

运动三能级原子与驻波激光场斜交 相互作用的理论分析*

徐信业 王育竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学(联合)开放研究实验室, 上海 201800)

摘 要 分析了一个运动的三能级原子与一个驻波激光场在斜交相互作用时的动量传递行为。结果表明, 当原子和光场由于多普勒效应满足一定条件时, 将产生受激拉曼跃迁。如果作用光相对于原子而言为一个“ $\pi/2$ 脉冲”光时, 那么经过作用后, 原子将处于一个相干迭加态, 其中一个态与初始态相同; 另一个态为新态, 并且原子动量增量为两倍单光子反冲动量。把这一机制应用于原子波干涉, 那么它可用来实现原子波相干分裂。

关键词 多普勒效应, 受激拉曼跃迁, 相干迭加态, 原子波包相干分裂。

1 引 言

随着激光冷却气体原子研究和激光操纵中性原子技术的迅速发展, 原子光学的研究在近几年取得巨大进展。原子干涉仪由于它具有电子、中子干涉仪所没有的一些特性, 它可高精度地测量重力加速度、精细结构常数、原子极化率和探测原子净电荷及所谓“第五力”, 还可以用来验证弱等价原理和局域洛仑兹不变量, 还具有探矿、油井定位及地震预报等潜在的应用^[1, 2]。但是原子干涉仪一直到 1991 年才被研制成功, 它比第一台电子干涉仪晚了 37 年, 主要原因是缺乏实用分束技术。因此, 如何实现原子波包的相干分裂成了获取原子干涉仪的关键。

目前实现原子波包相干分裂的方法有以下几种: 1) 通过特殊晶体表面或微细加工结构或磁光栅的衍射^[3]; 2) 利用梯度分布静电、磁场的作用^[4]; 3) 利用光子反冲效应^[5]; 4) 利用动量绝热传递^[6]。但是这些方法各有利弊, 如第一种方法分束效率低, 第二种方法实现较难, 而后两种方法对束源要求较高。为此, 本文提出一种新的分束技术。它是利用了多普勒效应和受激拉曼跃迁来实现原子波包的相干分裂, 此方法不仅易实现, 而且对束源没有过高要求。最近在热原子束中利用此方法已初步观察到了原子波包相干分裂现象, 其实验方法及结果作者将在另文中给予详述, 在本文作者将对此方法给予较详细的理论分析。

作者所提出的分束技术是利用一个大失谐红移驻波激光场与原子束斜交相互作用, 本文从理论上证实这种相互作用在一定条件下将使原子波包相干分裂。

* 国家自然科学基金资助的课题。

收稿日期: 1996 年 5 月 9 日; 收到修改稿日期: 1996 年 8 月 27 日

2 理论分析

2.1 模型建立

图 1(a) 表示一个驻波激光场 ω 与一原子束斜交相互作用, 两者夹角为 α , 它可简化成一个驻波激光场 ω 与一个速度为 v 运动三能级原子之间相互作用问题。图 1(b) 是该原子的能级示意图, $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 分别对应于它的基态两个超精细子能级态, $|3\rangle$ 对应于它的激发态。如图 2 选取坐标系, 其中 xoy 为实验室坐标系, 它的 y 轴与光传播方向平行, 在此坐标中, 光波电场表达式为:

