

埋入式光纤法布里-珀罗温度和应变传感器模型研究*

赵占朝

(北方交通大学土木建筑系, 北京 100044)

唐 海

(电子科技大学光纤国家重点实验室, 成都 610054)

摘 要 研究了埋入式内置和外置型法布里-珀罗(Fabry-Perot)光纤传感器模型, 这一模型将传感器中应变和温度的变化同反射光强联系起来, 其中: 子模型I 建立了传感器内的温度与应变同传感器长度变化及传感器光学性质变化的函数关系; 子模型II 建立了传感器长度和光学性质的变化同反射光强变化的函数关系。

关键词 传感器, 应变, 温度, 剪切效应。

1 引 言

为了实时检测各种工程结构中应变和温度等物理量, 目前国际上大部分采用埋入式光纤传感器进行检测。由于被检测参数(比如温度和应变)必须与传感器的输出通过数学模型联系起来, 因而其实际应用是非常困难的。近年来, 虽已提出了几个应用的模型, 皆因种种原因而受到限制。

本文研究一个横截面为圆形的内置式或外置式法布里-珀罗光纤传感器, 将它埋入各向同性的材料中, 此类型传感器的主要部分为在长度为 l_0 的光纤中溶接了两个部分反射镜。两镜之间的材料为玻璃(内置式法布里-珀罗), 当一相干激光束沿光纤传播时, 就可检测第一个和第二个反射镜反射的干涉光强。本文的目标就是提出一个数学模型, 将反射光强的变化与传感器周围材料的应变和温度变化联系起来。两个反射镜之间的长度必须足够小, 以保证在这段长度内应变和温度没有大的变化。

这一问题可分为三步处理: 1) 提出一个数学模型将材料中的应变和温度同传感器内部的应变和温度联系起来。2) 研究一个数学模型将传感器内部的温度和应变同 l_0 的变化 Δl 及传感器光学性质的变化联系起来。3) 最后提出一个数学模型将传感器的长度及光学性质的变化同反射光强联系起来。

* 中国博士后基金和光纤国家重点实验室开放基金资助。

收稿日期: 1995年5月9日; 收到修改稿日期: 1995年11月9日

近年来,关于这些问题已提出了一些模型^[1~9],在这些讨论中:1)略去了传感器内的剪切效应;2)单独考虑应变和温度效应,没有考虑它们之间的相互影响。在本文的讨论中,特别考虑了传感器内的剪切效应。因为子模型I的工作为弹性力学分析的内容^[10],本文在此不予研究。

2 光纤传感器的光学性能

2.1 光纤传感器中的应变

本文研究中,认为传感器内和周围材料中的温度变化是相同的,即 $\Delta T = \Delta T^\infty$;变形是微小的;传感器与周围材料是线弹性体且传感器内的应力和应变为常量;并设传感器与周围材料具有理想的粘接。

传感器内的应力 σ_i 和应变 e_i 具有如下关系:

$$e_i - \alpha \Delta T = S_{ij} \sigma_j \tag{1}$$

式中, α 为热膨胀系数, S_{ij} 为弹性常数。

应变分量虽有六个,但在实际应用中,仅需要其中四个分量。这是因为,当光仅沿光纤轴向传播时,光强仅与轴向应变 e_1 , 静水应变 e_h , 最大剪应变 e_s 有关。详见下面讨论。这些应变定义如下:

$$e_h \equiv \frac{e_2 + e_3}{2}, \quad e_s \equiv \sqrt{(e_2 - e_3)^2 + e_4^2} \tag{2}$$

2.2 传感器长度变化 Δl

影响光强的传感器参数为两个反射镜间的长度变化 Δl 及两个反射镜间材料的折射率变化,见图1。在无剪应变情况下,传感器具有一个典型单折射率变化的特性。多人研究了基于这种近似的法布里-珀罗传感器模型^[1~5]。本文利用两个折射率的条件考虑这个重要的剪切效应。

