

高阶局域互联神经网络的关联存储*

葛 益 张家军 贺安之

(南京理工大学应用物理系, 南京 210094)

摘 要 给出了高阶局域互联神经网络的数学模型。在计算机上对其关联存储能力进行了模拟计算。结果表明, 这种局域互联神经网络的互联权重数大大减少了, 同时依然具有良好的关联存储能力; 另一方面, 如果限定了互联权重矩阵的大小, 利用本文给出的高阶局域互联神经网络模型可构造较大的人工神经网络。

关键词 高阶神经网络, Hopfield 模型, 互联权重。

1 引 言

与普通神经网络相比, 高阶神经网络具有更好的特性。Lee 及 Psaltis 等人的研究表明, 高阶网络在存储容量、复原率及容错性等方面有很大提高^[2-4]。然而, 由于高阶网络大大增加了神经元之间的互联权重, 导致网络迭代恢复时计算量显著增长, 以至于很难在个人微机上加模拟。在实际应用中, 也很难用现有的空间光调制器加以光学实现。为了解决这个问题, 提出了基于 Hopfield 模型之上的局域互联神经网络^[5, 6]。与传统的 Hopfield 模型^[1]相比, 局域互联神经网络大大减少了互联权重 并且仍具有良好的关联存储特性。本文把局域互联神经网络推广到高阶形式, 并讨论了其关联存储能力。可以看到, 高阶局域互联神经网络权重少的优点更加突出。另外, 利用这种网络模型, 还可构造更大的神经网络模型, 从而存储更多的信息。这对于利用神经网络进行包括模式识别在内的信息处理是很有利的。

2 高阶局域互联神经网络的数学描述

对于传统的 Hopfield 模型或高阶形式的神经网络, 其中任意两个神经元都是互联的, 称之为全局互联神经网络, 简称全局网(GINN)。在局域互联神经网络(简称局域网 LINN)中, 每个神经元只与整个神经网络中的部分神经元互联。

对于二维的高阶局域网, 若有一组 M 个 $N \times N$ 的 $\{0, 1\}$ 二值图像存储于网络中, 则网络的互联权重为:

$$W_{ijklrs\dots} = \sum_{m=1}^M (2V_{ij}^{(m)} - 1)(2V_{(k+l_0)(l+l_0)}^{(m)} - 1)(2V_{(r+s_0)(s+s_0)}^{(m)} - 1) \dots \quad (1)$$

其中

* 国家自然科学基金和江苏省自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1995 年 9 月 11 日

$$\begin{aligned}
k_0 &= \begin{cases} 0 & 1 \leq i < a \\ i - a & a \leq i < N - a, \\ N - P_1 & N - a \leq i \leq N \end{cases}, & l_0 &= \begin{cases} 0 & 1 \leq i < b \\ i - b & b \leq i < N - b \\ N - P_2 & N - b \leq i \leq N \end{cases} \\
r_0 &= \begin{cases} 0 & 1 \leq i < c \\ i - c & c \leq i < N - c, \\ N - P_3 & N - c \leq i \leq N \end{cases}, & s_0 &= \begin{cases} 0 & 1 \leq i < d \\ i - d & d \leq i < N - d \\ N - P_4 & N - d \leq i \leq N \end{cases} \\
& \vdots & & \vdots \\
& & i, j &= 1, 2, \dots, N
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k &= 1, 2, \dots, P_1; & l &= 1, 2, \dots, P_2; & r &= 1, 2, \dots, P_3; & s &= 1, 2, \dots, P_4; \dots \\
P_1 &= 2a + 1; & P_2 &= 2b + 1; & P_3 &= 2c + 1; & P_4 &= 2d + 1; \dots
\end{aligned}$$

给定一个初始输入图像, 网络的迭代联想过程如下:

$$V_{ij}(t + 1) = f \left[\sum_{k=1}^{P_1} \sum_{l=1}^{P_2} \sum_{r=1}^{P_3} \sum_{s=1}^{P_4} \dots W_{ijklrs} \dots [2V_{(k+k_0)(l+l_0)}(t) + 1] [2V_{(r+r_0)(s+s_0)}(t) + 1] \dots \right] \quad (2)$$