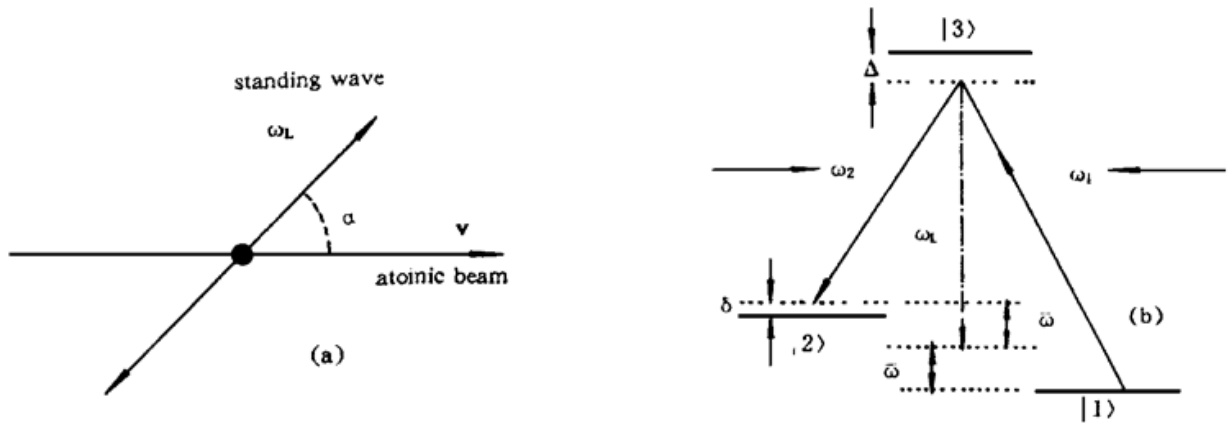


Fig. 1 (a) schematic configuration of a standing wave laser field of frequency ω interacting slantingly with an atomic beam with velocity v at an angle of α (b) level scheme relevant to a stimulated Raman transition in two cases, atom at rest or moving

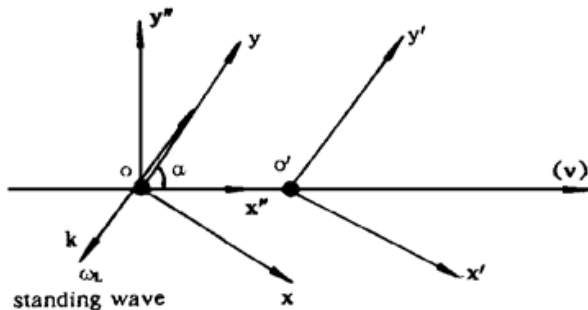


Fig. 2 The coordinates taken in analysing the standing wave laser field interacting with a moving atom

$$E(y, t) = \frac{1}{2} E_z [\exp [i(ky - \omega t - \phi_2)] + \exp [i(-ky - \omega t - \phi_1)] + H.C.] \quad (1)$$

图 2 中 $x'o'y'$ 为一惯性坐标系, 与 xoy 之间的关系为 $y' \parallel y$, $x' \parallel x$, 及其光场表达式 E

$$x = x' + vt \sin \alpha, \quad y = y' + vt \cos \alpha \quad (2)$$

$$E(y', t) = \frac{1}{2} E_z [\exp [i(ky' - \omega t - \phi_2)] + \exp [i(-ky' - \omega t - \phi_1)] + H.C.] \quad (3)$$

其中 $\omega_1 = \omega + kv \cos \alpha, \quad \omega_2 = \omega - kv \cos \alpha \quad (4)$

可见驻波场 ω 被变换成了频率分别为 ω_1 和 ω_2 的两个行波场。如果 ω_1 和 ω_2 满足图 1(b) 所示的关系, 且失谐 $\Delta \gg |\Omega_1|, |\Omega_2|$ 和 Γ , 那么受激拉曼跃迁将发生, 而且此时自发发射可以忽略, 这里 Ω_1, Ω_2 和 Γ 分别为对应于 ω_1, ω_2 的共振拉比频率和激发态的自然线宽。

原子总的哈密顿量为:

$$H = \frac{P^2}{2m} + \hbar \omega^1 |1\rangle \langle 1| + \hbar \omega^2 |2\rangle \langle 2| + \hbar \omega^3 |3\rangle \langle 3| + V \quad (5)$$

其中 $\hbar \omega^j$ 是态 $|j\rangle$ 的内能, V 表示原子与场的相互作用。在电偶极矩近似下, 相互作用能可表

达为:

$$V = - e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{y}', t) \quad (6)$$

把(3)式代入(6)式后得:

$$V = - \frac{\hbar}{2} [\Omega_1 |3\rangle\langle 1| \exp(-iky') \exp(-i\omega t) \exp(-i\Phi) + \Omega_2 |3\rangle\langle 2| \exp(iky') \times \exp(-i\omega t) \exp(i\Phi) + H.C.] \quad (7)$$

其中

$$\Omega_1 = \langle 3| e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_z |1\rangle / \hbar, \quad \Omega_2 = \langle 3| e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_z |2\rangle / \hbar \quad (8)$$