传感器长度变化与轴向应变可直接表示如下:

$$\Delta l = l_0 e_1 \tag{3}$$

式中 l_0 为传感器两个反射镜之间的初始长度。

2.3 有效折射率

根据传感器内应变和温度为常量的假设,下面研究沿传感器轴向传播的一相干光波,在

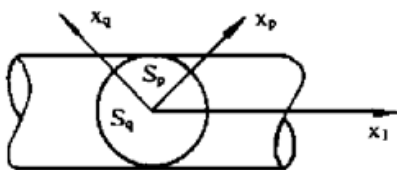


Fig. 2 Illustration of “fast” x_p and “slow” x_q coordinate axes

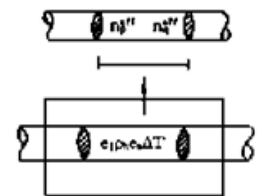


Fig. 1 Illustration of sub-model I

传感器横截面上的偏振方向(也称快轴 x_p 和慢轴 x_q),有效折射率为 n_p^{eff}, n_q^{eff} , 见图2。为了计算折射率 n_p^{eff}, n_q^{eff} , 本文假设光波仅在芯内传播,并略去波导模式散射(色散效应)。

根据波动方程^[11]:

$$\mathbf{S} \times (\mathbf{S} \times \mathbf{B}\mathbf{D}) + \frac{1}{(n^{eff})^2} \mathbf{D} = 0 \tag{4}$$

式中 \mathbf{D} 为电位移矢量, \mathbf{B} 为介质不导磁率张量, \mathbf{S} 为传播方向的单位矢量, n^{eff} 为有效折射率,它有两个不同值 n_p^{eff}, n_q^{eff} , 由于本文所研究的为沿 x_1 方向传播的横波,那么 \mathbf{S} 的分量为: $s_1 = 1, s_2 = 0, s_3 = 0$, 所以 \mathbf{D} 沿

x_1 向分量为零($D_1 = 0$), 则(4)式重新整理如下^[11]:

$$\begin{bmatrix} B_2 - \frac{1}{(n^{\text{eff}})^2} & B_4 \\ B_4 & B_3 - \frac{1}{(n^{\text{eff}})^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

由于 D_2, D_3 不为零, 则(5)式的两个解为:

$$n_p^{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{b_1 + b_2}}, \quad n_q^{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{b_1 - b_2}} \quad (6)$$

其中:

$$b_1 = \frac{B_2 + B_3}{2}, \quad b_2 = \sqrt{\left(\frac{B_2 - B_3}{2}\right)^2 + B_4^2} \quad (7)$$

2.4 介质不导磁率

对于各向同性材料而言, 当没有应变和温度变化时, \mathbf{B} 的分量如下^[12]:

$$B_1 = B_2 = B_3 = \frac{1}{n_0^2}, \quad B_4 = B_5 = B_6 = 0 \quad (8)$$

则由(7)式可得:

$$n_p^{\text{eff}} = n_q^{\text{eff}} = n_0, \quad (\Delta T = 0, e_1 = e_2, \dots, e_6 = 0) \quad (9)$$

式中 n_0 为传感器的折射率。在出现应变和温度变化时, 利用下面的类推建立 \mathbf{B} 。

当材料承受一个电场 K_k 和应变 e_j 时, 介质不导磁率的变化 ΔB_i 可表示如下^[12]:

$$\Delta B_i = W_{ik}^E K_k + p_{ij} e_j, \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6, k = 1, 2, 3) \quad (10)$$

其中: p_{ij} 为两个反射镜间物质的 Pockel 光弹性常量, 它为 6×6 矩阵。对于各向同性材料, 只有 p_{11}, p_{12} 需确定。 W_{ik}^E 为光电系数。本文所研究的问题为温度变化 ΔT 及施加应变 e_j 而引起 ΔB_i 的变化, 故类似(10)式, 写出如下方程:

$$\Delta B_i = W_i \Delta T + p_{ij} e_j \quad (11)$$

W_i 为比例常数, 将(1)式代入(11)式:

$$\Delta B_i = W_i' \Delta T + \pi_{ij} \sigma_j = W_i' \Delta T + p_{ij} (e_j - \alpha \Delta T) \quad (12)$$