其中, t 为迭代步数, $f()$ 为阈值函数

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

由以上定义可知, 网络中的神经元只与其邻域内的神经元互联, 这就大大减少了互联权重。例如, 二维二阶局域网中的每个神经元只与其周围的 $P_1 \times P_2$ 或 $P_3 \times P_4$ 个神经元互联, 其互联权重数为 $P_1 \times P_2 \times P_3 \times P_4 (P_1, P_2, P_3, P_4 \leq N)$; 三阶全局网中, 每个神经元与所有 N^2 个神经元互联, 其互联权重数达到 $N^2 \times N^2$ 。对于整个网络, 三阶全局网的互联权重矩阵大小为 $N^2 \times N^2 \times N^2$, 同样大小的三阶局域网的互权重矩阵大小为 $N^2 \times A, A = P_1 \times P_2 \times P_3 \times P_4$ 。如果取 $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = N/2$, 局域网的互联矩阵大小将是全局网的 $1/16$ 。不仅如此, 高阶局域网互联权重矩阵中的每个元素都是相应的全局网互联权重矩阵中的一个元素, 局域网的互联权重矩阵是全局网互联权重矩阵的一部分。不难看出, 当 $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = N$ 时, 每个神经元的互联范围扩大到整个网络。此时, 局域网就化为相应的全局网。由此可见, 全局网只是相应的局域互联神经网络的一个特例, 它对应于互联权重矩阵最大时的局域网。

3 模拟计算及分析

3.1 数值模拟

与全局互联神经网络不同, 由于高阶局域网的互联权重数大大减少, 其互联权重矩阵是

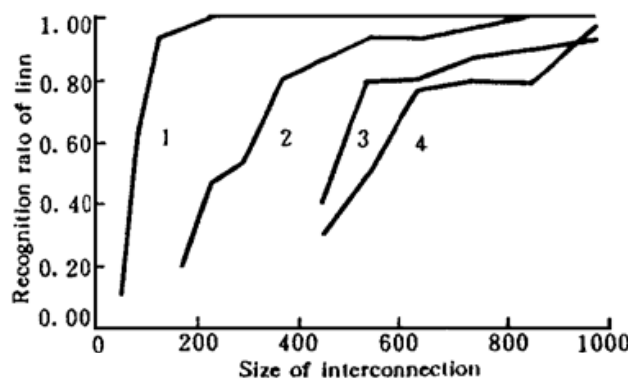


Fig. 1 Influence of the number of interconnection weight on recognition ratio

非对称的。然而, 计算机模拟计算表明, 它依然具有正确关联存储和联想记忆能力。

图 1 为一维三阶局域互联神经网络的识别率与单个神经元的互联权重数之间的关系曲线。定义识别率为正确关联存储次数与总输入次数(对应曲线上每一点, 共进行了 30 次输入)之比。图 1 中的曲线通过以下步骤得到: 1) 网络中含有 $N = 32$ 个神经元; 2) 存储样本由计算机随机产生; 3) 初始输入矢量为存储样本破坏 12.5% (即含有 4 个噪声点)。

曲线 1、2、3、4 分别对应存储样本数 $M = 3, 10, 22, 30$ 时的情形。由图中曲线可看出, 随着互联权重数的增加, 网络识别率提高了; 当存储样本较少时, 网络也具有较高的识别率。因此, 在存储样本不太多的情况下, 局域网依然具有正确关联存储能力。同时其互联权重数大大降低了。例如, 当存储 3 个样本时, 三阶全局网互联权重数为 $N^3 = 32768$, 同图 1 中曲线 1 可见, 当局域网中单个神经元的互联权重数 $A \geq 225$ 时, 网络的识别率即达到 100%。因此, 对于整个三阶局域网, 总共只需 $N \times A = 7200$ 个互联权重即可正确关联存储。这就大大减少了计算量, 也便于神经网络在实际应用中实现。

3.2 实验模拟

局域互联神经网络在具有正确关联存储能力的同时, 其互联权重大大减少。因此, 如果局域网的互联权重数与全局网相同, 则局域网包含更多的神经元, 即利用局域网在不增加互联权重的情况下, 可构造较大的神经网络, 这在实际应用中是很有意义的。