定义原子态为 $|j, \mathbf{P}\rangle$, 它表示原子处于内态 $|j\rangle$, 质心动量为 \mathbf{P} 。在动量表象中, 原子波函数可取如下形式:

$$|\Psi(t)\rangle = \int d\mathbf{P} \sum_j a_{j, \mathbf{P}}(t) \exp[-i(\omega_j^{\mathbf{P}} + \frac{\mathbf{P}^2}{2m\hbar})t] |j, \mathbf{P}\rangle \quad (9)$$

把(5), (7)式和(9)式代入薛定谔方程, 就可以获得如下含时耦合微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_{1, \mathbf{P}_1}(t) &= \frac{i}{2} \Omega_1^* \exp(i\Delta_1 t) \exp(i\Phi) \cdot a_{3, \mathbf{P}_3}(t), \\ \dot{a}_{2, \mathbf{P}_2}(t) &= \frac{i}{2} \Omega_2^* \exp(i\Delta_2 t) \exp(i\Phi_2) \cdot a_{3, \mathbf{P}_3}(t), \\ \dot{a}_{3, \mathbf{P}_3}(t) &= \frac{i}{2} [\Omega_1 \exp(-i\Delta_1 t) \exp(-i\Phi) \cdot a_{1, \mathbf{P}_1}(t) \\ &\quad + \Omega_2 \exp(-i\Delta_2 t) \exp(-i\Phi_2) \cdot a_{2, \mathbf{P}_2}(t)] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}, \quad \mathbf{P}_2 = \mathbf{P} + 2\hbar \mathbf{k}, \quad \mathbf{P}_3 = \mathbf{P} + \hbar \mathbf{k} \quad (11)$$

$$\Delta_1 = \omega_1^{\mathbf{P}_1} + \omega - \omega_3^{\mathbf{P}_3} + \frac{\mathbf{P}_1^2}{2m\hbar} - \frac{\mathbf{P}_3^2}{2m\hbar}, \quad \Delta_2 = \omega_2^{\mathbf{P}_2} + \omega - \omega_3^{\mathbf{P}_3} + \frac{\mathbf{P}_2^2}{2m\hbar} - \frac{\mathbf{P}_3^2}{2m\hbar}. \quad (12)$$

2.2 求 解

在假设 $a_{1, \mathbf{P}_1}(t)$ 、 $a_{2, \mathbf{P}_2}(t)$ 振荡频率远小于失谐 Δ 条件下, 具体地说, $a_{1, \mathbf{P}_1}(t)$ 振荡频率远小于 Δ_1 , $a_{2, \mathbf{P}_2}(t)$ 振荡频率远小于 Δ_2 条件下, 把方程组(10)精简为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_{1, \mathbf{P}_1} &= -i \frac{\Omega_1^* \Omega_1}{4\Delta_1} a_{1, \mathbf{P}_1} - i \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{4\Delta_2} \exp[i(\Delta_1 - \Delta_2)t] \exp[i(\Phi - \Phi_2)] \cdot a_{2, \mathbf{P}_2} \\ \dot{a}_{2, \mathbf{P}_2} &= -i \frac{\Omega_2^* \Omega_2}{4\Delta_2} a_{2, \mathbf{P}_2} - i \frac{\Omega_2^* \Omega_1}{4\Delta_1} \exp[-i(\Delta_1 - \Delta_2)t] \exp[-i(\Phi - \Phi_2)] \cdot a_{1, \mathbf{P}_1} \\ a_{3, \mathbf{P}_3} &= - \left[\frac{\Omega_1}{2\Delta_1} \exp(-i\Delta_1 t) \exp(-i\Phi) a_{1, \mathbf{P}_1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Omega_2}{2\Delta_2} \exp(-i\Delta_2 t) \exp(-i\Phi_2) \cdot a_{2, \mathbf{P}_2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