其中:

$$W_i' = W_i + p_{ij} \alpha, \quad \pi_{ij} = p_{im} S_{mj}, \quad (i, j, m = 1, 2, \dots, 6) \quad (13)$$

在无温度变化和应变的情况下, 若 B_i 取(8)式近似, 由(12)式可得:

$$W_j' = \left[\frac{\partial B_i}{\partial T} \right]_{\sigma_j = \text{const}} = \left[-\frac{2}{n_0^3} \frac{dn_0}{dT} - \frac{2}{n_0^3} \frac{dn_0}{dT} - \frac{2}{n_0^3} \frac{dn_0}{dT} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^T_{\sigma_j = \text{const}} \quad (14)$$

2.5 温度变化和应变引起的折射率变化

在参照状态 ($\Delta T = 0, e_1 = e_2 = \dots, e_6 = 0$), 有效折射率为 $n^{\text{eff}} = n_0$ 。那么出现温度变化和施加应变 e_j 后, 其变化可由(6)式得:

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_p^{\text{eff}} &= \frac{1}{\sqrt{(b_1 + \Delta b_1) + (b_2 + \Delta b_2)}} - \frac{1}{\sqrt{b_1 + b_2}} \\ \Delta n_q^{\text{eff}} &= \frac{1}{\sqrt{(b_1 + \Delta b_1) - (b_2 + \Delta b_2)}} - \frac{1}{\sqrt{b_1 - b_2}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

将(15)式展开为泰勒级数且仅保留第一项, 并将(7)式和(12)式代入得:

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_p^{\text{eff}} &= -\frac{n_0^3}{2} \left[(p_{11} + p_{12}) e_h + p_{12} e_1 + \frac{(p_{11} - p_{12})}{2} e_s \right] \\ &\quad + \frac{n_0^3}{2} \left[(p_{11} + 2p_{12}) \alpha + \frac{2}{n_0^3} \frac{dn_0}{dT} \right] \Delta T \\ \Delta n_q^{\text{eff}} &= -\frac{n_0^3}{2} \left[(p_{11} + p_{12}) e_h + p_{12} e_1 - \frac{(p_{11} - p_{12})}{2} e_s \right] \\ &\quad + \frac{n_0^3}{2} \left[(p_{11} + 2p_{12}) \alpha + \frac{2}{n_0^3} \frac{dn_0}{dT} \right] \Delta T \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中 e_h , e_s 定义见(2)式。再定义两个将要用到的参数:

$$\Delta n_{\text{avg}} = (\Delta n_p^{\text{eff}} + \Delta n_q^{\text{eff}}) / 2, \quad \Delta n_{\text{dif}} = (\Delta n_p^{\text{eff}} - \Delta n_q^{\text{eff}}) / 2 \quad (17)$$

2.6 特殊情况讨论

在此讨论三个特例。第一、二个特例将传感器放在空气中, 第三个情况将传感器埋入各向同性材料中。

第一种情况将传感器放在空气中, 仅在平行于传感器轴向施加应力, 即 $\sigma_{11}^{\infty} \neq 0$, 其余均为零。故 $e_1 = e_1$, $e_2 = -\mu e_1$, $e_3 = -\mu e_1$, $e_4 = e_5 = e_6 = 0$ 。因此, 静水和最大剪应变为: $e_h = -\mu e_1$, $e_s = 0$ 。

当温度变化 $\Delta T = 0$ 时, (17)式变为:

$$\Delta n_{\text{avg}} = -n_0^3 [(1 - \mu)p_{12} - \mu p_{11}] e_1 / 2 \quad (18)$$