图 2 为一个二维三阶全局互联神经网络关联存储的模拟实验。网络由 32×32 个神经元组成, 互联权重数为 $32^2 \times 32^2 \times 32^2$ 。图 2(a) 是作为样本存储在网络中的六幅 32×32 的二值图像。图 2(b) 表示将其中一个样本加上 10% 的噪声后网络的迭代恢复过程。经过一次迭代网络即能正确联想识别。图 2(c)、图 2(d) 分别表示初始输入含有 20%、30% 噪声时的迭代恢复过程。每次迭代结果与存储样本之间的汉明距离如表 1 所示。

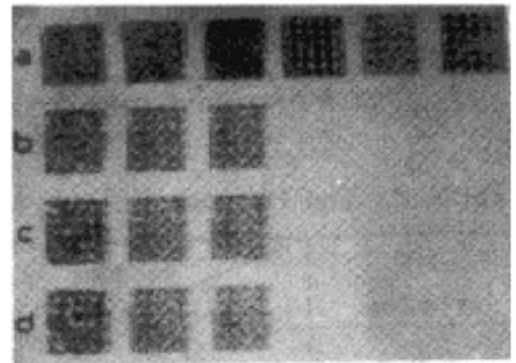


Fig. 2 Associative memory of LINN

Table 1. The Hamming distance of each iteration of high order GINN's associative memory

noise percentage	samples iterations	1	2	3	4	5	6
		0	519	502	566	620	99
10%	1	542	495	573	615	0	510
	2	542	495	573	615	0	510
20%	0	506	459	519	585	202	460
	1	542	495	573	615	0	510
	2	542	495	573	615	0	510
30%	0	490	457	487	555	278	466
	1	542	495	573	615	0	510
	2	542	495	573	615	0	510

图 3 为二维三阶局域互联神经网络关联存储的模拟实验。网络含有 128×128 个神经元, 是前述三阶全局网的 16 倍。图 3(a) 为作存储样本的六幅 128×128 的二值图像。实际上, 图 2(a) 中三阶全局网存储的六幅 32×32 的图像就是图 3(a) 中三阶局域网存储的六幅 128×128 的图像经过两次压缩得到的。压缩过程如下:

$$U_{ij} = f(V_{(2i)(2j)} + V_{(2i+1)(2j)} + V_{(2i)(2j+1)} + V_{(2i+1)(2j+1)} - 2) \quad (4)$$

其中 $V_{(2j)(2j)}$ 表示被压缩图像中 $(2j, 2j)$ 点的像素值, $f()$ 为 (3) 式中的阈值函数。显然压缩前图像比压缩后的图像含有更多的信息, 具有较丰富的细节。