由(12)式和(4)式可得:

$$\Delta_1 - \Delta_2 = (\omega - \omega_2) - (\omega_1^{\mathbf{P}_1} - \omega_1^{\mathbf{P}_2}) + \frac{\mathbf{P}_1^2 - \mathbf{P}_2^2}{2m\hbar} \quad (14)$$

$$\omega - \omega_2 = 2kv \cos \alpha \quad (15)$$

其中

$$(\omega_1^{\mathbf{P}_1} - \omega_1^{\mathbf{P}_2}) \hbar = \omega_{fs} \hbar \quad (16)$$

它是基态两超精细子能级间距。在 $x'o'y'$ 坐标系中, 作用前原子静止, 故 $\mathbf{v}_1 = \mathbf{P}/m = 0$, 因此,

$$\Delta_1 - \Delta_2 = 2kv \cos \alpha - \omega_{fs} - (2\hbar k)^2 / 2m\hbar \quad (17)$$

总存在这样一组参数, 它使得 $\Delta_1 - \Delta_2 = 0$ 。而这组参数应满足如下关系:

$$2kv \cos \alpha = \omega_{fs} + \delta \quad (18)$$

$$\delta = (2\hbar k)^2 / 2m\hbar \quad (19)$$

在满足条件(18)式情况下来求解(13)式构成的方程组, 结果获得如下解:

$$\left. \begin{aligned} a_{1, p_1}(t) &= \exp\left(-\frac{i}{2}\omega t\right) \left[\left(i \cos \theta \sin \frac{\omega}{2} + \cos \frac{\omega}{2}\right) a_{1, p_1}(0) \right. \\ &\quad \left. + \left(i \sin \theta \sin \frac{\omega}{2} \exp(i\phi_{\text{eff}})\right) a_{2, p_2}(0) \right], \\ a_{2, p_2}(t) &= \exp\left(-\frac{i}{2}\omega t\right) \left[\left(i \sin^* \theta \sin \frac{\omega}{2} \exp(-i\phi_{\text{eff}})\right) a_{1, p_1}(0) \right. \\ &\quad \left. + \left(-i \cos \theta \sin \frac{\omega}{2} + \cos \frac{\omega}{2}\right) a_{2, p_2}(0) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

其中 $\omega = (|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2) / 4|\Delta_0|$, $\cos \theta = (|\Omega_2|^2 - |\Omega_1|^2) / (|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)$, $\sin \theta = 2\Omega_1^* \Omega_2 / (|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)$, $\sin^* \theta = -2\Omega_1 \Omega_2^* / (|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)$, $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_0$, $\phi_{\text{eff}} = \phi_1 - \phi_2$, $a_{1, p_1}(0)$ 和 $a_{2, p_2}(0)$ 是作用前的初始值。

2.3 讨 论

假定作用前所有原子都被光泵浦进 $|1\rangle$ 态, $|2\rangle$ 态为空态, 即 $a_{1, p_1}(0) = a_1$, $a_{2, p_2}(0) = 0$, 代入(20)式, 同时假定光场与原子相互作用满足 $\omega = \pi/2$, 其中 t 为原子与光场相互作用时间, ω 是原子在 $|1, P_1\rangle$ 和 $|2, P_2\rangle$ 态之间振荡的有效拉比频率, 其表达式如(20)式后面所示, 那么就有如下结果,

$$\begin{aligned} a_{1, p_1}(t) &= \sqrt{(1 + \cos^2 \theta) / 2} \exp[-i(\pi/4 - \gamma)] \cdot a_1, \\ a_{2, p_2}(t) &= (\sin^* \theta / \sqrt{2}) \exp[i(\pi/4 - \phi_{\text{eff}})] \cdot a_1, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\text{tg } \gamma = \cos \theta$, 把(21)式代入(13)式末式, 可得

$$\begin{aligned} a_{3, p_3}(t) &= \exp[i(\pi - \Delta_0 t - \phi_1)] \left[\frac{\Omega_1}{2\Delta_0} \sqrt{\frac{1 + \cos^2 \theta}{2}} \exp[-i(\pi/4 - \gamma)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Omega_2 \sin^* \theta}{2\Delta_0 \sqrt{2}} \exp(i\pi/4) \right] a_1 \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 态是基态两个超精细结构子能级态, 因此, $\Omega_1 \approx \Omega_2 \approx \Omega$, 故

$$\begin{aligned} a_{1, p_1}(t) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \exp(-i\pi/4) a_1, & a_{2, p_2}(t) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \exp[i(5\pi/4 - \phi_{\text{eff}})] a_1, \\ a_{3, p_3}(t) &= \frac{\Omega}{2\Delta_0} \exp[-i(\Delta_0 t + \phi_1 - \frac{\pi}{2})] a_1, \end{aligned} \quad (23)$$