这一结论与 Butter 等人^[3~5]的结果相同。

第二种情况与第一种情况类似, 改变为不施加应力, 仅有温度变化 ΔT , 故 $e_1 = e_2 = e_3 = \alpha \Delta T$, $e_4 = e_5 = e_6 = 0$, 由(17)式得:

$$\Delta n_{\text{avg}} = \frac{dn_0}{dT} \Delta T \quad (19)$$

这一结果与 Hocker 等^[6, 7]的报告相同。

第三种情况把传感器埋入各向同性的材料中, 应变分量仅有 e_1, e_2, e_3 , 而 $e_4 = e_5 = e_6 = 0$, 则:

$$e_h = (e_2 + e_3) / 2, \quad e_s = e_2 - e_3 \quad (20)$$

当 $\Delta T = 0$ 时, 平均折射率为:

$$\Delta n_{\text{avg}} = - (n_0^3 / 2) [(p_{11} + p_{12}) e_h + p_{11} e_1] \quad (21)$$

这一结论与 Sirkis 等人^[2]所得结论相同。

当应变存在且有温度变化时, Sirkis^[11]建议把(19)式与(21)式简单相加得:

$$\Delta n_{\text{avg}} = - (n_0^3 / 2) [(p_{11} + p_{12}) e_h + p_{11} e_1] + \frac{dn_0}{dT} \Delta T \quad (22)$$

因为应变与温度变化有关, 所以两个表达式的线性相加导致了一个误差。

值得注意的是上面三个特例中, 都忽略了传感器光学性质中的剪切效应。因此, 在这些特例中, 把传感器看作光学各向同性材料, 且由一个单折射率 Δn_{avg} 来定义。

3 反射光强

本节将建立反射光强 I^R 与传感器内应变、温度及相应的光学性质间的关系式。见图 3 子

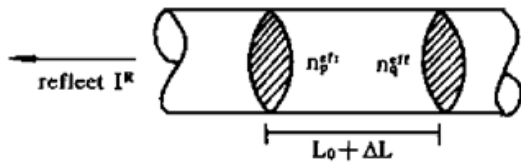


Fig. 3 Illustration of submodel II

模型。在忽略剪切应变，且传感器具有单折射率特性的情况下，已有几位研究者^[1~3, 6, 7]提出了反射光相位变化的表达式。Yet 等人^[8]则提出了一个反射光强的模型。下面的分析考虑了传感器内的剪切效应。进一步讲，这里所考虑的反射光强的变化是指传感器内部所发生的变化。众所周知，反射光强的变化可能是由于光纤中而非传感器部分的变化而引起的，但这些在下面的分析中不予考虑。

3.1 反射光强

在快、慢轴上的电位移矢量表示为 D_p, D_q 。反射光强可表示为^[11]：

$$I = J \int_0^{2\pi} (D_p + D_q) \cdot (D_p + D_q) dt = J \int_0^{2\pi} D_p \cdot D_p dt + J \int_0^{2\pi} D_q \cdot D_q dt = I_p + I_q \quad (23)$$

式中化简时利用了 D_p 和 D_q 相互垂直的性质。

I_p 和 I_q 为快、慢模式的光强。在没有偏振的情况下， $I_p = I_q$ 。此时，反射光强为^[8]：

$$I^R = I_a + I_b + 2 \sqrt{I_a I_b} \cos (4\pi n^{\text{eff}} L / \lambda_0) \quad (24)$$

式中 I^R 为从两个反射镜 a 和 b 反射光的光强，见图 4。 I_a 和 I_b 分别为反射镜 a 和 b 反射光强。下面将这一方程应用于快、慢模式，得：

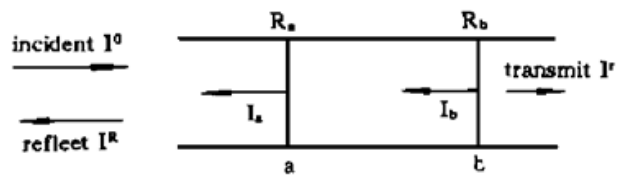


Fig. 4 Illustration of the incident, transmitted and reflected light intensities

$$\left. \begin{aligned} I_p^R &= I_{pa} + I_{pb} + 2 \sqrt{I_{pa} I_{pb}} \cos (4\pi n_p^{\text{eff}} L / \lambda_0) \\ I_q^R &= I_{qa} + I_{qb} + 2 \sqrt{I_{qa} I_{qb}} \cos (4\pi n_q^{\text{eff}} L / \lambda_0) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中 $I_{pa}, I_{pb}, I_{qa}, I_{qb}$ 分别为反射镜 a 和 b 反射的模式 p 和 q 的光强。如果两个模式的光强略有差异，则可应用下列近似：

