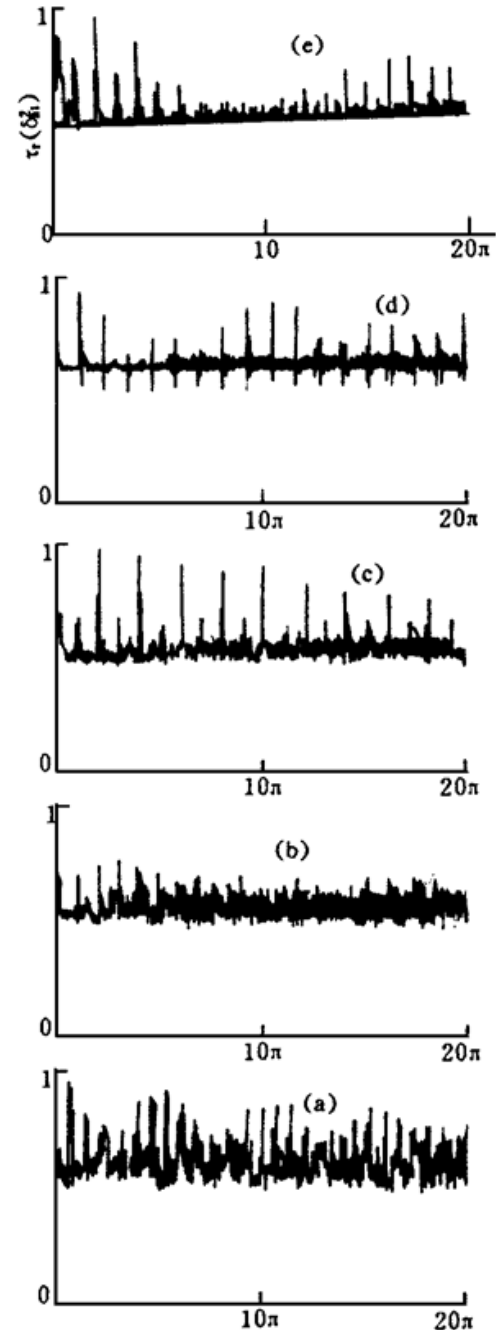


Fig. 2 The evolution of $Tr_a(\rho_a^2)$ versus gt under fixed parameters when the resonance $\Delta = 0$ and $a_s = 30$. Other parameters are same as Fig. 1.

结束语 通过对充满饱和克尔介质的腔中的单个两能级原子与单模光场发生双光子相互作用

时原子布居特性和原子纯度参数的讨论, 发现饱和克尔介质腔中的原子特性既不完全等同于标准 J-C 模型的结果也不等同于 B-J 模型的结果, 这表明饱和克尔介质特性在量子光学中即令低初始光场强度时也不能等于理想克尔介质, 而在高初始光场强度时也不能等同于线性介质, 而是具有新的特征。同时, 这里的模型也把标准 J-C 模型和 B-J 模型作为两种极限情况纳入到一个统一的模型中加以描述。

参 考 文 献

- [1] E. T. Jaynes, F. W. Cummings, Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proc. IEEE*, 1963, **51**(1): 89~ 97
- [2] V. Buzek, I. Jex, Dynamics of a two-level atom in a Kerr-like medium. *Opt. Commun.*, 1990, **78** (5&6): 425~ 435
- [3] M. J. Werner, H. Risken, Quasiprobability distributions for the cavity-damped Jaynes-Cummings model with an additional Kerr medium. *Phys. Rev. A*, 1991, **44**: 4623~ 4632
- [4] A. Joshi, R. R. Puri, Dynamical evolution of the two-photon Jaynes-Cummings model in a Kerr-like medium. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(7): 5056~ 5060
- [5] M. L. Lyra, A. S. Housseia-Neto, Evolution of coherent states in a dispersionless fibre with saturable nonlinearity and the generation of macroscopic quantum-superposition states. *J. Mod. Opt.*, 1994, **41**(7) : 1361~ 1370
- [6] J. L. Coutaz, M. Kull, Saturation of the nonlinear index of refraction in semiconductor-doped glass. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1991, **B8**(1): 95~ 98
- [7] P. Roussignol, D. Ricard, J. Lukasik *et al.*, New results on optical phase conjugation in semiconductor-doped glass. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1987, **B4**(1): 5~ 13
- [8] E. P. Ippen, C. V. Shank and, T. V. Gustafson, Self phase modulation of picosecond in optical fibers. *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **24**(4): 190~ 192
- [9] A. Vidilla-Barranco *et al.*, Interaction of superposition of coherent states of light with two-level atoms, 1992, **39**(7): 1441~ 1459
- [10] S. J. D. Phoenix, P. L. Knight, Fluctuations and entropy in models of quantum optical resonance. *Ann. Phys. (N. Y.)*, 1988, **186**(2): 381~ 407
- [11] S. J. D. Phoenix, P. L. Knight, Periodicity, Phase, and entropy in models of two-photon resonance. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **B7**(1): 115~ 124
- [12] 方卯发, 刘慧恩, 附加克尔介质 Jaynes-Cummings 模型的场熵演化. 光学学报 1994, **14**(5): 475~ 479

Dynamical Evolution of the Two-Photon Jaynes-Cummings Model in a Kerr-Like Medium with Saturable Nonlinearity

Tang Huiqin Zhu Kaicheng Huang Duzhi

(Department of Physics, Xiangtan Teachers' College 411201)

(Received January 1995; revised 23 August 1995)

Abstract The collapse-and-revival phenomena in the population inversion and the time evolution of the purity of an atom undergoing a two-photon process are investigated when the cavity is supposed to be filled with a saturable Kerr-like medium. This study reveals how the simultaneous occurrence of two nonlinear processes and the saturation affect the atomic dynamics. Affect each other.

Key words the Jaynes-Cummings model with a saturable Kerr-like medium, collapse-and-revival phenomenon, purity.