代入(9)式有

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{2} a_1 \exp\left\{-i\left[\left(\omega^{\text{A}} + \frac{P_1^2}{2m\hbar}\right)t + \frac{\pi}{4}\right]\right\} |1, P_1\rangle \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{2} a_1 \exp\left\{-i\left[\left(\omega^{\text{A}} + \frac{P_2^2}{2m\hbar}\right)t - \frac{5\pi}{4} + \phi_{\text{eff}}\right]\right\} |2, P_2\rangle \\ &\quad + \frac{\Omega}{2\Delta_0} a_1 \exp\left\{-i\left[\left(\omega^{\text{A}} + \frac{P_3^2}{2m\hbar}\right)t + \Delta_0 t + \phi_1 - \frac{\pi}{2}\right]\right\} |3, P_3\rangle \end{aligned} \quad (24)$$

根据以上假设 $|a_1|^2 = 1$, 因此, 粒子处于 $|1, P_1\rangle$ 、 $|2, P_2\rangle$ 和 $|3, P_3\rangle$ 的几率分别为 $1/2$ 、 $1/2$

和 $(\Omega/2\Delta_0)^2$, 根据(12)式, $\Delta_0 = -\Delta - (\hbar k)^2/2m\hbar \approx -\Delta$, 再根据 $\Delta \gg |\Omega|$, $|\Omega_2|$ 和 Γ , 则知 $(\Omega/2\Delta_0)^2 \ll 1$, 即, $|3, P_3\rangle$ 态上布居数近似为零, 粒子均布在 $|1, P_1\rangle$ 和 $|2, P_2\rangle$ 态上。其中 $(\Omega/2\Delta_0)^2$ 是解方程组(10)所作假设引入的误差, 它远小于 1, 表明所作的假设成立。称满足条件 $\omega = \pi/2$ 的光场为“ $\frac{\pi}{2}$ 脉冲”光。在绝热消除近似下忽略(21)式右边第三项, 结果

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} a_1 \exp\left\{-i\left[\left(\omega_f + \frac{P_1^2}{2m\hbar}\right)t + \frac{\pi}{4}\right]\right\} [|1, P_1\rangle + \exp(-i\delta_0) |2, P_2\rangle] \quad (25)$$

其中
$$\delta_0 = \left(\omega_{fs} + \frac{P_2^2 - P_1^2}{2m\hbar}\right)t - \frac{3}{2}\pi + \phi_{\text{eff}} \quad (26)$$

在 $x'o'y'$ 坐标系中, $P_1 = 0$, $P_2 = -2\hbar k e_{y'}$ 。在坐标系 xoy 中, $P_1 = P_0 \sin \alpha \cdot e_x + P_0 \cos \alpha \cdot e_y$, $P_2 = P_0 \sin \alpha \cdot e_x + (P_0 \cos \alpha - 2\hbar k) e_y$, 其中 $P_0 = mv$ 。若再取坐标系 $x''oy''$, 它是坐标 xoy 沿逆时针绕 O 点旋转 $(\pi/2 - \alpha)$ 角度的结果, 其中 x'' 轴平行于原子运动方向, 则在 $x''oy''$ 坐标系中, $P_1 = P_0 e_{x''}$, $P_2 = (P_0 - 2\hbar k \cos \alpha) e_{x''} + (-2\hbar k \sin \alpha) e_{y''}$, 把它们代入(26)式, $\delta_0 = [\omega_{fs} + (2\hbar k)^2/2m\hbar - 2kv \cos \alpha]t - 3\pi/2 + \phi_{\text{eff}}$, 根据(18)式, $\delta_0 = -3\pi/2 + \phi_{\text{eff}}$ 为定值, 它说明这样一个