$$I_{pa} \approx I_{qa} \approx \frac{1}{2} I_a, \quad I_{pb} \approx I_{qb} \approx \frac{1}{2} I_b \quad (26)$$

a, b 的反射率定义为：

$$R_a \equiv \frac{I_a}{I_0}, \quad R_b \equiv \frac{I_b}{I_0} \quad (27)$$

式中 I_0 为入射光强，通过(17)，(23)，(25)，(27)及(26)式得：

$$I^R = I_0 [R_a + R_b + 2 \sqrt{R_a R_b} \cos (4\pi n_{\text{avg}} L / \lambda_0) \cos (4\pi n_{\text{dif}} L / \lambda_0)] \quad (28)$$

式中 $L = L_0 + \Delta L$ 。 $n_{\text{avg}} = n_0 + \Delta n_{\text{avg}}$ ， $n_{\text{dif}} = \Delta n_{\text{dif}}$ 。下面引入相位移 \mathcal{Q}_n 和 \mathcal{Q} ：

$$\mathcal{Q}_n = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_{\text{avg}} L, \quad \mathcal{Q} = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_{\text{dif}} L \quad (29)$$

当无应变和温度变化时， $n_p^{\text{eff}} = n_q^{\text{eff}} = n_0$ ，那么相位移为：

$$\mathcal{Q}_{n0} = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_0 L_0, \quad \mathcal{Q}_0 = 0 (\Delta T = 0, e_1 = e_2 \dots, e_6 = 0) \quad (30)$$

将 $n_{avg} = n_0 + \Delta n_{avg}$, $n_{dif} = \Delta n_{dif}$, $L = L_0 + \Delta L$, 代入(29)式且略去高阶项, 得:

$$\varphi_r = \frac{4\pi}{\lambda_0} n_0 L_0 + \frac{4\pi L_0}{\lambda_0} \Delta n_{avg} + \frac{4\pi}{\lambda_0} n_0 \Delta L, \quad \varphi_s = \frac{4\pi}{\lambda_0} L_0 \Delta n_{dif} \quad (31)$$

将 Δn_{avg} 、 Δn_{dif} 、 ΔL 的表达式代入(31)式并由(28)式得:

$$I^R = I_0 [R_a + R_b + 2 \sqrt{R_a R_b} \cos(k_1 + k_2 e_1 + k_3 e_h + k_4 \Delta T)] \cos(k_5 e_s) \quad (32)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{4\pi n_0 L_0}{\lambda_0}, & k_2 &= \frac{2\pi n_0 L_0}{\lambda_0} (2 - n_0^2 p_{12}), & k_3 &= -\frac{2\pi n_0^3 L_0}{\lambda_0} (p_{11} + P_{12}) \\ k_4 &= \frac{2\pi L_0}{\lambda_0} \{n_0^3 (p_{11} + 2p_{12}) \alpha + 2 \frac{dn_0}{dT}\}, & k_5 &= -\frac{\pi n_0^3 L_0}{\lambda_0} (p_{11} - p_{12}) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

(32)式即为反射光强、传感器长度变化、传感器内应变和温度变化之间的表达式。其中传感器内的应变与远场应变有关, 详见文献[10], 在此不详述。

在特殊情况下, 即最大剪应变 $e_s = 0$ 时, 反射光强的表达式变为:

$$I^R = I_0 [R_a + R_b + 2 \sqrt{R_a R_b} \cos\left(\frac{4\pi n_{avg} L}{\lambda_0}\right)] \quad (34)$$