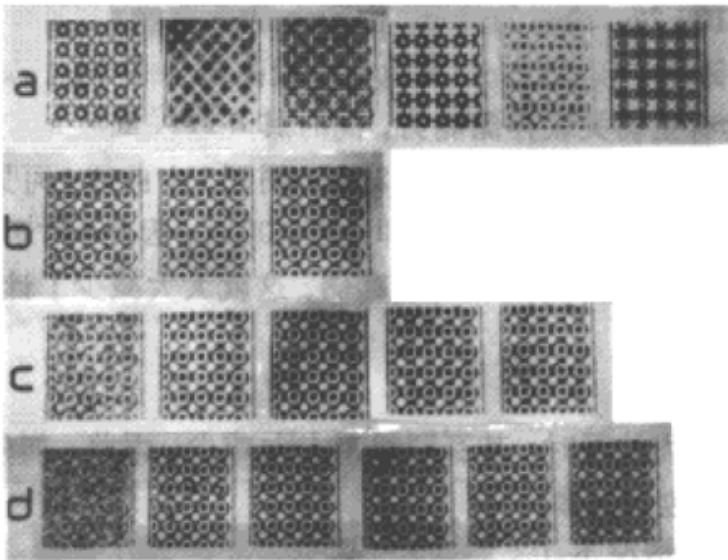


Fig. 3 Associative memory of LINN

实验中,取神经元的互联区域 $P_1 = P_2 = 15, P_3 = P_4 = 17$, 则每个神经元的互联权重数 $A = 15^2 \times 17^2$, 整个网络的互联权重数为 $N^2 \times A = 128^2 \times 15^2 \times 17^2 < 32^6$ 。即是说这个比前述三阶全局网大 16 倍的三阶局域网的互联权重数甚至还少些。图 3(b), (c), (d) 分别为局域网的初始输入图像含有 10%, 20%, 30% 噪声时的迭代恢复过程。迭代过程中的汉明距离如表 2 所示。由图表可看出, 虽然迭代次数增加了, 但网络能正确识别出相应的图像。

由此可见, 在不增加网络互联权重的情况下, 应用高阶局域网构造了一个比原有全局网大 16 倍的神经网络, 从而使存储样本

和待识别图像包含了更多的信息, 同

Table 2. The Hamming distance of each iteration of high order LINN's associative memory

noise percentage	iterations	samples					
		1	2	3	4	5	6
10%	0	8403	7645	8831	8961	1536	8138
	1	8485	7439	8967	9111	0	8110
	2	8485	7439	8967	9111	0	8110
20%	0	8289	7733	8743	8813	3200	8118
	1	8468	7444	8942	9084	29	8097
	2	8484	7440	8966	9110	1	8109
	3	8485	7439	8967	9111	0	8110
30%	0	8293	7887	8431	8549	4864	8204
	1	8352	7390	8864	89778	229	7967
	2	8482	7438	8966	9108	3	8107
	3	8484	7440	8966	9110	1	8190
	4	8485	7439	8967	9111	0	8110

时依然保持了正确关联存储能力。在模式识别等信息处理技术中, 允许模式包含的信息越多就越容易对模式进行精确识别和分类。但受现有技术和条件的限制, 必须要对模式作特征提取, 以达到压缩数据集合的目的, 才能对模式进行识别。这实际上牺牲了模式的部分信息。由上面的讨论可见, 高阶局域互联神经网络在没有增加联接权的情况下, 使待识别图像保持了更多的信息, 这对于利用人工神经网络进行包括目标识别在内的信息处理是有利的。

结 论 本文给出了高阶局域互联神经网络模型, 并对其关联存储能力进行了模拟计算和理论分析。结果表明, 在存储样本不太多的情况下, 高阶局域网仍具有正确关联存储能力, 同时大大减少了互联权重。另一方面, 如果实际条件限制了互联权重矩阵的大小, 则利用局域网可构造较大的神经网络, 因而更具实际应用价值, 也易于在实际中加以光电实现。

参 考 文 献

- [1] J. J. Hopfield, Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)*, 1982, **79**(4): 2554~ 2558
- [2] Y. C. Lee, G. Doolen, Machine learning using a high order correlation network. *Physics(D)*, 1986, **22** (1~ 3): 276~ 306
- [3] D. Psaltis, C. H. Park, Nonlinear discriminant functions and associative memories. *Neural Networks for Computing*, Editor: J. S. Denker, American Institute of Physics, New York, 1986: 370~ 375
- [4] H. H. Chen, Y. C. Lee, High order correlation model for associative memory. *Neural Networks for Computing*, Editor: J. S. Denker, American Institute of Physics, New York, 1986: 86~ 99
- [5] 张家军, 张 莉, 闫大鹏等, 局域互联神经网络的关联存储. *光学学报*, 1993, **13**(8): 706~ 710
- [6] 张家军, 张 莉, 贺安之等, 两维局域互联神经网络的关联存储. *光学学报*, 1993, **13**(9): 812~ 817

High Order Local Interconnected Neural Network for Associative Memory

Ge Yi Zhang Jiajun He Anzhi

(Department of Applied Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

(Received 11 September 1995)

Abstract The mathematical model of high order local interconnected neural network (LINN) is presented. Computer simulations on its associative memory are carried out. The results show that high order LINN has a much small interconnection weight matrix and the same associative memory ability, on the other hand, a large scale neural network can be constructed by using high order LINN if the size of interconnection weight matrix is limited.

Key words high order neural network, Hopfield model, interconnection weight.