事实: 一个速度 $v = P_0/m$ 的原子经受“ $\frac{\pi}{2}$ 脉冲”光作

用后, 将处于一个相干迭加态, 在一个态中动量保持不变, 在另一个态中获得 $2\hbar k$ 的增量, 偏转角为 $\beta = \text{tg}^{-1}[(2\hbar k \sin \alpha)/(P_0 - 2\hbar k \cos \alpha)]$ 。如果是一原子束, 那么就会出现如图 3 所示的束分裂。如果用波包来描述原子束, 那么以上现象可视为原子波包相干分裂。

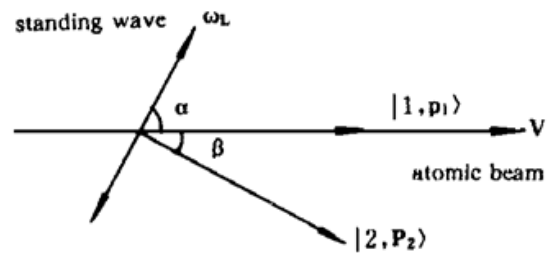


Fig. 3 Schematic diagram of atomic beam splitting, the splitting angle is β

3 结束语

以上分析了一个运动三能级原子与一大失谐红移驻波激光场的相互作用, 结果表明, 在满足一定条件时, 原子将处于一个相干迭加态。如果是一热原子束与这样一个光场相互作用, 那么条件(18)式自动选出一束速度单一的原子而发生如图 3 所示的分裂。由于受激拉曼跃迁具有一定的线宽^[8], 因此, 实际被选中的是一个速度分布为 $v \pm \Delta v$ 的原子束, 它可被等效成一个原子波包, 它经过“ $\frac{\pi}{2}$ 脉冲”光作用仍将发生相干分裂, 其纵向相干长度为: $L_{\text{coh}} = \lambda_{\text{dB}}^2/2\pi\Delta\lambda_{\text{dB}} = \hbar/m\Delta v$, 因此, 继续让原子波包分裂或偏转, 最后重合, 则当 L_{coh} 足够长时, 就会发生原子波干涉效应。

参 考 文 献

- [1] M. Kasevich, S. Chu, Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer. *Appl. Phys. (B)*, 1992, **54**(5): 321~ 332
- [2] D. S. Weiss, B. C. Young, S. Chu, Precision measurement of based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry. *Appl. Phys. (B)*, 1994, **59**(3): 217~ 256

- [3] T. Pfau, Ch. Kurtsiefer, C. S. Adams *et al.*, Magneto-optical beam splitter for atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71**(21): 3427~ 3420
- [4] T. Sleator, T. Pfau, V. Balykin *et al.*, Experimental demonstration of the optical Stern-Gerlach effect. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(13): 1996
- [5] M. Kasevich, S. Chu, Atomic interferometry using stimulated Raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **67**(2): 181~ 184
- [6] J. Lawall, M. Prentiss, Demonstration of a novel atomic beam splitter. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **72**(7): 993~ 996
- [7] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich *et al.*, Theoretical analysis of velocity-selective Raman transition. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(1): 342~ 348
- [8] M. Kasevich, D. S. Weiss, E. Riis *et al.*, Atomic velocity selective using stimulated Raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **66**(18): 2297~ 2300

Theoretical Analysis of a Moving Three-Level Atom Interacting Slantingly with a Standing Wave Laser Field

Xu Xinye Wang Yuzhu

(Joint Laboratory for Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 9 May 1996; revised 27 August 1996)

Abstract A momentum transfer of a moving three-level atom interacting slantingly with a standing wave laser field is analysed. The results have shown that a stimulated Raman transition will be dominated, when some conditions are met by both the atom and the light field. If the light field seen by the atom is a “ $\pi/2$ pulse” light, the atom will be in a coherent superposition state after interaction, the one state is the same as the initial state of the atom, and another state is a new state in which the degrees of atomic internal freedom and the center-of-mass momentum of the atom are all changed, especially, the momentum is changed by twice single-photon recoil momentum. Nevertheless, the probability of the atom in the two states is the same. If this mechanism is used for atomic wave interferometry, it is possible that atomic wave packets are coherently splitted.

Key words Doppler effect, stimulated Raman transition, coherent superposition state, coherent splitting of atomic wave packet.