这一结果与 Yet 等人^[8]所得结论相同。

3.2 外置式法布里-珀罗传感器

对于外置式法布里-珀罗传感器而言, 两镜间的材料为空气, 其折射率不受温度变化和应变的影响^[9]。因此, 有效折射率为: $n_p^{eff} = n_q^{eff} = n_0 = 1$ 。这时反射光强为:

$$I^R = I_0 \{R_a + R_b + 2 \sqrt{R_a R_b} \cos\left[\frac{4\pi L_0}{\lambda_0} (1 + e_1^{m, \infty})\right]\} \quad (35)$$

当不施加应力, 而轴向应变仅由温度变化 ΔT 引起的特例时, 得: $e_1^{m, \infty} = \alpha^m \Delta T$, 则反射光强为:

$$I^R = I_0 \{R_a + R_b + 2 \sqrt{R_a R_b} \cos\left[\frac{4\pi L_0}{\lambda_0} (1 + \alpha^m \Delta T)\right]\} \quad (36)$$

这一结果与 Murphy 等人^[9]所得结论相同。

小 结 本文通过两个模型研究了传感器内应变、温度变化同反射光强的数学模型, 特别是本文考虑了传感器的剪切效应, 并用两个折射率的概念, 建立了其表达式。当然, 进一步的考证工作尚需进行。

参 考 文 献

- [1] J. S. Sirkis, Phase-strain-temperature model for structurally embedded interferometric optical fiber strain sensor with application. *Proc. SPIE*, 1991, **1588**: 26~ 42
- [2] J. S. Sirkis, H. W. Haslach, Complete phase-strain model for structurally embedded interferometric optical fiber sensors. *J. of Intelligent Material System and Structures*, 1991, **2**(1): 3~ 24
- [3] C. D. Butter, G. B. Hocker, Fiber opticas strain gauge. *Appl. Opt.*, 1978, **17**(27): 2867~ 2869
- [4] A. Bertholds, R. Dandliker, Deformation of single-mode optical fibers under static longitudinal stress. *J. of Lightwave Technology*, 1987, **5**(6): 895~ 900
- [5] A. Bertholds, R. Dandliker, Determination of the individual strain-optic coefficient in single-mode opti-

- cal fibers. *J. of Lightwave Technology*, 1988, **6**(1): 17~ 20
- [6] G. B. Hocker, Fiber-Optic sensing of pressure and temperature. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(10): 1445~ 1448
- [7] C. E. Lee, R. A. Atkins, H. F. Taylor, Performance of a fiber-optic temperature sensor from - 200 to 1050°C. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(11): 1038~ 1040
- [8] Y. Yet, C. E. Lee, R. A. Aktins *et al.*, Fiber optic sensor for substrate temperature monitoring. *J. of Vacuum Science Technology*. 1990, **A8**(4): 3247~ 3245
- [9] K. A. Murphy, C. E. Koob, A. J. Plate *et al.*, High temperature sensing applications of silica and sapphire optical fibers. *Proc. SPIE*, 1990, **1370**: 169~ 178
- [10] N. J. Pagano, G. P. Tandon, Elastic response of multi-directional coated-fiber composites. *Composites Science and Technology*, 1988, **31**(3): 273~ 293
- [11] A. Yariv, P. Yei, *Optical Waves in Crystals*. New York: John Wiley & Sons, 1984,
- [12] T. F. Nye, *Physical Properties of Crystals*, Oxford: clarendon Press, 1985

Model Study of Embedded Fiber Optic Fabry-Perot Strains and Temperature Sensors

Zhao Zhanchao

(Department of Civil and Architectural Engineering, Northn Jiaotong University, Beijing 100044)

Tang Hai

(State Key Laboratory of Broadband Optical Fiber Transimission and Communication Network, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 610054)

(Received 9 May 1995; revised 9 November 1995)

Abstract A model was studied for embedded intrinsic and extrinsic Fabry-Perot fiber optic sensors. This model relates the strains and temperature changes in the sensors to the reflected light intensity. The model consists of two parts. Submodel I relates the temperature and the strains inside the sensor to the change in sensor length and to the changes in th optical properties of the sensor. Submodel II relates the changes in sensor length and optical properties to the changes in the intensity of the reflected light.

Key words sensor, strain, temperature, shear effecient.